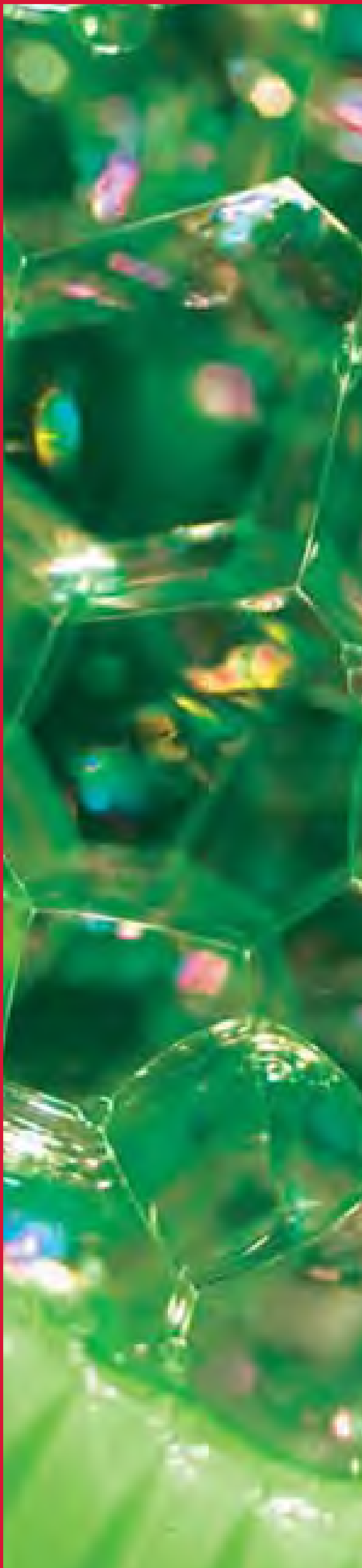
Matemática

7º Básico

Texto del
Estudiante



Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile

EDICIÓN ESPECIAL PARA EL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN.
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN

Houghton
Mifflin
Harcourt

GALILEO
EDITORIAL

Texto para el Estudiante

Matemática
7º

Houghton
Mifflin
Harcourt

GALILEO
EDITORIAL

Este método de enseñanza de la matemática ha sido diseñado y realizado por autores profesores de varias universidades de los Estados Unidos de América y adaptado al currículum nacional chileno por Editorial Galileo.

Autores: Jennie M. Bennett, Edward B. Burger, David J. Chard, Earlene J. Hall, Paul A. Kennedy, Freddie L. Renfro, Tom W. Roby, Janet K. Scheer & Bert k. Waits.

El presente título forma parte del PROYECTO GALILEO para la enseñanza de la matemática.

Editoras

Silvia Alfaro Salas
Yuvica Espinoza Lagunas
Sara Cano Fernández
Deysma Coll Herrera

Redactores / Colaboradores

Silvia Alfaro Salas
Profesora de Matemática y Computación. Licenciada en Matemática y Computación.
Universidad de Santiago de Chile.

Yuvica Espinoza Lagunas
Profesora de Educación General Básica.
Pontificia Universidad Católica de Chile.

Jorge Chala Reyes
Profesor de Educación General Básica.
Universidad de Las Américas.

Ingrid Guajardo González
Profesora de Educación General Básica.
Pontificia Universidad Católica Silva Henríquez.

María Alejandra Hurtado
Profesora de Educación General Básica.
Pontificia Universidad Católica de Chile.

Ayudante editorial

Ricardo Santana Friedli

Equipo Técnico

Coordinación: Job López

Diseñadores:
Melissa Chávez Romero
Marcela Ojeda Ampuero
Rodrigo Pávez San Martín
Nikolás Santis Escalante
David Silva Carreño
Camila Rojas Rodríguez
Cristhián Pérez Garrido

Houghton
Mifflin
Harcourt

GALILEO
EDITORIAL

Copyright © 2009 by Harcourt, Inc.
© 2014 de esta edición Galileo Libros Ltda.

Todos los derechos reservados. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida o transmitida en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación o cualquier sistema de almacenamiento y recuperación de información sin el permiso por escrito del editor.

Las solicitudes de permiso para hacer copias de cualquier parte de la obra deberán dirigirse al centro de Permisos y derechos de autor, Harcourt Inc., 6277 Sea Harbor Drive, Orlando, Florida 32887-6777.

HARCOURT y el logotipo son marcas comerciales de Harcourt Inc., registradas en los Estados Unidos de América y / o en otras jurisdicciones.

Versión original
Mathematics Content Standards for California
Public Schools reproduced by permission, California Department of Education, CDE Press, 1430 N Street, Suite 3207, Sacramento, CA 95814

ISBN: 978-956-8155-22-3
Primera Edición
Impreso en Chile.
Se terminó de imprimir esta primera edición de 254.200 ejemplares en el mes de enero del año 2014.

Texto para el Estudiante

Matemática

7º
Básico

Houghton Mifflin Harcourt
GALILEO
EDITORIAL

CAPÍTULO 1

Enteros y proporciones

Enlace WEB

Suma y resta de números enteros
http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/positivos-negativos-sumar-restar.html
http://primaria.aulafacil.com/matematicas-sexto-primaria/Curso/Lecc-19.htm

Razones y proporciones
http://todosloscomo.com/2011/01/24/razones-proporciones-matematicas-ejercicios/

Videos
Razones y proporciones
http://www.youtube.com/watch?v=C1_x9AApsRc

CAPÍTULO 2

Razonamiento algebraico

Enlace WEB

Expresiones algebraicas
http://www.vitutor.com/ab/p/a_1.html

Videos:
Troncho y Poncho Expresiones algebraicas
http://www.youtube.com/watch?v=7YcObcbyieM

Simplificación de expresiones algebraicas 1
http://www.educatina.com/algebra/simplificacion-de-expresiones-algebraicas-1

Simplificación de expresiones algebraicas 2
http://www.educatina.com/algebra/simplificacion-de-expresiones-algebraicas-2

Relaciones geométricas

CAPÍTULO 3

Enlace WEB

Medida de ángulos
http://www.vitutor.com/di/m/b_3.html

Bisectrices de un ángulo y de un triángulo
http://www.ditutor.com/geometria/bisectrices.html

Elementos de un triángulo
http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/triangulos/elementos_de_un_tringulo.html

Videos:
Tipos de ángulos
http://www.educ.ar/sitios/educar/recursos/ver?id=92852&referente=estudiantes

Clasificación de triángulos
http://www.youtube.com/watch?v=8_jsjTk6RnU

Potencias y raíces

CAPÍTULO 4

Enlace WEB

Exponentes y raíces
http://www.sapiensman.com/matematicas/matematicas14.htm

Teorema de Pitágoras
http://www.xtec.cat/~smuria/projecte/act8ex.htm

Diversos ejercicios de matemática
http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/andared02/refuerzo_matematicas/indicemate.htm

Videos
Leyes de los exponentes
http://www.youtube.com/watch?v=6jNWN-o0__Y

CAPÍTULO 5

Perímetro, área y volumen

Enlace WEB

Perímetro
http://www.ditutor.com/geometria/perimetro.html

Área
http://www.ditutor.com/geometria/area_poligono1.html

Videos
Perímetro
http://www.youtube.com/watch?v=s4l-jE3RhVg

Perímetro y área de polígonos
http://www.youtube.com/watch?v=s4l-jE3RhVg

CAPÍTULO 6

Recopilar y presentar datos

Enlace WEB

Gráficos de barras
http://ntic.educacion.es/w3/recursos/secundaria/sociales/geografia/barras.html

Diagrama de puntos
http://probyestjsrl.blogspot.com/2008/10/162-diagrama-de-puntos.html

Gráficos en general
http://matematica1.com/category/grafica-de-barras/

Cómo construir gráficos de barras en Excel
http://www.youtube.com/watch?v=rVVXtVTVcvk

CAPÍTULO 7

Datos, estadísticas y probabilidades

Enlace WEB

Probabilidad experimental
http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena12/3quincena12_contenidos_2d.htm

Probabilidad teórica
http://www.eduteka.org/glosario/tiki-index.php?page=Probabilidad+te%C3%B3rica

Videos
Teoría de probabilidad
http://www.youtube.com/watch?v=Okd__Kp-CaM

Enfoque en resolución de problemas

Plan de resolución de problemas

Para resolver bien un problema, primero necesitas un buen plan de resolución de problemas. A continuación, se explica en detalle el plan que se usa en este libro.

COMPRENDE el problema

¿Qué se te pide que halles?	Vuelve a escribir la pregunta con tus propias palabras.
¿Qué información se da?	Identifica los datos del problema.
¿Qué información necesitas?	Determina qué datos son necesarios para responder la pregunta.
¿Se da toda la información?	Determina si se dan todos los datos.
¿Se da información que no usarás?	Determina qué datos, si los hay, no son necesarios para resolver el problema.

Haz un PLAN

¿Alguna vez has resuelto un problema semejante?	Piensa en otros problemas como éste que hayas resuelto bien.
¿Qué estrategia o estrategias puedes usar?	Determina una estrategia que puedas usar y cómo la usarás.

RESUELVE

Sigue tu plan.	Muestra los pasos de tu solución. Escribe tu respuesta como un enunciado completo.

REPASA

¿Has respondido la pregunta?	Asegúrate de haber respondido lo que te pide la pregunta.
¿Es razonable tu respuesta?	Tu respuesta debe ser razonable en el contexto del problema.
¿Hay otra estrategia que puedas usar?	Resolver el problema con otra estrategia es una buena manera de comprobar tu trabajo.
¿Aprendiste algo al resolver este problema que pueda ayudarte a resolver problemas semejantes en el futuro?	Trata de recordar los problemas que has resuelto y las estrategias que usaste para resolverlos.

Cómo usar el plan de resolución de problemas

Luis compró para el cumpleaños de su hermana pequeña 5 paquetes de globos y 4 cajas de adornos variados gastando en total $ 15 500. Si cada paquete de globos costó $ 1 500, ¿qué precio tenían las cajas de adornos variados?

COMPRENDE el problema

Identifica la información importante.

- Luis compró 5 paquetes de globos y 4 cajas de adornos variados.
- Gastó en total $ 15 500.

Cada paquete de globos costaba $ 1 500.

Haz un PLAN

Puedes dibujar un diagrama para mostrar cuánto gastó en cada paquete de globo y cuando se le va restando esta cantidad al total gastado. Puedes usar recuadros rojos para cada paquete de globos y azules para cada caja de adornos. Dentro de los recuadros azules puedes escribir el precio de los globos.

RESUELVE

Razona: Cada paquete de globos cuesta $ 1 500 y Luis compró 5 paquetes de globos.

Globos: 500 • 5 = 7 500

Total de dinero gastado: $ 15 500

Cajas de adornos: 15 500 - 7 500 = 8 000

Si 4 cajas de adornos costaron $ 8 000, cada caja cuesta (8 000 : 4) = 2 000

REPASA

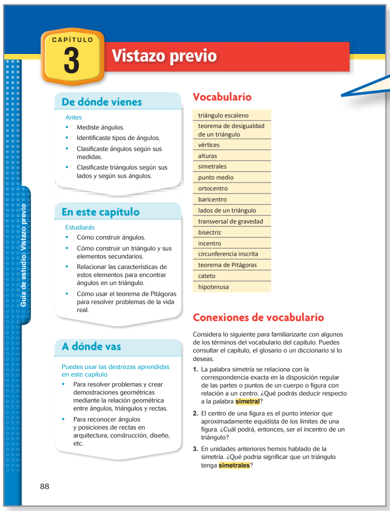
Cinco paquetes de globos a $ 1 500 cada paquete suman $ 7 500. Cuatro cajas de adornos a $ 2 000 suman $ 8 000.
7 500 + 8 000 = 15 500 y esto concuerda con el valor dado en el enunciado del problema.

Cómo usar tu libro

Este libro contiene muchos apartados diseñados para ayudarte a aprender y estudiar matemáticas.

Aprende

Antes de comenzar un capítulo, lee el **Vistazo previo** para comprender los conceptos que se enseñan en el capítulo.



CAPÍTULO 3

Vistazo previo

Guía de estudio: Vistazo previo

De dónde vienes

Antes
- Mediste ángulos.
- Identificaste tipos de ángulos.
- Clasificaste ángulos según sus medidas.
- Clasificaste triángulos según sus lados y según sus ángulos.

En este capítulo

Estudiarás
- Cómo construir ángulos.
- Cómo construir un triángulo y sus elementos secundarios.
- Relacionar las características de estos elementos para encontrar ángulos en un triángulo.
- Cómo usar el teorema de Pitágoras para resolver problemas de la vida real.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo
- Para resolver problemas y crear demostraciones geométricas mediante la relación geométrica entre ángulos, triángulos y rectas.
- Para reconocer ángulos y posiciones de rectas en arquitectura, construcción, diseño, etc.

Vocabulario

triángulo escaleno
teorema de desigualdad de un triángulo
vértices
alturas
simetrales
punto medio
ortocentro
baricentro
lados de un triángulo
transversal de gravedad
bisectriz
incentro
circunferencia inscrita
teorema de Pitágoras
cateto
hipotenusa

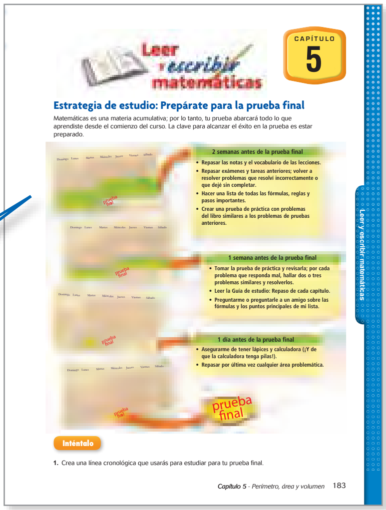
Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. La palabra simetría se relaciona con la correspondencia exacta en la disposición regular de las partes o puntos de un cuerpo o figura con relación a un centro. ¿Qué podrás deducir respecto a la palabra **simetral**?
2. El centro de una figura es el punto interior que aproximadamente equidista de los límites de una figura. ¿Cuál podrá, entonces, ser el incentro de un triángulo?
3. En unidades anteriores hemos hablado de la simetría. ¿Qué podría significar que un triángulo tenga **simetrales**?

88

Repasa **Leer y escribir matemáticas** para aprender sobre las estrategias de lectura, escritura y estudio.



CAPÍTULO 5

Leer y escribir matemáticas

Estrategia de estudio: Prepárate para la prueba final

Matemáticas es una materia acumulativa; por lo tanto, tu prueba abarcará todo lo que aprendiste desde el comienzo del curso. La clave para alcanzar el éxito en la prueba es estar preparado.

2 semanas antes de la prueba final
- Repasar las notas y el vocabulario de las lecciones.
- Repasar exámenes y tareas anteriores; volver a resolver problemas que resolví incorrectamente o que dejé sin completar.
- Hacer una lista de todas las fórmulas, reglas y pasos importantes.
- Crear una prueba de práctica con problemas del libro similares a los problemas de pruebas anteriores.

1 semana antes de la prueba final
- Tomar la prueba de práctica y revisarla; por cada problema que responda mal, hallar dos o tres problemas similares y resolverlos.
- Leer la Guía de estudio: Repaso de cada capítulo.
- Preguntarme o preguntarle a un amigo sobre las fórmulas y los puntos principales de mi lista.

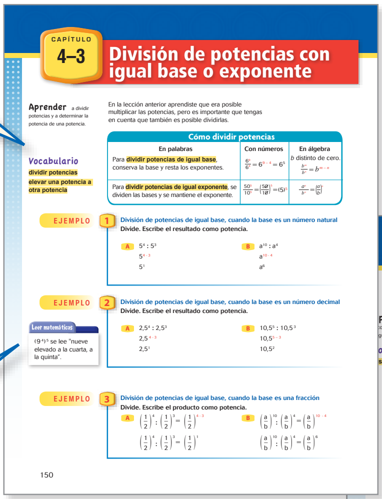
1 día antes de la prueba final
- Asegurarme de tener lápices y calculadora (¡Y de que la calculadora tenga pilas!).
- Repasar por última vez cualquier área problemática.

Inténtalo

1. Crea una línea cronológica que usarás para estudiar para tu prueba final.

Capítulo 5 - Perímetro, área y volumen 183

Revisa los términos nuevos de **vocabulario** que aparecen al principio de todas las lecciones.



CAPÍTULO 4–3

División de potencias con igual base o exponente

Aprender a dividir potencias y a determinar la potencia de una potencia.

Vocabulario
dividir potencias
elevar una potencia a otra potencia

En la lección anterior aprendiste que era posible multiplicar las potencias, pero es importante que tengas en cuenta que también es posible dividirlas.

Cómo dividir potencias

En palabras	Con números	En álgebra
Para **dividir potencias de igual base**, conserva la base y resta los exponentes.	$\frac{6^9}{6^4} = 6^{9-4} = 6^5$	b distinto de cero. $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$
Para **dividir potencias de igual exponente**, se dividen las bases y se mantiene el exponente.	$\frac{50^5}{10^5} = \left(\frac{5\cancel{0}}{1\cancel{0}}\right)^5 = (5)^5$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

EJEMPLO 1 División de potencias de igual base, cuando la base es un número natural

Divide. Escribe el resultado como potencia.

A $5^4 : 5^3$
5^{4-3}
5^1

B $a^{10} : a^4$
a^{10-4}
a^6

EJEMPLO 2 División de potencias de igual base, cuando la base es un número decimal

Divide. Escribe el resultado como potencia.

A $2{,}5^4 : 2{,}5^3$
$2{,}5^{4-3}$
$2{,}5^1$

B $10{,}5^5 : 10{,}5^3$
$10{,}5^{5-3}$
$10{,}5^2$

Leer matemáticas

$(9^4)^5$ se lee "nueve elevado a la cuarta, a la quinta".

EJEMPLO 3 División de potencias de igual base, cuando la base es una fracción

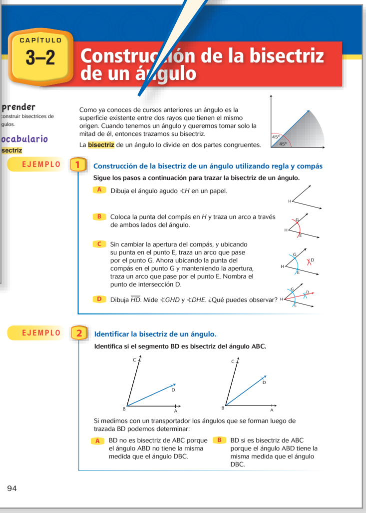
Divide. Escribe el producto como potencia.

A $\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^1$

B $\left(\frac{a}{b}\right)^{10} : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^{10-4}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{10} : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^6$

150

Estudia los **ejemplos** para aprender las nuevas ideas y destrezas matemáticas. Los ejemplos incluyen soluciones paso a paso.



CAPÍTULO 3–2

Construcción de la bisectriz de un ángulo

prender
construir bisectrices de
gulos.

ocabulario
sectriz

Como ya conoces de cursos anteriores un ángulo es la superficie existente entre dos rayos que tienen el mismo origen. Cuando tenemos un ángulo y queremos tomar solo la mitad de él, entonces trazamos su bisectriz.

La **bisectriz** de un ángulo lo divide en dos partes congruentes.

EJEMPLO 1 Construcción de la bisectriz de un ángulo utilizando regla y compás

Sigue los pasos a continuación para trazar la bisectriz de un ángulo.

A Dibuja el ángulo agudo $\measuredangle H$ en un papel.

B Coloca la punta del compás en H y traza un arco a través de ambos lados del ángulo.

C Sin cambiar la apertura del compás, y ubicando su punta en el punto E, traza un arco que pase por el punto G. Ahora ubicando la punta del compás en el punto G y manteniendo la apertura, traza un arco que pase por el punto E. Nombra el punto de intersección D.

D Dibuja $\overline{HD}$. Mide $\measuredangle GHD$ y $\measuredangle DHE$. ¿Qué puedes observar?

EJEMPLO 2 Identificar la bisectriz de un ángulo.

Identifica si el segmento BD es bisectriz del ángulo ABC.

Si medimos con un transportador los ángulos que se forman luego de trazada BD podemos determinar:

A BD no es bisectriz de ABC porque el ángulo ABD no tiene la misma medida que el ángulo DBC.

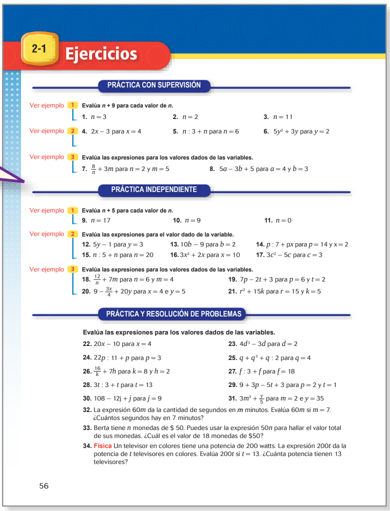
B BD si es bisectriz de ABC porque el ángulo ABD tiene la misma medida que el ángulo DBC.

94

En la **Ayuda para el estudiante** encontrarás pistas, recordatorios y ayuda para leer matemáticas.

Practica

Repasa los ejemplos de la lección para resolver los ejercicios de **Práctica con supervisión** y **Práctica independiente**.



2-1 **Ejercicios**

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Evalúa $n + 9$ para cada valor de n.**

1. $n = 3$ 2. $n = 2$ 3. $n = 11$

Ver ejemplo 2 4. $2x - 3$ para $x = 4$ 5. $n : 3 + n$ para $n = 6$ 6. $5y^2 + 3y$ para $y = 2$

Ver ejemplo 3 **Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.**

7. $\frac{8}{n} + 3m$ para $n = 2$ y $m = 5$ 8. $5a - 3b + 5$ para $a = 4$ y $b = 3$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Evalúa $n + 5$ para cada valor de n.**

9. $n = 17$ 10. $n = 9$ 11. $n = 0$

Ver ejemplo 2 **Evalúa las expresiones para el valor dado de la variable.**

12. $5y - 1$ para $y = 3$ 13. $10b - 9$ para $b = 2$ 14. $p : 7 + px$ para $p = 14$ y $x = 2$

15. $n : 5 + n$ para $n = 20$ 16. $3x^2 + 2x$ para $x = 10$ 17. $3c^2 - 5c$ para $c = 3$

Ver ejemplo 3 **Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.**

18. $\frac{12}{n} + 7m$ para $n = 6$ y $m = 4$ 19. $7p - 2t + 3$ para $p = 6$ y $t = 2$

20. $9 - \frac{3x}{4} + 20y$ para $x = 4$ e $y = 5$ 21. $r^2 + 15k$ para $r = 15$ y $k = 5$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.

22. $20x - 10$ para $x = 4$ 23. $4d^3 - 3d$ para $d = 2$

24. $22p : 11 + p$ para $p = 3$ 25. $q + q^3 + q : 2$ para $q = 4$

26. $\frac{16}{k} + 7h$ para $k = 8$ y $h = 2$ 27. $f : 3 + f$ para $f = 18$

28. $3t : 3 + t$ para $t = 13$ 29. $9 + 3p - 5t + 3$ para $p = 2$ y $t = 1$

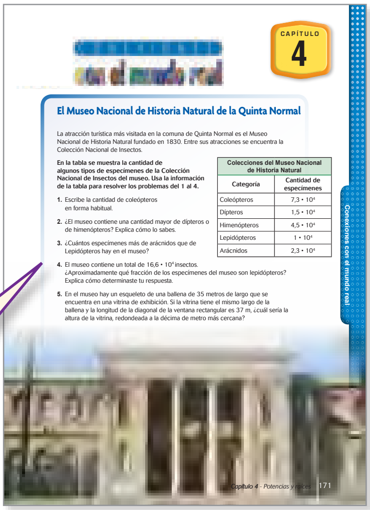
30. $108 - 12j + j$ para $j = 9$ 31. $3m^3 + \frac{y}{5}$ para $m = 2$ e $y = 35$

32. La expresión $60m$ da la cantidad de segundos en m minutos. Evalúa $60m$ si $m = 7$. ¿Cuántos segundos hay en 7 minutos?

33. Berta tiene n monedas de \$ 50. Puedes usar la expresión $50n$ para hallar el valor total de sus monedas. ¿Cuál es el valor de 18 monedas de \$50?

34. **Física** Un televisor en colores tiene una potencia de 200 watts. La expresión $200t$ da la potencia de t televisores en colores. Evalúa $200t$ si $t = 13$. ¿Cuánta potencia tienen 13 televisores?

56



CAPÍTULO 4

El Museo Nacional de Historia Natural de la Quinta Normal

La atracción turística más visitada en la comuna de Quinta Normal es el Museo Nacional de Historia Natural fundado en 1830. Entre sus atracciones se encuentra la Colección Nacional de Insectos.

En la tabla se muestra la cantidad de algunos tipos de especímenes de la Colección Nacional de Insectos del museo. Usa la información de la tabla para resolver los problemas del 1 al 4.

Colecciones del Museo Nacional de Historia Natural	
Categoría	Cantidad de especímenes
Coleópteros	$7{,}3 \cdot 10^4$
Dípteros	$1{,}5 \cdot 10^4$
Himenópteros	$4{,}5 \cdot 10^4$
Lepidópteros	$1 \cdot 10^4$
Arácnidos	$2{,}3 \cdot 10^4$

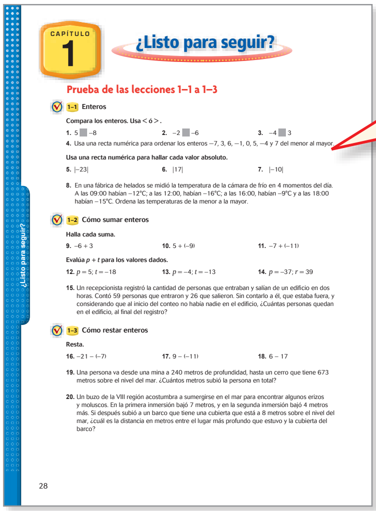
1. Escribe la cantidad de coleópteros en forma habitual.
2. ¿El museo contiene una cantidad mayor de dípteros o de himenópteros? Explica cómo lo sabes.
3. ¿Cuántos especímenes más de arácnidos que de Lepidópteros hay en el museo?
4. El museo contiene un total de $16{,}6 \cdot 10^4$ insectos. ¿Aproximadamente qué fracción de los especímenes del museo son lepidópteros? Explica cómo determinaste tu respuesta.
5. En el museo hay un esqueleto de una ballena de 35 metros de largo que se encuentra en una vitrina de exhibición. Si la vitrina tiene el mismo largo de la ballena y la longitud de la diagonal de la ventana rectangular es 37 m, ¿cuál sería la altura de la vitrina, redondeada a la décima de metro más cercana?

Conexiones con el mundo real

Capítulo 4 - *Potencias y raíces* 171

Completa las **Conexiones con el mundo real** para practicar las destrezas del capítulo en un contexto del mundo real.

Repasa



CAPÍTULO 1 **¿Listo para seguir?**

Prueba de las lecciones 1–1 a 1–3

✓ 1–1 **Enteros**

Compara los enteros. Usa $<$ ó $>$.

1. 5 ▨ –8 2. –2 ▨ –6 3. –4 ▨ 3

4. Usa una recta numérica para ordenar los enteros –7, 3, 6, –1, 0, 5, –4 y 7 del menor al mayor.

Usa una recta numérica para hallar cada valor absoluto.

5. $|-23|$ 6. $|17|$ 7. $|-10|$

8. En una fábrica de helados se midió la temperatura de la cámara de frío en 4 momentos del día. A las 09:00 habían –12°C; a las 12:00, habían –16°C; a las 16:00, habían –9°C y a las 18:00 habían –15°C. Ordena las temperaturas de la menor a la mayor.

✓ 1–2 **Cómo sumar enteros**

Halla cada suma.

9. $-6 + 3$ 10. $5 + (-9)$ 11. $-7 + (-11)$

Evalúa $p + t$ para los valores dados.

12. $p = 5; t = -18$ 13. $p = -4; t = -13$ 14. $p = -37; r = 39$

15. Un recepcionista registró la cantidad de personas que entraban y salían de un edificio en dos horas. Contó 59 personas que entraron y 26 que salieron. Sin contarlo a él, que estaba fuera, y considerando que al inicio del conteo no había nadie en el edificio, ¿Cuántas personas quedan en el edificio, al final del registro?

✓ 1–3 **Cómo restar enteros**

Resta.

16. $-21 - (-7)$ 17. $9 - (-11)$ 18. $6 - 17$

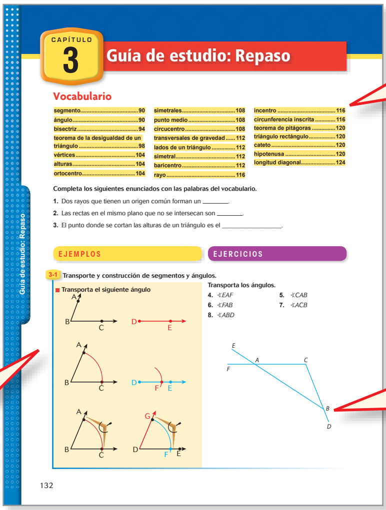
19. Una persona va desde una mina a 240 metros de profundidad, hasta un cerro que tiene 673 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuántos metros subió la persona en total?

20. Un buzo de la VIII región acostumbra a sumergirse en el mar para encontrar algunos erizos y moluscos. En la primera inmersión bajó 7 metros, y en la segunda inmersión bajó 4 metros más. Si después subió a un barco que tiene una cubierta que está a 8 metros sobre el nivel del mar, ¿cuál es la distancia en metros entre el lugar más profundo que estuvo y la cubierta del barco?

¿Listo para seguir?

28

Cuando termines cada sección, pon a prueba tus conocimientos con los **problemas de la sección ¿Listo para seguir?** antes de seguir adelante.



CAPÍTULO 3 **Guía de estudio: Repaso**

Vocabulario

segmento	90
ángulo	90
bisectriz	94
teorema de la desigualdad de un triángulo	98
vértices	104
alturas	104
ortocentro	104
simetrales	108
punto medio	108
circucentro	108
transversales de gravedad	112
lados de un triángulo	112
simetral	112
baricentro	112
rayo	116
incentro	116
circunferencia inscrita	116
teorema de pitágoras	120
triángulo rectángulo	120
cateto	120
hipotenusa	120
longitud diagonal	124

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. Dos rayos que tienen un origen común forman un ________.
2. Las rectas en el mismo plano que no se intersecan son ________.
3. El punto donde se cortan las alturas de un triángulo es el ________________.

EJEMPLOS EJERCICIOS

3-1 **Transporte y construcción de segmentos y ángulos.**

■ **Transporta el siguiente ángulo**

Transporta los ángulos.

4. $\measuredangle EAF$ 5. $\measuredangle CAB$

6. $\measuredangle FAB$ 7. $\measuredangle ACB$

8. $\measuredangle ABD$

Guía de estudio: Repaso

132

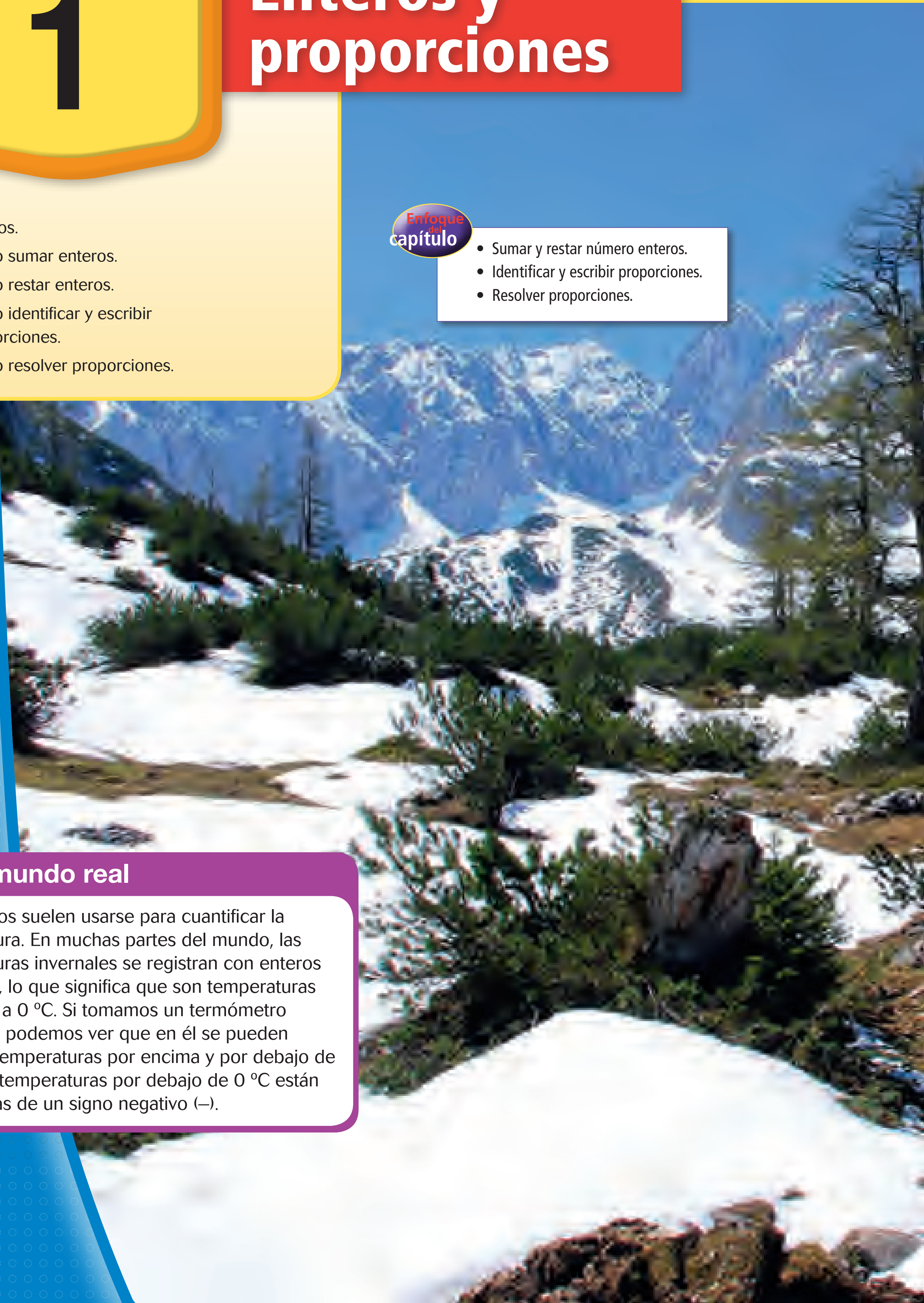
Estudia y repasa el **vocabulario** del capítulo entero.

Repasa los **ejemplos** importantes de cada lección del capítulo.

Ponte a prueba con los **problemas de práctica**.

CAPÍTULO 1

Enteros y proporciones

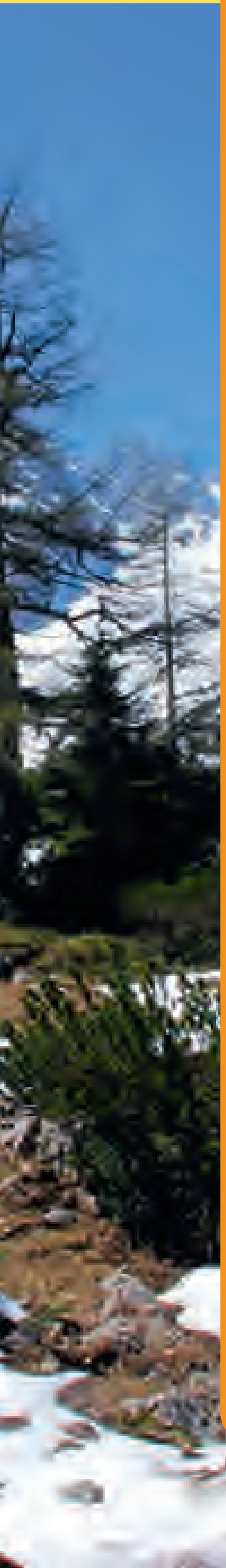


Enfoque del capítulo

- Sumar y restar número enteros.
- Identificar y escribir proporciones.
- Resolver proporciones.

En el mundo real

Los enteros suelen usarse para cuantificar la temperatura. En muchas partes del mundo, las temperaturas invernales se registran con enteros negativos, lo que significa que son temperaturas inferiores a 0 ºC. Si tomamos un termómetro ambiental podemos ver que en él se pueden registrar temperaturas por encima y por debajo de 0 ºC. Las temperaturas por debajo de 0 ºC están precedidas de un signo negativo (–).



¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

1. Para ________ un número en una recta numérica, marca y rotula el punto que corresponde al número.

2. La expresión $1 < 3 < 5$ indica el/la ________ de estos tres números en una recta numérica.

3. Los(las) ________ permiten comparar números.

4. Cada número en el conjunto 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... es un(a) ________.

5. Para ________ una ecuación, halla un valor que la haga verdadera.

- número natural
- expresión
- representar gráficamente
- resolver
- orden
- signos $>, <=$

Resuelve los ejercicios para practicar las destrezas que usarás en este capítulo.

Orden de las operaciones

Calcula.

6. $7 + 9 - 5 \cdot 2$

7. $12 \cdot 3 - 4 \cdot 5$

8. $115 - 15 \cdot 3 + 9(8 - 2)$

9. $20 \cdot 5 \cdot 2\ (7 + 1) : 4$

10. $300 + 6\ (5 - 3) - 11$

11. $14 - 13 + 9 \cdot 2$

Hallar múltiplos

Halla los primeros cinco múltiplos de cada número.

12. 2

13. 9

14. 15

15. 1

16. 101

17. 54

18. 326

19. 1 024

Hallar factores

Anota todos los factores de cada número.

20. 8

21. 22

22. 36

23. 50

24. 108

25. 84

26. 256

27. 630

Usar operaciones inversas para resolver ecuaciones

Resuelve.

28. $n + 3 = 10$

29. $x - 4 = 16$

30. $9p = 63$

31. $s/5 = 80$

32. $x - 3 = 14$

33. $\frac{q}{3} = 21$

34. $9 + r = 91$

35. $15p = 45$

CAPÍTULO

1

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Comparaste y ordenaste fracciones positivas.
- Generaste formas equivalentes de números racionales que contenían números naturales, fracciones y decimales.
- Usaste enteros positivos para representar situaciones del mundo real.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo comparar y ordenar enteros y números racionales.
- Cómo usar representaciones pictóricas para sumar y restar números enteros.
- Cómo identificar y describir proporciones y razones equivalentes.
- Cómo resolver proporciones.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para expresar números negativos relacionados con campos de la ciencia, como la biología marina o la meteorología.
- Para encontrar medidas equivalentes.

Vocabulario

opuesto
inverso aditivo
entero
valor absoluto
diferencia
razones equivalentes
proporción
proporcionalidad directa
proporcionalidad inversa
producto cruzado
mínima expresión
numerador
denominador
inverso multiplicativo
m.c.d.

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. La palabra inverso aditivo significa “que es opuesto o contrario en el orden, la dirección o el sentido”. ¿Cómo usarías esta definición para explicar que es el **inverso aditivo** de un número?

2. Considerando que algo absoluto es algo definitivo. ¿A qué crees que apunta el concepto de **valor absoluto**?

3. Cuando hablemos de razones, veremos el concepto de **producto cruzado**. ¿A qué crees que se puede referir este concepto?

Leer y escribir matemáticas

Estrategia de lectura: Cómo usar tu libro

Comprender cómo está organizado tu libro de texto te ayudará a encontrar y usar información útil.

Al leer los problemas de ejemplo, presta atención a las notas al margen, como Pista útil, Leer matemáticas, ¡Recuerda! y ¡Atención! Estas notas te ayudarán a comprender conceptos y a evitar errores comunes.

Pista útil

Usa diferentes figuras o colores para indicar conjuntos de

Leer matemáticas

El símbolo $| \; |$ quiere decir “el valor absoluto de”. Por ejemplo, $|-3|$

¡Recuerda!

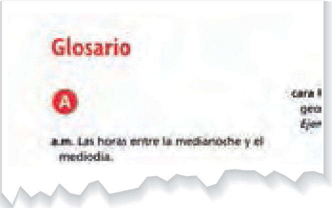
El símbolo $<$ significa “menor que” y el símbolo $>$ significa “mayor que”.

¡Atención!

El coeficiente de una variable, como y, cuando aparece sola, es de 1. Por lo

El glosario se encuentra al final de tu libro de texto. Úsalo para buscar definiciones y ejemplos de palabras o propiedades nuevas.

El índice temático está al final de tu libro de texto. Úsalo para buscar la página en la que se enseña un concepto en particular.



Glosario

A

a.m. Las horas entre la medianoche y el mediodía.

Índice temático

A

Inténtalo

Usa tu libro de texto para resolver los siguientes problemas

1. Usa el índice para hallar en qué página se define número entero.
2. En la lección 1-2, ¿qué definición aparece para el término opuesto o inverso aditivo?
3. Usa el glosario para hallar la definición de los siguientes términos: entero negativo y factor.
4. ¿Dónde puedes repasar notación científica en tu texto de Matemática 7°?

CAPÍTULO

1–1 Enteros

Aprender a comparar y ordenar enteros y a determinar el valor absoluto de un número.

Vocabulario

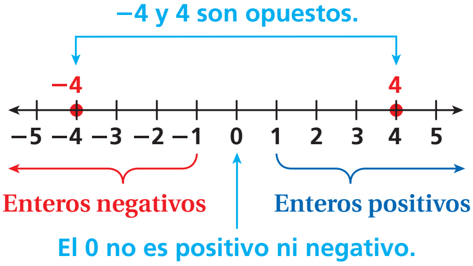
opuesto

inverso aditivo

entero

valor absoluto

El **opuesto**, o **inverso aditivo**, de un número está a la misma distancia del 0 en una recta numérica que el número original, pero del otro lado del 0. El cero es su propio opuesto.



La Dra. Sylvia Earle tiene el récord mundial de inmersión solitaria.

¡Recuerda!

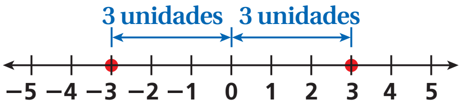
Los números naturales están a la derecha del cero en una recta numérica: 1, 2, 3,...
El 0 no es ni positivo ni negativo.

Los **enteros** son el conjunto de los números naturales, sus opuestos y el cero. Con los enteros, puedes expresar altitudes sobre, bajo y al nivel del mar. El nivel del mar tiene una profundidad de 0 m. El récord de inmersión de Sylvia Earle fue a una profundidad de 381 m.

EJEMPLO 1

Representar enteros y sus inversos aditivos (opuestos) en una recta numérica

Representa el entero −3 y su opuesto en una recta numérica.



El opuesto de −3 es 3.

Puedes comparar y ordenar enteros representándolos en una recta numérica. Los enteros aumentan su valor a medida que te mueves hacia la derecha en una recta numérica. Disminuyen de valor cuando te mueves hacia la izquierda.

EJEMPLO 2

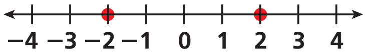
Comparar enteros usando una recta numérica

¡Recuerda!

El símbolo < significa “menor que” y el símbolo > significa “mayor que”.

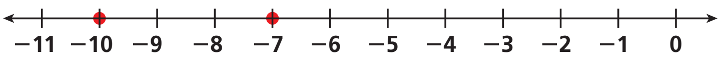
Compara los enteros. Usa < o >.

A 2 ■ – 2



2 está más a la derecha que –2, por lo tanto 2 > –2.

B −10 ■ − 7

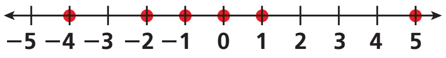


−10 está más a la izquierda que −7, por lo tanto −10 < −7.

EJEMPLO 3

Ordenar enteros usando una recta numérica

Usa una recta numérica para ordenar los enteros −2, 5, −4, 1, −1 y 0 del menor al mayor.



Representa los enteros en una recta numérica. Luego léelos de izquierda a derecha.

Los números ordenados del menor al mayor son −4, −2, −1, 0, 1, y 5.

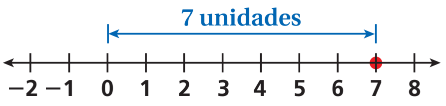
El **valor absoluto** de un número es la distancia a la que está de 0 en una recta numérica. Como la distancia nunca puede ser negativa, los valores absolutos nunca son valores negativos. Siempre son positivos o cero.

EJEMPLO 4

Hallar el valor absoluto

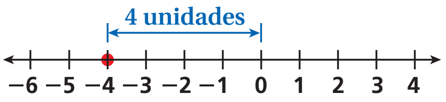
Usa una recta numérica para hallar cada valor absoluto.

A | 7 |



7 está a 7 unidades del 0, por lo tanto | 7 | = 7.

B | −4 |



−4 está a 4 unidades del 0, por lo tanto | −4 | = 4.

Leer matemáticas

El símbolo | | quiere decir “el valor absoluto de”. Por ejemplo, |−3| se lee “el valor absoluto de −3”.

Razonar y comentar

1. **Indica** qué número es mayor: −4 500 o −10 000.
2. Da un ejemplo de un número entero negativo y un número entero positivo. Ubícalos en una recta numérica y luego compara sus valores absolutos.

1–1 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Representa cada entero y su opuesto en una recta numérica en tu cuaderno.**

1. 2 **2.** –9 **3.** –1 **4.** 6

Ver ejemplo **2** **Compara los enteros. Usa < o >.**

5. 5 ■ –5 **6.** –9 ■ –18 **7.** –21 ■ –17 **8.** –12 ■ 12

Ver ejemplo **3** **Usa una recta numérica para ordenar los enteros del menor al mayor.**

9. 6, –3, –1, –5, 4 **10.** 8, –2, 7, 1, –8 **11.** –6, –4, 3, 0, 1

Ver ejemplo **4** **Usa una recta numérica para hallar cada valor absoluto.**

12. | –2 | **13.** | 8 | **14.** | –7 | **15.** | –10 |

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Representa cada entero y su opuesto en una recta numérica en tu cuaderno.**

16. –4 **17.** 10 **18.** –12 **19.** 7

Ver ejemplo **2** **Compara los enteros. Usa < o >.**

20. –14 ■ –7 **21.** 9 ■ –9 **22.** –12 ■ 12 **23.** –31 ■ –27

Ver ejemplo **3** **Usa una recta numérica para ordenar los enteros del menor al mayor.**

24. –3, 2, –5, –6, 5 **25.** –7, –9, –2, 0, –5 **26.** 3, –6, 9, –1, –2

Ver ejemplo **4** **Usa una recta numérica para hallar cada valor absoluto.**

27. | –16 | **28.** | 12 | **29.** | –20 | **30.** | 15 |

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Compara. Escribe <, > o =.

31. –25 ■ 25 **32.** 18 ■ –55 **33.** |–21 | ■ 21 **34.** –9 ■ –27

35. 34 ■ |34| **36.** 64 ■ | –75 | **37.** | –3 | ■ | 3 | **38.** –100 ■ –82

39. En la tabla se muestran las temperaturas promedio en una base de Antártica de marzo a octubre. Ordena los meses del más frío al más cálido.

Mes	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct
Temperatura (°C)	–57	–64	–65	–64,5	–66	–67	–65,5	–56,5

40. ¿Cuál es el opuesto de | 32 | ? **41.** ¿Cuál es el opuesto de | –29 | ?

42. Una empresa informó una pérdida neta de $ 2 000 000 durante su primer año de actividad. En su segundo año, informó una ganancia de $ 5 000 000. Escribe cada cantidad como un entero.

CONEXIÓN Deportes

El vóleibol de playa es un deporte de arena que cada vez se hace más famoso en Chile.

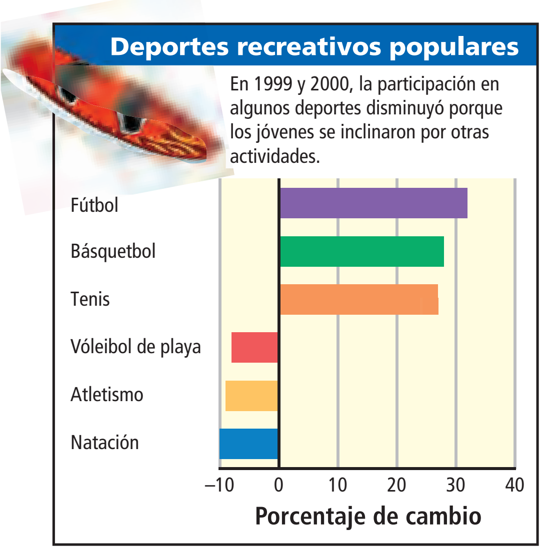
43. **Razonamiento crítico** Da un ejemplo en el que un número negativo tenga un valor absoluto mayor que un número positivo.

44. **Geografía** Las líneas de latitud son líneas imaginarias que rodean la Tierra en dirección Norte-Sur. Miden las distancias al norte y al sur del Ecuador. El Ecuador representa la latitud 0º.

- **a.** ¿Qué latitud es opuesta a los 30° de latitud norte?
- **b.** ¿En qué se diferencian las distancias de estas latitudes desde el Ecuador?

45. **Deportes** En la gráfica se muestra cómo cambió la participación en varios deportes entre 1999 y 2000 de la gente joven.

- **a.** ¿Aproximadamente en qué porcentaje aumentó o disminuyó la participación en atletismo?
- **b.** ¿Aproximadamente en qué porcentaje aumentó o disminuyó la participación en básquetbol?



46. **¿Dónde está el error?** A las 9:00 a.m., la temperatura exterior era –8 ºC y al mediodía la temperatura era –12 ºC. Un presentador informó que la temperatura estaba aumentando. ¿Por qué es esto incorrecto?

47. **Escríbelo** Explica cómo se comparan dos enteros.

48. **Desafío** ¿Qué valores tiene x si $|x| = 11$?

Repaso

49. ¿Qué lista muestra los enteros en orden del menor al mayor?

Ⓐ –5, –6, –7, 2, 3 Ⓑ 2, 3, –5, –6, –7 Ⓒ –7, –6, –5, 2, 3 Ⓓ 3, 2, –7, –6, –5

50. En la tabla se muestran las temperaturas promedio en la Cordillera de los Andes durante varios meses. ¿Qué mes tuvo la temperatura promedio más baja?

Ⓐ enero Ⓑ marzo Ⓒ mayo Ⓓ julio

Temperaturas mensuales	
Enero	35 ºC
Marzo	20 ºC
Mayo	–13 ºC
Julio	–18 ºC

Usa la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición para resolver los siguientes ejercicios:

51. 3 (56 + 8) **52.** (9 +18) 10 **53.** 5 (109 + 37) **54.** 10 (33 + 81)

Usa la recta numérica para ordenar los siguientes números enteros:

55. 5, 10, 1, 3 **56.** 3, 5, 7, -6, 2, 1 **57.** -3, -10, 5, -9 **58.** 1, -1, 8, -8

CAPÍTULO

1–2

Cómo sumar enteros

Aprender a sumar enteros

Los integrantes de un curso de séptimo básico de un colegio querían reunir dinero para hacer un viaje al final del curso escolar. Empezaron por estimar sus ingresos y gastos.

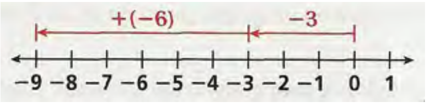
Los ingresos son positivos y los gastos, negativos. Al sumar todos tus ingresos y gastos, puedes hallar tus ganancias o pérdidas totales.

Una manera de sumar enteros es usar una recta numérica.

EJEMPLO 1

Sumar enteros usando la recta numérica

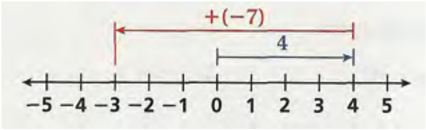
A $-3 + (-6)$



Empieza en 0. Muévete hacia la izquierda 3 unidades. Luego, muévete hacia a la izquierda 6 unidades más.

$-3 + (-6) = -9$

B $4 + (-7)$



Empieza en 0. Muévete hacia la derecha 4 unidades. Luego, muévete hacia la izquierda 7 unidades.

$4 + (-7) = -3$

También puedes usar el valor absoluto para sumar enteros.

Cómo sumar enteros

Para sumar dos enteros con el mismo signo, halla la suma de sus valores absolutos. Usa el signo de los dos enteros.

Para sumar dos enteros con diferente signo, halla la diferencia de sus valores absolutos. Usa el signo del entero que tenga el mayor valor absoluto.

Inverso aditivo y neutro en la suma de números enteros

Cuando se suman dos números con diferentes signos e igual valor absoluto, el resultado es 0 y se considera que uno es el **inverso aditivo** del otro.

Cuando a cualquier número entero se suma 0 el resultado es el propio número entero. 0 es el **neutro** en la suma de números enteros.

EJEMPLO 2

Sumar enteros usando valores absolutos

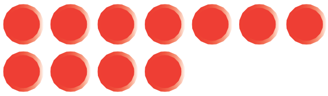
Halla cada suma. Puedes usar fichas de colores: cada ficha amarilla representa +1 y cada ficha roja representa -1.

A $-7 + (-4)$

Los signos son los **mismos**. Halla la **suma** de los valores absolutos.

$-7 + (-4)$ *Razona: $7 + 4 = 11$.*

-11 *Usa el signo de los dos enteros.*

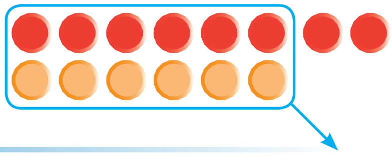


B $-8 + 6$

Los signos son diferentes. Halla la diferencia de los valores absolutos.

$-8 + 6$ *Razona: $8 - 6 = 2$.*

-2 *Usa el signo del entero con el mayor valor absoluto.*



EJEMPLO 3

Evaluar expresiones con enteros

Evalúa $a + b$ para $a = 6$ y $b = -6$.

$a + b$ *Sustituye a por 6 y b por –6.*

$6 + (-6)$ *Los signos son **diferentes**. pero el valor absoluto es el mismo.*

Razona: $+6 - 6 = 0$ 6 es el inverso aditivo de –6.

0 *Usa el signo del entero que tenga el mayor valor absoluto (**negativo**).*

EJEMPLO 4

El ingreso de clientes a una empresa de lavado de automóviles fue de 300 autos, y 25 reclamaron por el servicio. Usa la suma de enteros para encontrar la cantidad de clientes conformes.

$300 + (-25)$ *Usa el signo negativo para el número de reclamos.*

$300 - 25$ *Encuentra la diferencia de los valores absolutos.*

275 *El resultado es positivo.*

La empresa tuvo 275 clientes conformes.

Razonar y comentar

1. **Explica** si $-7 + 2$ es lo mismo que $7 + (-2)$.
2. **Usa** la propiedad conmutativa para escribir una expresión equivalente a $3 + (-5)$.

1–2 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Usa una recta numérica para hallar cada suma.**

1. 9 + 3 **2.** –4 + (–2) **3.** 7+ (–9) **4.** –3 + 6

Ver ejemplo **2** **Halla cada suma.**

5. 7 + 8 **6.** –1 + (–12) **7.** –25 + 10 **8.** 31 + (–20)

Ver ejemplo **3** **Evalúa $a + b$ para los valores dados.**

9. $a = 5, b = -17$ **10.** $a = 8, b = -8$ **11.** $a = -4, b = -16$

Ver ejemplo **4** **12.** Un equipo de atletas avanza 8 minutos en una carrera y luego pierde 13 minutos en la siguiente. Usa la suma de enteros para hallar la cantidad total de minutos que hizo el equipo.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Usa una recta numérica para hallar cada suma.**

13. –16 + 7 **14.** –5 + (–1) **15.** 4 + 9 **16.** –7 + 8

17. 10+ (–3) **18.** –20 + 2 **19.** –12 + (–5) **20.** –9 + 6

Ver ejemplo **2** **Halla cada suma.**

21. –13 + (–6) **22.** 14 + 25 **23.** –22 + 6 **24.** 35 + (–50)

25. –81 + (–7) **26.** 28 + (–3) **27.** –70 + 15 **28.** –18 + (–62)

Ver ejemplo **3** **Evalúa $c + d$ para los valores dados.**

29. $c = 6\ ;\ d = -20$ **30.** $c = -8;\ d = -21$ **31.** $c = -45;\ d = 32$

Ver ejemplo **4** **32.** La temperatura descendió 9 ºC en 6 horas. La temperatura final fue –2 ºC. ¿Cuál fue la temperatura inicial?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Suma.

33. –8 + (–5) **34.** 14 + (–7) **35.** –41 + 15

36. –22 + (–18) +22 **37.** 27 + (–29) + 16 **38.** –30 + 71 + (–70)

Compara. Escribe <, > o =.

39. –23 + 18 ■ –41 **40.** 59 + (–59) ■ 0 **41.** 31 + (–20) ■ 9

42. –24+ (–24) ■ 48 **43.** 25 + (–70) ■ –95 **44.** 16 + (–40) ■ –24

45. Carlos hizo depósitos de $ 4 500, $1 800 y $ 2 700 en su cuenta corriente. Luego, hizo cheques por $ 2 100 y $ 9 300. Escribe una expresión que muestre el cambio en la cuenta de Carlos. Luego reduce la expresión.

CONEXIÓN

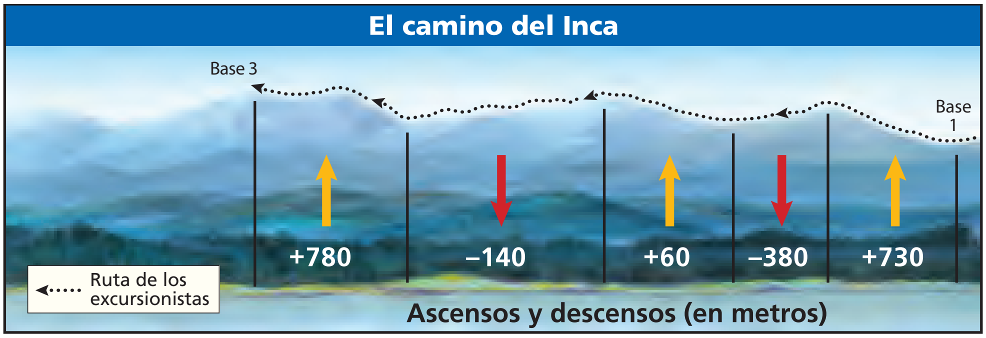
Recreación

El Camino del Inca se encuentra en Perú, y une la ciudad de El Cuzco con Machu Picchu. Es solo una parte de la red vial incaica, que incluso llega al Norte de Chile.

Evalúa cada expresión para $w = -12$, $x = 10$ e, $y = -7$

46. $7 + y$ **47.** $-4 + w$ **48.** $w + y$ **49.** $x + y$ **50.** $w + x$

51. **Recreación** Unos excursionistas que iban por el Camino del Inca acamparon por la noche en la base 1, a una altura de 945 metros sobre el nivel del mar. Luego, caminaron a través del sendero hasta la base 3, que se encuentra en uno de los lugares más altos del camino. Usa el diagrama para determinar la altura de la base 3.



52. **Varios pasos** Héctor y Luis están jugando. En el juego, cada jugador empieza con 0 puntos y gana el que tenga más puntos al final. Héctor gana 5 puntos, pierde 3, pierde 2 y luego gana 3. Luis pierde 5 puntos, gana 1, gana 5 y luego pierde 3. Determina los puntajes finales haciendo un modelo del problema en una recta numérica. Indica quién gana el juego y por cuánto.

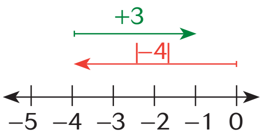
53. **¿Cuál es la pregunta?** La temperatura fue −8 °C a las 6 a.m. y aumentó 15 °C para las 9 a.m. La respuesta es 7 °C. ¿Cuál es la pregunta?

54. **Escríbelo** Compara el método para sumar enteros con el mismo signo y el método para sumar enteros con signos diferentes.

55. **Desafío** Una empresa tuvo pérdidas por $ 225 millones, $ 75 millones y $ 375 millones, y ganancias por $ 15 millones y $ 125 millones. Si las ganancias son positivas y las pérdidas negativas, ¿cuál fue la ganancia o la pérdida total?

Repaso

56. ¿Qué expresión representa el modelo?



Ⓐ $-4 + (-1)$ Ⓑ $-4 + 0$ Ⓒ $-4 + 3$ Ⓓ $-4 + 4$

57. ¿Qué expresión tiene el mayor valor?

Ⓐ $-4 + 8$ Ⓑ $-2 + (-3)$ Ⓒ $1 + 2$ Ⓓ $4 + (-6)$

Resuelve

58. $2 + 5 \cdot 2 - 3$ **59.** $33 - (6 \cdot 4) + 1$ **60.** $30 - 5 \cdot (3 + 2)$ **61.** $15 - 3 - 22 + 1$

Compara. Escribe <, > o =.

62. −14 ■ −12 **63.** | −4 | ■ 3 **64.** | −6 | ■ 6 **65.** −9 ■ −11

CAPÍTULO

1–3

Cómo restar enteros

Aprender a restar enteros.

Vocabulario

diferencia

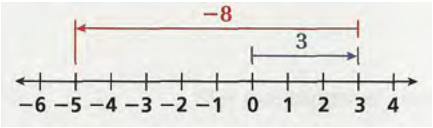
Durante el vuelo, un transbordador espacial puede estar expuesto a temperaturas tan bajas como –157 °C y tan altas como 1 685 °C.

Para hallar la **diferencia** entre estas temperaturas, debes saber cómo restar enteros con signos diferentes.

Puedes hacer una representación de la diferencia entre dos enteros usando una recta numérica. Cuando restas un número positivo, la diferencia es *menor* que el número original, por lo tanto, debes moverte hacia la *izquierda*. Para restar un número negativo, muévete hacia la *derecha*.

EJEMPLO 1 Restar enteros usando la recta numérica

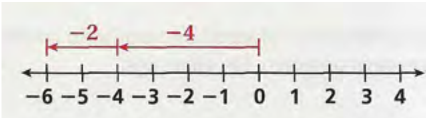
A $3 - 8$



Empieza en 0. Muévete 3 unidades hacia la derecha. Para restar 8, muévete hacia la izquierda.

$3 - 8 = 5$

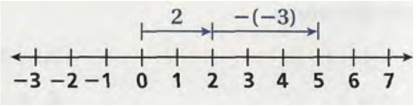
B $-4 - 2$



Empieza en 0. Muévete 4 unidades hacia la izquierda. Para restar 2, muévete hacia la izquierda.

$-4 - 2 = -6$

C $2 - (-3)$



Empieza en 0. Muévete 2 unidades hacia la derecha. Para restar –3, muévete hacia la derecha.

$2 - (-3) = 5$

Pista útil

Si el número que se está restando es menor que el número del que se resta, el resultado será positivo. Si el número que se está restando es mayor, el resultado será negativo.

La suma y la resta son operaciones inversas; se “cancelan” una a la otra. En lugar de restar un número, puedes *sumar su inverso aditivo.*

EJEMPLO 2 Restar enteros sumando el inverso aditivo

Halla cada diferencia.

A $5 - 9$

$5 - 9 = 5 + (-9)$ *Suma el inverso aditivo de 9.*

$= -4$

B $-9 - (-2)$

$-9 - (-2) = -9 + 2$ *Suma el inverso aditivo de –2.*

$= 7$

C $-4 - 3$

$-4 - 3 = -4 + (-3)$ *Suma el inverso aditivo de 3.*

$= -7$

EJEMPLO 3 Evaluar expresiones con enteros

Calcula $a - b$ para cada grupo de valores.

A $a = -6;\ b = 7$

$a - b$

$-6 - 7 = -6 + (-7)$ *Sustituye a y b.*

$= -13$ *Suma el inverso aditivo de 7.*

B $a = 14;\ b = -9$

$a - b$

$14 - (-9) = 14 + 9$ *Sustituye a y b.*

$= 23$ *Suma el inverso aditivo de –9.*

EJEMPLO 4 Aplicación a la temperatura

Halla la diferencia entre 1 685 °C y –157 °C, que son las temperaturas extremas que debe soportar el transbordador espacial.

$1\,685 - (-157)$

$1\,685 + 157 = 1\,842$ *Suma el inverso aditivo de –157.*

La diferencia en las temperaturas que debe soportar el transbordador es 1 842 °C.

Razonar y comentar

1. **Supongamos** que restas un entero negativo de otro. ¿El resultado será mayor o menor que el número con que empezaste?
2. **Indica** si puedes invertir el orden de los enteros al restar y aun así obtener el mismo resultado. ¿Por qué?

1–3 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Usa una recta numérica para encontrar cada diferencia.**

1. 4 – 7 **2.** –6 – 5 **3.** 2 – (–4) **4.** –8 – (–2)

Ver ejemplo 2 **Encuentra cada diferencia.**

5. 6 – 10 **6.** –3 – (–8) **7.** –1–9 **8.** –12 – (–2)

Ver ejemplo 3 **Calcula $a - b$ para cada conjunto de valores.**

9. $a = 5, b = -3$ **10.** $a = -10, b = -10$ **11.** $a = -8, b = -7$

Ver ejemplo 4 **12.** En 1980, en un lugar de Chile, la temperatura subió de –10 °C a 18 °C en siete minutos. ¿Cuánto aumentó la temperatura?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Usa una recta numérica para encontrar cada diferencia.**

13. 7 – 12 **14.** –5 – (–9) **15.** 2 – (–6) **16.** 7 – (–8)
17. 9 – (–3) **18.** –4 – 10 **19.** 8 – (–8) **20.** –3 – (–3)

2 **Resta.**

21. –22 – (–5) **22.** –4 – 21 **23** 27 – 19 **24.** –10 – (–7)
25. 30 – (–20) **26.** –15 – 15 **27.** 12 – (–6) **28.** –31 – 15

Ver ejemplo 3 **Evalúa $a — b$ para cada grupo de valores.**

29. $a = 9, b = -7$ **30.** $a = -11, b = 2$ **31.** $a = -2, b = 3$
32. $a = 8, b = 19$ **33.** $a = -10, b = 10$ **34.** $a = -4, b = -15$

Ver ejemplo 4 **35.** En una ciudad del centro de Chile, la temperatura subió de –4 °C a 28 °C en 12 horas. ¿Cuánto aumentó la temperatura?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Calcula.

36. 2 – 8 **37.** –5 – 9 **38.** 15 – 12 – 8
39. 6 + (–5) – 3 **40.** 1 – 8 + (–6) **41.** 4– (–7) –9
42. (2 – 3) – (5 – 6) **43.** 5 – (–8) – (–3) **44.** 10 – 12 + 2

Evalúa cada expresión para $m = -5$, $n = 8$ y $p = -14$.

45. $m - n + p$ **46.** $n - m - p$ **47.** $p - m - n$ **48.** $m + n - p$

49. Patrones Halla los tres números que siguen en el patrón 7, 3, –1, –5, –9,... Luego describe el patrón.

CONEXIÓN con la Astronomía


Las temperaturas del Sol van de 5 500 °C en la superficie a más de 15 millones de grados Celsius en el núcleo.

50. La temperatura de Mercurio puede alcanzar un máximo de 873 °C. La temperatura de Plutón es de aproximadamente –393 °C. ¿Cuál es la diferencia entre estas temperaturas?

51. Un lado de Mercurio siempre da al Sol. La temperatura de este lado puede alcanzar los 467 °C. La temperatura del otro lado puede llegar a un mínimo de –218 °C. ¿Cuál es la diferencia entre las dos temperaturas?

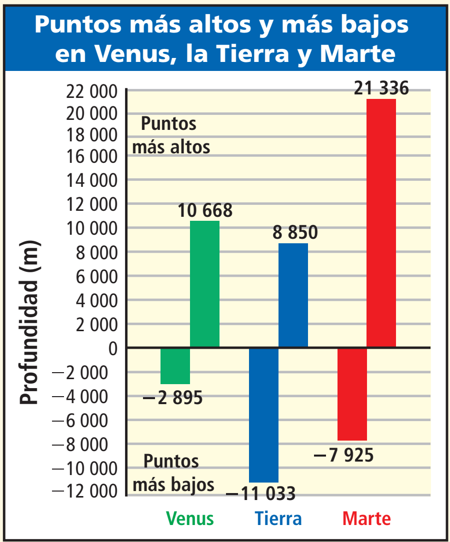
52. El lado de la Luna que da al Sol en un determinado momento puede alcanzar temperaturas tan altas como 107 °C. El lado opuesto al Sol puede alcanzar temperaturas tan bajas como –188 °C. ¿Cuál es la diferencia entre estas temperaturas?

53. La temperatura más elevada registrada en la Tierra es 58 °C. La más baja es –89 °C. ¿Cuál es la diferencia entre estas temperaturas?

Consulta la gráfica para resolver los ejercicios 54 y 55.

54. ¿Cuánto más profundo es el cañón más profundo de Marte que el cañón más profundo de Venus?

55. **Desafío** ¿Cuál es la diferencia entre la montaña más alta de la Tierra y su cañón marítimo más profundo? ¿Cuál es la diferencia entre la montaña más alta de Marte y su cañón más profundo? ¿Qué diferencia es mayor? ¿Por cuánto?


Puntos más altos y más bajos en Venus, la Tierra y Marte

Repaso

56. ¿Qué expresión NO tiene un valor de –3?

Ⓐ –2 – 1 Ⓑ 10 – 13 Ⓒ 5 – (–8) Ⓓ –4 – (–1)

57. Si $m = -2$ y $n = 4$, ¿qué expresión tiene el menor valor absoluto: $m + n$, $n - m$ o $m - n$? Explica tu respuesta.

Evalúa cada expresión para los valores dados de las variables.

58. $3x - 5$ para $x = 2$

59. $2n + n$ para $n = 1$

60. $4y^2 - 3y$ para $y = 2$

61. $4a + 7$ para $a = 3$

62. $x^2 + 9$ para $x = 1$

63. $5z + z^2$ para $z = 3$

64. En tres partidos, un equipo de fútbol hizo 10 goles, recibió 22 goles y luego hizo 15 goles más. Usa la suma de enteros para hallar la cantidad total de goles que hizo el equipo en los tres partidos.

CAPÍTULO 1

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 1–1 a 1–3

1–1 Enteros

Compara los enteros. Usa < o >.

1. 5 ■ -8 **2.** -2 ■ -6 **3.** -4 ■ 3

4. Usa una recta numérica para ordenar los enteros −7, 3, 6, −1, 0, 5, −4 y 7 del menor al mayor.

Usa una recta numérica para hallar cada valor absoluto.

5. $|-23|$ **6.** $|17|$ **7.** $|-10|$

8. En una fábrica de helados se midió la temperatura de la cámara de frío en 4 momentos del día. A las 09:00 habían −12 °C; a las 12:00, habían −16 °C; a las 16:00, habían −9 °C y a las 18:00 habían −15 °C. Ordena las temperaturas de la menor a la mayor.

1–2 Cómo sumar enteros

Halla cada suma.

9. $-6 + 3$ **10.** $5 + (-9)$ **11.** $-7 + (-11)$

Evalúa $p + t$ para los valores dados.

12. $p = 5$; $t = -18$ **13.** $p = -4$; $t = -13$ **14.** $p = -37$; $t = 39$

15. Un recepcionista registró la cantidad de personas que entraban y salían de un edificio en dos horas. Contó 59 personas que entraron y 26 que salieron. Sin contarlo a él, que estaba fuera, y considerando que al inicio del conteo no había nadie en el edificio, ¿cuántas personas quedan en el edificio, al final del registro?

1–3 Cómo restar enteros

Resta.

16. $-21 - (-7)$ **17.** $9 - (-11)$ **18.** $6 - 17$

19. Una persona va desde una mina a 240 metros de profundidad, hasta un cerro que tiene 673 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuántos metros subió la persona en total?

20. Un buzo de la VIII región acostumbra a sumergirse en el mar para encontrar algunos erizos y moluscos. En la primera inmersión bajó 7 metros, y en la segunda inmersión bajó 4 metros más. Si después subió a un barco que tiene una cubierta que está a 8 metros sobre el nivel del mar, ¿cuál es la distancia en metros entre el lugar más profundo que estuvo y la cubierta del barco?

Enfoque en resolución de problemas

Haz un plan

- **Elige un método de cálculo**

Cuando sabes qué operación debes usar y sabes exactamente qué números usar, una calculadora podría ser la forma más sencilla de resolver un problema. A veces, como cuando los números son pequeños o son múltiplos de 10, puede ser más rápido usar el cálculo mental.

A veces, tienes que escribir los números para ver cómo se relacionan en una ecuación. Cuando resuelves una ecuación, usar papel y lápiz es el método más sencillo porque puedes ver cada paso a medida que avanzas.

Para cada problema, indica si usarías una calculadora, el cálculo mental o papel y lápiz para resolverlo. Explica tu respuesta. Luego resuelve los problemas.

1. Un grupo de niñas scout junta latas de aluminio para recaudar fondos para una obra de beneficencia. Su meta es juntar 3 000 latas en 6 meses. Si se proponen juntar una cantidad igual de latas cada mes, ¿cuántas latas esperan juntar cada mes?

2. La mina de Chuquicamata tiene aproximadamente 3 500 metros de ancho. Un edificio de tres pisos, mide aproximadamente 7,5 metros de ancho. ¿Cuántos edificios de 3 pisos, puestos horizontalmente uno al lado del otro, cabrían en el espacio más ancho de la mina de Chuquicamata?

3. En el teclado del piano, todas las teclas negras, menos una, están dispuestas en grupos de modo que hay 7 grupos de 2 teclas negras cada uno y 7 grupos de 3 teclas negras cada uno. ¿Cuántas teclas negras tiene un piano?

4. Algunos carillones como el de la foto están formados por varillas. Las varillas tienen diferentes longitudes y producen diferentes sonidos. La frecuencia (que determina el tono) del sonido se mide en hertz (Hz). Si una varilla de un carillón tiene una frecuencia de 55 Hz y otra varilla tiene una frecuencia dos veces mayor que la primera, ¿cuál es la frecuencia de la segunda varilla?

CAPÍTULO

1–4

Cómo identificar y escribir proporciones

Aprender a hallar razones equivalentes y a identificar proporciones.

Vocabulario

razones equivalentes
proporción
proporcionalidad directa
proporcionalidad inversa

Los estudiantes de la clase de matemáticas se miden el ancho a y la longitud l de la cara. La razón de l a a es de 6 cm a 4 cm en el caso de Leonor y de 21 cm a 14 cm en el caso de Patricio.

Estas razones pueden escribirse como $\frac{6}{4}$ y $\frac{21}{14}$. Como ambas razones se simplifican a $\frac{3}{2}$, son equivalentes. Las **razones equivalentes** son razones que identifican la misma comparación.

Una igualdad con la que se indica que dos razones son equivalentes se llama **proporción**. En la proporción siguiente se indica que las razones $\frac{6}{4}$ y $\frac{21}{14}$ son equivalentes.

$$\frac{6}{4} = \frac{21}{14}$$

Leer matemáticas

La proporción

$$\frac{6}{4} = \frac{21}{14}$$

se lee de la siguiente manera: “seis es a cuatro como veintiuno es a catorce”.

Si dos razones son equivalentes, se dice que son *proporcionales* una respecto de otra o que están en *proporción*.

Si al aumentar una razón, la otra también lo hace, hablamos de **proporcionalidad directa**. Por el contrario, si al aumentar una razón, la otra disminuye, hablamos de **proporcionalidad inversa**.

EJEMPLO **1**

Comparar razones en su mínima expresión

Determina si las razones son proporcionales.

A $\frac{2}{7}, \frac{6}{21}$

$\frac{2}{7}$ — *$\frac{2}{7}$ ya está en su mínima expresión.*

$\frac{6}{21} = \frac{6:3}{21:3} = \frac{2}{7}$ — *Simplifica $\frac{6}{21}$*

Como $\frac{2}{7} = \frac{2}{7}$, las razones son proporcionales.

B $\frac{8}{24}, \frac{6}{20}$

$\frac{8}{24} = \frac{8:8}{24:8} = \frac{1}{3}$ — *Simplifica $\frac{8}{24}$*

$\frac{6}{20} = \frac{6:2}{20:2} = \frac{3}{10}$ — *Simplifica $\frac{6}{20}$*

Como $\frac{1}{3} \neq \frac{3}{10}$, las razones no son proporcionales.

EJEMPLO 2

Comparar razones mediante un denominador común

Usa los datos de la tabla para determinar si las razones de avena a agua son proporcionales en las dos porciones de avena.

Porciones de avena	Tazas de avena	Tazas de agua
8	2	4
12	3	6

Escribe las razones de avena a agua para 8 y 12 porciones.

Razón de avena a agua, 8 porciones: $\frac{2}{4}$ *Escribe la razón como fracción.*

Razón de avena a agua, 12 porciones: $\frac{3}{6}$ *Escribe la razón como fracción.*

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{12}{24}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{12}{24}$$

Escribe las razones con un denominador común, como 24.

Como las dos razones son iguales a $\frac{12}{24}$, son proporcionales.

Puedes encontrar una razón equivalente al multiplicar el numerador y el denominador de una razón por el mismo número o al dividirlos entre el mismo número.

EJEMPLO 3

Hallar razones equivalentes y escribir proporciones

Halla una razón equivalente a cada razón. Luego usa las razones para escribir una proporción.

A $\frac{8}{14}$

$$\frac{8}{14} = \frac{8 \cdot 20}{14 \cdot 20} = \frac{160}{280}$$

Multiplica ambos términos por un factor común, como 20.

$$\frac{8}{14} = \frac{160}{280}$$

Escribe una proporción

B $\frac{4}{18}$

$$\frac{4}{18} = \frac{4 : 2}{18 : 2} = \frac{2}{9}$$

Divide ambos términos por un factor común, como 2.

$$\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

Escribe una proporción

CONEXIÓN Ciencias Sociales

Las razones de los tamaños de los segmentos de una concha de nautilo son aproximadamente iguales a la *razón áurea*, 1,618... Esta razón se encuentra en muchos lugares de la naturaleza.

Razonar y comentar

1. **Explica** por qué las razones del Ejemplo 1B no son proporcionales.
2. **Describe** qué significa que las razones sean proporcionales.
3. **Da un ejemplo** de proporción. Luego indica cómo sabes que es una proporción.

1–4 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Determina si las razones son proporcionales.**

1. $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}$ **2.** $\frac{5}{10}, \frac{8}{18}$ **3.** $\frac{9}{12}, \frac{15}{20}$ **4.** $\frac{3}{4}, \frac{8}{12}$

Ver ejemplo **2** **5.** $\frac{10}{12}, \frac{15}{18}$ **6.** $\frac{6}{9}, \frac{8}{12}$ **7.** $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ **8.** $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}$

Ver ejemplo **3** **Encuentra una razón equivalente a cada razón. Luego usa las razones para escribir una proporción.**

9. $\frac{1}{3}$ **10.** $\frac{9}{21}$ **11.** $\frac{8}{3}$ **12.** $\frac{10}{4}$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Determina si las razones son proporcionales.**

13. $\frac{5}{8}, \frac{7}{14}$ **14.** $\frac{8}{24}, \frac{10}{30}$ **15.** $\frac{18}{20}, \frac{81}{180}$ **16.** $\frac{15}{20}, \frac{27}{35}$

Ver ejemplo **2** **17.** $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$ **18.** $\frac{18}{12}, \frac{15}{10}$ **19.** $\frac{7}{8}, \frac{14}{24}$ **20.** $\frac{18}{54}, \frac{10}{30}$

Ver ejemplo **3** **Halla una razón equivalente a cada razón. Luego usa las razones para escribir una proporción.**

21. $\frac{5}{9}$ **22.** $\frac{27}{60}$ **23.** $\frac{6}{15}$ **24.** $\frac{121}{99}$

25. $\frac{11}{13}$ **26.** $\frac{5}{22}$ **27.** $\frac{78}{104}$ **28.** $\frac{27}{72}$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Completa cada tabla de razones equivalentes.

29.

peces ángel	4	8	■	20
peces tigre	■	6	18	■

30.

cuadrados	2	4	6	8
círculos	■	16	■	■

Halla dos razones equivalentes a cada razón.

31. 3 a 7 **32.** 6 : 2 **33.** $\frac{5}{12}$ **34.** 8 : 4

35. 6 a 9 **36.** $\frac{10}{50}$ **37.** 10 : 4 **38.** 1 a 10

39. **Ecología** Si reciclas una lata de aluminio, ahorras suficiente energía para mantener un televisor encendido durante cuatro horas.

a. Escribe la razón de latas a horas.

b. La clase de Martín recicló suficientes latas de aluminio para mantener un televisor encendido durante 2 080 horas. ¿Reciclaron 545 latas? Justifica tu respuesta con razones equivalentes.

40. **Razonamiento crítico** La razón de niñas a niños que viajan en un bus es 15:12. Si en la próxima parada desciende la misma cantidad de niñas y niños, ¿sigue siendo 15:12 la razón de niñas a niños? Explica.

41. **Razonamiento crítico** Escribe todas las proporciones posibles usando solo los números 1, 2 y 4.

42. El año pasado, en una escuela de Temuco, la razón de estudiantes a profesores era 22:1. Escribe una razón equivalente para mostrar cuántos estudiantes y maestros puede haber habido en la escuela de Temuco.

43. **Biología** Los estudiantes de una clase de biología estudiaron cuatro lagunas para ver si habitaban peces y ranas en el área.

   a. ¿Cuál fue la razón de peces a ranas en la laguna 1?

   b. ¿En qué dos lagunas la razón de peces a ranas fue igual?

Laguna	Cantidad de peces	Cantidad de ranas
Laguna 1	8	5
Laguna 2	15	10
Laguna 3	3	2
Laguna 4	2	7

44. Marcos ganó $ 23 000 por 40 horas de trabajo. Felipe ganó $ 19 200 por 32 horas de trabajo. ¿Son proporcionales estas tasas de sueldo? Explica.

45. **¿Dónde está el error?** Un estudiante escribió la proporción $\frac{13}{20} = \frac{26}{60}$. ¿Qué error cometió?

46. **Escríbelo** Explica dos formas diferentes de determinar si dos razones son proporcionales.

47. **Desafío** Un paracaidista saltó desde un avión. Después de 0,8 segundos, cayó 300 m. Después de 3,1 segundos, cayó 150 m. ¿La razón a la que cayó los primeros 300 m (en metros por segundo) es igual a la razón en los siguientes 150 m? Explica.

Repaso

48. ¿Qué razón NO es equivalente a $\frac{32}{48}$?

Ⓐ $\frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{8}{12}$ Ⓒ $\frac{64}{96}$ Ⓓ $\frac{128}{144}$

49. ¿Qué razón puede formar una proporción con $\frac{5}{6}$?

Ⓐ $\frac{13}{18}$ Ⓑ $\frac{25}{36}$ Ⓒ $\frac{70}{84}$ Ⓓ $\frac{95}{102}$

Divide.

50. 14,35 : 0,7
51. –9 : 2,4
52. 12 505 : 3,05
53. 427 : (–5,6)

Compara. Escribe <, > o =.

54. 3 : 5 ■ 12 : 15
55. 33 : 66 ■ 1 : 3
56. 9 : 24 ■ 3 : 8
57. 15 : 7 ■ 8 : 3

CAPÍTULO

1–5

Cómo resolver proporciones

Aprender a resolver proporciones mediante productos cruzados.

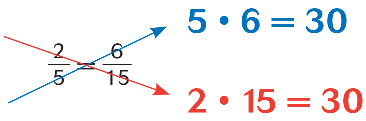
Vocabulario

producto cruzado

La densidad es una propiedad física de los cuerpos que relaciona la cantidad de materia que contiene y el volumen que ésta ocupa. Si te dan la densidad del hielo, puedes resolver una proporción para hallar la masa de 3 mL de hielo.

El hielo flota en el agua porque la densidad del hielo es menor que la densidad del agua.

Para dos razones, el producto del primer término de una razón y el segundo término de la otra es un **producto cruzado**. Si los productos cruzados de las razones son iguales, entonces las razones forman una proporción.



Teorema fundamental de las proporciones

En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (que se lee *a* es a *b* como *c* es a *d*), donde $b \neq 0$ y $d \neq 0$, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Si *a*, *b*, *c*, *d* son los términos de una proporción, *a* y *d* se consideran los extremos de la proporción y *b* y *c* los medios de la proporción. Entonces se cumple que:

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Puedes usar el producto cruzado para resolver proporciones con variables.

EJEMPLO 1

Resolver proporciones mediante productos cruzados

Usa los productos cruzados para resolver la proporción $\frac{p}{6} = \frac{10}{3}$.

$\frac{p}{6} = \frac{10}{3}$

$10 \cdot 6 = p \cdot 3$ *Los productos cruzados son iguales.*

$60 = 3p$ *Multiplica.*

$\frac{60}{3} = \frac{3p}{3}$ *Divide cada lado por 3.*

$20 = p$

Es importante plantear correctamente las proporciones. Cada razón debe comparar cantidades correspondientes del mismo orden. Supongamos que un bote navega 16 km en 4 horas y 8 km en *x* horas, a la misma velocidad. Cualquiera de estas proporciones puede representar la situación.

viaje 1 → $\frac{16 \text{ km}}{4 \text{ h}} = \frac{8 \text{ km}}{p \text{ h}}$ ← viaje 2

$\frac{16 \text{ km}}{8 \text{ km}} = \frac{4 \text{ h}}{x \text{ h}}$ ← viaje 1 ← viaje 2

EJEMPLO 2

RESOLUCIÓN DE PROBLEMA

Aplicación a la resolución de problemas

La densidad del hielo es 0,92 g/mL. ¿Cuál es la masa de 3 mL de hielo?

1 Comprende el problema

Vuelve a escribir la pregunta como enunciado.

- Halla la masa, en gramos, de 3 mL de hielo.

Haz una lista con la **información importante**:

- densidad $= \frac{\text{masa (g)}}{\text{volumen (mL)}}$
- densidad del hielo $= \frac{0{,}92\text{ g}}{1\text{ mL}}$

2 Haz un plan

Usa la información que se da para establecer una proporción. Sea *m* la masa de 3 mL de hielo.

$$\frac{0{,}92\text{ g}}{1\text{ mL}} = \frac{m}{3\text{ mL}} \begin{array}{l} \leftarrow \textit{masa} \\ \leftarrow \textit{volumen} \end{array}$$

3 Resuelve

Resuelve la proporción.

$$\frac{0{,}92}{1} = \frac{m}{3}$$ *Escribe la proporción.*

$$m \cdot 1 = 0{,}92 \cdot 3$$ *Los productos cruzados son iguales.*

$$m = 2{,}76$$ *Multiplica.*

La masa de 3 mL de hielo es 2,76 g.

4 Repasa

Como la densidad del hielo es 0,92 g/mL, cada mililitro de hielo tiene una masa un poco menor que 1 g. Por lo tanto, 3 mL de hielo deben tener una masa un poco menor que 3 g. Como 2,76 g es un poco menor que 3 g, la respuesta es razonable.

Razonar y comentar

1. **Explica** cómo el método del producto cruzado puede ayudarte a recordar cómo se resuelve una proporción.
2. **Describe** el error en estos pasos: $\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$; $2x = 36$; $x = 18$.
3. **Muestra** cómo usar productos cruzados para decidir si las razones 6 : 45 y 2 : 15 son proporcionales.

1–5 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1**

Usa productos cruzados para resolver cada proporción.

1. $\frac{6}{10} = \frac{36}{x}$ **2.** $\frac{4}{7} = \frac{5}{p}$ **3.** $\frac{12{,}3}{m} = \frac{75}{100}$ **4.** $\frac{t}{42} = \frac{1{,}5}{3}$

Ver ejemplo **2**

5. Un montón de 2 450 billetes de $1 000 pesa 2,5 kg. ¿Cuánto pesa un montón de 1 470 billetes de $1 000?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1**

Usa productos cruzados para resolver cada proporción.

6. $\frac{4}{36} = \frac{x}{180}$ **7.** $\frac{7}{84} = \frac{12}{h}$ **8.** $\frac{3}{24} = \frac{r}{52}$ **9.** $\frac{5}{140} = \frac{12}{v}$

10. $\frac{45}{x} = \frac{15}{3}$ **11.** $\frac{t}{6} = \frac{96}{16}$ **12.** $\frac{2}{5} = \frac{s}{12}$ **13.** $\frac{14}{n} = \frac{5}{8}$

Ver ejemplo **2**

14. El euro es la moneda usada por los países de la Unión Europea (Francia, Alemania, España, Italia, Luxemburgo, Austria, entre otros). Las monedas de euro tienen ocho denominaciones. Una denominación es la moneda de un euro, que vale 100 centavos. Una pila de 10 monedas de un euro tiene una altura de 21,25 milímetros. ¿Qué altura tendría una pila de 45 monedas de un euro? Redondea tu respuesta al centésimo de milímetro más cercano.

15. Hay 555 mililitros de sopa en una lata. Esto es equivalente a 524 gramos. Si Ana tiene 270 mililitros de sopa, ¿cuántos gramos tiene?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resuelve las proporciones:

16. $\frac{4}{h} = \frac{12}{24}$ **17.** $\frac{x}{15} = \frac{12}{90}$ **18.** $\frac{39}{4} = \frac{t}{12}$ **19.** $\frac{5{,}5}{6} = \frac{16{,}5}{w}$

20. $\frac{1}{3} = \frac{y}{25.5}$ **21.** $\frac{18}{x} = \frac{1}{5}$ **22.** $\frac{m}{4} = \frac{175}{20}$ **23.** $\frac{8{,}7}{2} = \frac{q}{4}$

24. $\frac{r}{84} = \frac{32{,}5}{182}$ **25.** $\frac{76}{304} = \frac{81}{k}$ **26.** $\frac{9}{500} = \frac{p}{2\,500}$ **27.** $\frac{5}{j} = \frac{6}{19{,}8}$

28. Cierto tono de color se logra al mezclar 5 partes de pintura azul con 2 partes de pintura blanca. Para obtener el tono correcto, ¿cuántos cuartos de pintura blanca deben mezclarse con 8,5 cuartos de pintura azul?

29. **Medición** Si colocas un objeto que pesa 40 gramos en un lado de una balanza, tendrías que poner aproximadamente 18 monedas de $10 en el otro lado para equilibrar la balanza. ¿Aproximadamente cuántas monedas de diez pesos equilibrarían el peso de un objeto de 50 gramos?

30. Sandra condujo 126,2 km en 2 horas a una velocidad constante. Usa una proporción para hallar cuánto tiempo le llevaría conducir 189,3 km a la misma velocidad.

31. **Varios pasos** En junio, hay 325 acampantes y 26 visitas en un campamento. En julio, se van 265 acampantes y llegan 215 acampantes nuevos. ¿Cuántas visitas debe haber en el campamento en julio para mantener una razón equivalente de acampantes a visitas?

En tu cuaderno ordena cada grupo de números para formar una proporción.

32. 10, 6, 30, 18

33. 4, 6, 10, 15

34. 12, 21, 7, 4

35. 75, 4, 3, 100

36. 30, 42, 5, 7

37. 5, 90, 108, 6

38. **Biología** El lunes, una bióloga marina tomó una muestra al azar de 50 peces de un estanque y los identificó con una marca. El martes, tomó una nueva muestra de 100 peces. Entre éstos había 4 que había identificado el lunes.

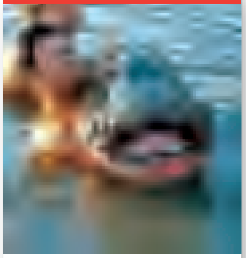
a. ¿Qué comparación representa la razón $\frac{4}{100}$?

b. ¿Qué razón representa la cantidad de peces identificados el lunes a la cantidad total de peces en el estanque?

c. Usa una proporción para estimar la cantidad de peces en el estanque.

CONEXIÓN

Ciencias Biológicas



¡Este pez gigante mide 2,48 metros de largo y pesa 112 kg! Lo atraparon y volvieron a soltar en el rio Ebro, cerca de Barcelona, España.

39. **Química** En la tabla se muestra el tipo y la cantidad de átomos que hay en una molécula de ácido cítrico. Usa una proporción para hallar la cantidad de átomos de oxígeno en 15 moléculas de ácido cítrico.

Composición del ácido cítrico

Tipo de átomo	Cantidad de átomos
Carbono	6
Hidrógeno	8
Oxígeno	7

40. **Ciencias** Puedes hallar la distancia a la que estás de una tormenta contando los segundos que pasan entre un relámpago y el trueno. Por ejemplo, si la diferencia de tiempo es 21 s, entonces la tormenta está a 7 km de distancia. ¿A qué distancia está una tormenta si la diferencia de tiempo es 9 s?

41. **¿Cuál es la pregunta?** 900 gramos de pescado salteado contienen 20 gramos de proteínas. Si la respuesta es 2 100 gramos, ¿cuál es la pregunta?

42. **Escríbelo** Da un ejemplo de tu propia vida que pueda describirse mediante una razón. Luego, indica cómo te da información adicional una proporción.

43. **Desafío** Usa la propiedad de igualdad de la multiplicación y la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ para demostrar que el método del producto cruzado funciona para todas las proporciones. Comenta tu respuesta con tus compañeros.

Repaso

44. ¿Qué proporción es verdadera?

Ⓐ $\frac{4}{8} = \frac{6}{10}$

Ⓑ $\frac{2}{7} = \frac{10}{15}$

Ⓒ $\frac{7}{14} = \frac{15}{30}$

Ⓓ $\frac{16}{25} = \frac{13}{18}$

45. Halla una razón para completar la proporción $\frac{2}{3} = \frac{?}{?}$ de modo que los productos cruzados sean iguales a 12. Representa gráficamente en tu cuaderno tu respuesta en forma de fracción.

Resuelve.

46. 16,21 – 14,87

47. 3,82 • (–4,97)

48. –8,7 • (–20,1)

Halla cada valor unitario.

49. 128 kms en 2 horas

50. 9 libros en 6 semanas

51. $11 400 en 12 horas

CAPÍTULO

1–6

Multiplicación y división de fracciones

Aprender a multiplicar y dividir fracciones

Vocabulario

mínima expresión
numerador
denominador
inverso multiplicativo
m.c.d.

Los estudiantes de 7° básico de una escuela de la octava región están fabricando ladrillos para un proyecto de acción social que tiene la escuela. Del total de los ladrillos, $\frac{2}{3}$ se secaron sin agrietarse. De esos ladrillos, $\frac{1}{4}$ miden 5 centímetros de espesor. ¿Qué fracción del total de los ladrillos no tienen grietas y miden 5 centímetros de espesor?

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{2}{12}$$ redúcela a su mínima expresión

$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Entonces, $\frac{1}{6}$ del total de los ladrillos no tiene grietas y mide 5 centímetros de espesor.

Por lo tanto, para multiplicar fracciones debes multiplicar los numeradores y luego multiplicar los denominadores.

Para dividir fracciones es necesario usar el **inverso multiplicativo**. El **inverso multiplicativo** de un número x es un número y con la condición que el producto entre ellos sea 1, es decir, $x \cdot y = 1$.

El **inverso multiplicativo** de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$ porque $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

EJEMPLO **1**

Reduce las fracciones antes de multiplicar

Encuentra $\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{10}$.

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{10}$$

Busca un numerador y un denominador con factores comunes. Halla el m.c.d.

El m.c.d. de 6 y 9 es 3.

$$\frac{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{9}}{10} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 10} = \frac{3}{20}$$

Divide 6 y 9 entre el m.c.d. 3. Multiplica.

EJEMPLO 2

Usa el inverso multiplicativo

Divide $\frac{5}{7} : \frac{6}{8}$.

$\frac{5}{7} : \frac{6}{8} = \frac{5}{7} \cdot \frac{8}{6} = \frac{40}{42}$ *Para calcular el cociente entre dos fracciones se multiplica el dividendo con el inverso multiplicativo del divisor.*

$\frac{40}{42} : \frac{2}{2} = \frac{20}{21}$ *Reduce el resultado a su mínima expresión si es posible.*

EJEMPLO 3

Aplicación a la Geometría

Para calcular el área de un triángulo usamos la fórmula:

$A = \frac{1}{2} \cdot (a \cdot b) = \frac{(b \cdot h)}{2}$.

Usa la fórmula para calcular el área de un triángulo de base 3 cm y altura 6 cm.

$A = \frac{1}{2} \cdot (a \cdot b) =$ *Sustituye las letras por los datos dados*

$A = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 3) =$ *Desarrolla dentro de los paréntesis*

$A = \frac{1}{2} \cdot (18) =$ *Multiplica*

$A = \frac{1 \cdot 18}{2 \cdot 1} =$ *Resuelve*

$A = \frac{18}{2} =$

$A = 9$ *El área del triángulo es 9 cm^2*

Razonar y comentar

1. **Explica** cómo usar el inverso multiplicativo para dividir fracciones.
2. **Describe** si se puede multiplicar números mixtos. ¿Cómo se hace? Da un ejemplo.

1–6 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Reduce las fracciones antes de multiplicar.**

1. $\frac{3}{9} \cdot \frac{12}{4}$ **2.** $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}$ **3.** $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{4}$ **4.** $\frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3}$

Ver ejemplo **2** **5.** Un pintor terminó las ocho novenas partes de una obra en cuatro días. Si todos los días pintó la misma cantidad, ¿qué parte de la obra pintó cada día?

Ver ejemplo **3** **6.** Calcula el área de un triángulo cuya base mide 3 cm y su altura mide 5 cm

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Reduce las fracciones antes de multiplicar.**

7. $\frac{7}{6} \cdot \frac{2}{9}$ **8.** $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{16}$ **9.** $\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{12}$ **10.** $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{10}$

Ver ejemplo **2** **Usa el inverso multiplicativo.**

11. $\frac{3}{2} : \frac{5}{6}$ **12.** $\frac{3}{8} : \frac{2}{6}$ **13.** $\frac{8}{9} : \frac{4}{3}$ **14.** $\frac{4}{9} : \frac{8}{5}$

Ver ejemplo **3** **15.** Un triángulo rectángulo tiene una base de 7 cm y su altura es de 5 cm, ¿cuál es el área de dicho triángulo?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

16. Una encuesta escolar reveló que $\frac{27}{50}$ de los estudiantes quieren tener una mascota. De los estudiantes que quieren una mascota, $\frac{4}{9}$ quieren tener un gato. ¿Qué fracción de los estudiantes quiere tener un gato?

17. Javier tiene que enviar 2 encomiendas que tienen una masa total de cuatro décimos de kg. ¿Qué fracción de kg tiene cada una?

18. Pancho preparó $3\frac{1}{4}$ litros de leche con plátano. Si quiere servirlo en vasos de $\frac{1}{4}$ litro, ¿cuántos vasos podrá llenar?

19. Un queque tiene una masa de tres cuartos de kilógramo. Sonia ha repartido la mitad del queque. ¿Qué fracción del total le queda a Sonia?

20. **Desafío** Para un desfile del cuerpo de bomberos de Linares, el carro de bomberos debe recorrer $\frac{8}{9}$ de kilómetros con 1 estanque de bencina. ¿Cuántos estanques de combustible necesitará el carro de bomberos para hacer el recorrido de 5 km del desfile?

Repaso

21. Encuentra el producto. Escríbelo en su mínima expresión.

Ⓐ $\frac{7}{12} \cdot \frac{8}{9}$ Ⓑ $\frac{16}{25} \cdot \frac{5}{8}$ Ⓒ $\frac{14}{25} \cdot \frac{5}{7}$ Ⓓ $\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{10}$

22. ¿Cuánto es $\frac{5}{6} : \frac{2}{5}$?

Ⓐ $2\frac{1}{6}$ Ⓑ $2\frac{1}{12}$ Ⓒ 2 Ⓓ $\frac{1}{3}$

¿Listo para seguir?

CAPÍTULO
1

Prueba de las lecciones 1-4 a 1-6

1-4 Cómo identificar y escribir proporciones

Halla una razón equivalente para cada razón dada. Luego usa las razones para escribir una proporción.

1. $\frac{10}{16}$ **2.** $\frac{21}{28}$ **3.** $\frac{12}{25}$ **4.** $\frac{40}{48}$

5. Raúl ganó $ 27 200 por 40 horas de trabajo. Juan ganó $ 22 400 por 32 horas de trabajo. ¿Son proporcionales estas tasas de sueldo? Explica.

6. En un día determinado, la razón de dólares a euros fue aproximadamente 1 : 0,735. ¿La razón 20 a 14,70 es una razón equivalente? Explica.

7. En una feria de intercambio, te daban 24 galletas por cada polera que entregaras. Si entregabas dos pares de calcetines, te entregaban 6 galletas, y por cada 4 calcetines, te podías llevar una polera. Las razones entre las poleras y los calcetines, comparada con la relación entre los calcetines y las galletas, y las poleras y las galletas, son equivalentes? Explica.

8. En un supermercado, la razón de dulces a alimentos saludables es de 3 : 5. Si hay en total 500 dulces, ¿cuál es la cantidad de alimentos saludables?

9. En un invernadero hay 4 500 árboles frutales y 1 500 árboles ornamentales. ¿En qué proporción se encuentran estas especies?

10. Crea un ejemplo de proporción para la siguiente razón 4 : 6

1-5 Cómo resolver proporciones

Usa productos cruzados para resolver cada proporción.

11. $\frac{n}{8} = \frac{15}{4}$ **12.** $\frac{20}{t} = \frac{2,5}{6}$ **13.** $\frac{6}{11} = \frac{0,12}{z}$ **14.** $\frac{15}{24} = \frac{x}{10}$

15. $\frac{3}{4} = \frac{9}{x}$ **16.** $\frac{m}{6} = \frac{30}{180}$ **17.** $\frac{4}{7} = \frac{3}{x}$ **18.** $\frac{1}{2} = \frac{x}{106}$

19. Se dice que un año de un ser humano equivale aproximadamente a 7 años de un perro. El perro de Pablo tiene 5,5 años en edad humana. Estima la edad de su perro en años de perro.

20. Por cada $ 10 que una persona dona en un supermercado para una institución benéfica, el supermercado dona $ 2,5 extra. Estima la donación del supermercado cuando los clientes donan en total $ 10 000.

1-6 Multiplicación y división de fracciones

Multiplica o divide.

21. $\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} =$ **22.** $\frac{13}{26} : \frac{4}{3} =$ **23.** $\frac{25}{35} : \frac{1}{5} =$ **24.** $\frac{2}{18} \cdot 9 =$

CONEXIONES con el mundo real

Anfibios y reptiles del zoológico de Santiago

En el zoológico del Parque Metropolitano de Santiago existen diferentes especies de reptiles, las que han sido ubicadas en reproducciones de sus hábitats naturales para que se adecúen a un espacio diferente. En total, el zoológico de Santiago tiene una población de más de mil animales distribuidos en 158 especies nativas y exóticas.

Monstruo de Gila.

1. La mayoría de los reptiles sobrevive solo a temperaturas que oscilen entre los –4 °C y los 36 °C. ¿Cuál es la diferencia entre esas temperaturas?

2. En el museo del zoológico hay 28 especies exóticas y 52 especies nativas. Un empleado del museo quiere colocar las fotos de estas especies en una pared. Las fotos se ordenarán en filas. Cada fila tendrá el mismo número de especies nativas y el mismo número de especies exóticas.

   a. El empleado quiere formar la mayor cantidad de filas de fotos que sea posible. ¿Cuántas filas puede formar?

   b. ¿Cuántas fotos de especies exóticas habrá en cada fila? ¿Cuántas fotos de especies nativas habrá en cada fila?

Lagartos del mundo

Especie	Longitud
Monstruo de Gila	$35\frac{3}{5}$ cm
Iguana del desierto	14,6 cm
Escinco de las grandes llanuras	$\frac{133}{10}$ cm
Chucuala común	22,9 cm
Lagarto cola de cebra	$\frac{51}{5}$ cm

Usa la información de la tabla para resolver los ejercicios del 3 a 5.

3. Escribe la longitud del monstruo de Gila como decimal.

4. Escribe la longitud de la iguana del desierto como número mixto en su mínima expresión.

5. Ordena las cinco especies de lagartos del menor al mayor según su longitud. Explica por qué ordenaste las especies de esa manera.

Materiales
- 2 platos de papel
- tijeras
- marcadores

¡Está en la bolsa!

PROYECTO Proporciones en platos de papel

Esta “libreta con escalones” es un excelente lugar para anotar ejemplos de problemas de álgebra.

Instrucciones

1. Dobla uno de los platos de papel por la mitad. Recorta un rectángulo angosto a lo largo del extremo plegado. La longitud del rectángulo debe ser igual al diámetro del círculo interior del plato. Cuando abras el plato, tendrás una ventana angosta en el centro. **Figura A**

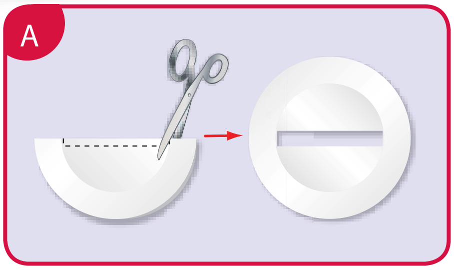
2. Dobla por la mitad el segundo plato de papel y luego desdóblalo. Recorta hendiduras a ambos lados del pliegue, desde el borde del plato hasta el círculo interior. **Figura B**

3. Enrolla el plato con las hendiduras de manera que las hendiduras se toquen. Luego desliza este plato a través de la ventana angosta del otro plato. **Figura C**

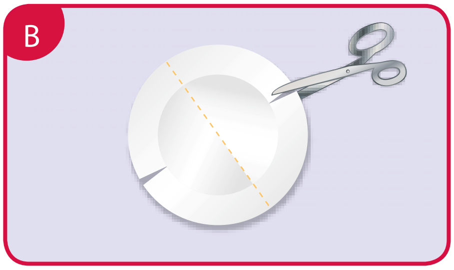
4. Cuando hayas deslizado la mitad del plato enrollado a través de la ventana, desenróllalo para que las hendiduras se inserten en los costados de la ventana. **Figura D**

5. Cierra el libro de modo que todos los platos queden doblados por la mitad.

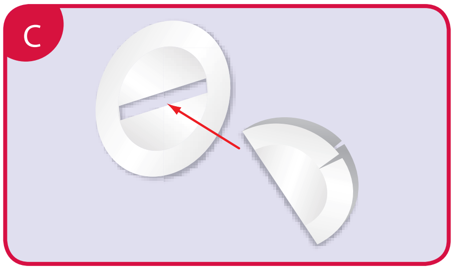
A



B



C



D

Escribe el número y el nombre del capítulo en la portada del libro. Luego repasa el capítulo y usa las páginas interiores para tomar notas sobre razones y proporciones.

CAPÍTULO 1

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

opuesto	16	razones equivalentes	30	mínima expresión	38
inverso aditivo	16	proporción	30	numerador	38
entero	16	proporcionalidad inversa	30	denominador	38
valor absoluto	17	proporcionalidad directa	30	inverso multiplicativo	38
diferencia	24	producto cruzado	34	m.c.d.	38

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. Los ___________ son el conjunto de los números naturales más el cero y sus ___________.

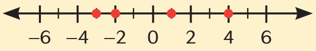
2. El producto del primer término de una razón y el segundo término de la otra es un ___________.

EJEMPLOS

1-1 Enteros

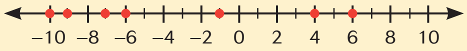
- **Usa una recta numérica para ordenar los enteros del menor al mayor.**

3, 4, –2, 1, –3



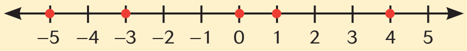
–3, –2, 1, 3, 4

–9, –6, –7, –10, 4, –1, 6



–10, –9, –7, –6, –1, 4, 6

–5, 1, 4, –3, 0



–5, –3, 0, 1, 4

EJERCICIOS

Compara los enteros. Usa $<$ o $>$.

3. –8 ____ –15

4. –7 ____ 7

5. 23 ____ –23

6. –16 ____ –4

En tu cuaderno dibuja una recta numérica para ordenar los enteros del menor al mayor.

7. –6, 4, 0, –2,5

8. 8, –3, 2, –8, 1

9. 3, 2, –8, 1

10. 0, –5, 5, 8, –3

11. –1, 7, –4, 3, –2

En tu cuaderno dibuja una recta numérica para encontrar cada valor absoluto.

12. $|0|$

13. $|-17|$

14. $|6|$

15. $|-3|$

16. $|8|$

17. $|-1|$

EJEMPLOS

EJERCICIOS

1-2 Cómo sumar enteros

Halla la suma.

$-7 + (-11)$

$-7 - 11$ *Los signos son los mismos.*

-18

$-15 + (-9)$

$-15 - 9$

-24

$-16 + (-9)$

$-16 - 9$

-25

Halla cada suma.

18. $-8 + 5$

19. $-5 + 3$

20. $7 + (-6)$

21. $9 + (-8)$

22. $-16 + (-40)$

23. $-23 + (-23)$

24. $-9 + 18$

25. $-18 + 9$

26. $-2 + 16 + (-4)$

27. $-5 + 8 + (-3)$

28. $12 + (-18) + 1$

29. La temperatura era de –9 °C a las 5 a.m. y aumentó 20 °C para las 10 a.m. ¿Cuál era la temperatura a las 10 a.m.?

1–3 Cómo restar enteros

Resta.

$-5 - (-3)$

$-5 + 3 = -2$ *Suma el opuesto de –3.*

$-8 - (-2)$

$-8 + 2 = -6$

$-9 - (-4)$

$-9 + 4 = -7$

Halla cada diferencia.

30. $8 - 2$

31. $9 - 3$

32. $10 - 19$

33. $-5 - 4$

34. $-6 - (-5)$

35. $-8 - (-3)$

36. $-5 - 4$

37. $-2 - 1$

38. $6 - (-5) - 8$

39. $7 - (-3) -2$

40. $10 - (-3) - (-1)$

41. $23 - (-15) - (-4)$

EJEMPLOS

EJERCICIOS

1-4 Cómo identificar y escribir proporciones

- **Determina si $\frac{5}{12}$ y $\frac{3}{9}$ son proporcionales.**

$\frac{5}{12}$ *$\frac{5}{12}$ ya está en su mínima expresión.*

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ *Simplifica $\frac{3}{9}$.*

$\frac{5}{12} \neq \frac{1}{3}$ *Las razones no son proporcionales.*

Determina si las razones son proporcionales.

42. $\frac{9}{27}, \frac{6}{20}$

43. $\frac{4}{16}, \frac{5}{24}$

44. $\frac{15}{25}, \frac{20}{30}$

45. $\frac{7}{21}, \frac{8}{32}$

46. $\frac{21}{14}, \frac{18}{12}$

47. $\frac{24}{6}, \frac{28}{7}$

Halla una razón equivalente a la razón dada. Luego, usa las razones para escribir una proporción.

48. $\frac{10}{12}$

49. $\frac{8}{32}$

50. $\frac{45}{50}$

51. $\frac{81}{90}$

52. $\frac{9}{15}$

53. $\frac{3}{4}$

1-5 Cómo identificar y escribir proporciones

- **Usa productos cruzados para resolver $\frac{p}{8}$ y $\frac{10}{21}$.**

$\frac{p}{8} = \frac{10}{12}$

$p \cdot 12 = 8 \cdot 10$ *Multiplica los productos cruzados.*

$12p = 80$

$\frac{12p}{12} = \frac{80}{12}$ *Divide cada lado entre 12.*

$p = \frac{20}{3}$, o $6\frac{2}{3}$

Usa productos cruzados para resolver cada proporción.

54. $\frac{4}{6} = \frac{n}{3}$

55. $\frac{5}{10} = \frac{s}{2}$

56. $\frac{2}{a} = \frac{5}{15}$

57. $\frac{5}{b} = \frac{5}{6}$

58. $\frac{b}{1{,}5} = \frac{8}{3}$

59. $\frac{j}{2{,}8} = \frac{5}{7}$

60. $\frac{16}{11} = \frac{96}{x}$

61. $\frac{24}{48} = \frac{2}{x}$

62. $\frac{2}{y} = \frac{1}{5}$

63. $\frac{5}{y} = \frac{2}{6}$

64. $\frac{7}{2} = \frac{70}{w}$

1-6 Multiplicación y división de fracciones

- **Reduce para resolver $\frac{45}{100} \cdot \frac{7}{15}$**

$\frac{\overset{3}{\cancel{45}}}{100} \cdot \frac{7}{\underset{1}{\cancel{15}}}$ *Reduce 45 y 15*

$\frac{3}{100} \cdot \frac{7}{1}$ *Resuelve*

$\frac{21}{100}$

Reduce para resolver las multiplicaciones.

65. $\frac{21}{63} \cdot \frac{15}{3} =$

66. $\frac{2}{8} \cdot \frac{4}{7} =$

67. $\frac{108}{14} \cdot \frac{28}{9} =$

68. $\frac{36}{90} \cdot \frac{48}{12} =$

Prueba de capítulo

Usa una recta numérica para ordenar los enteros del menor al mayor.

1. −4, 3, −2, 0, 1

2. 7, −6, 5, −8, −3

Usa una recta numérica para hallar cada valor absoluto.

3. $|11|$

4. $|-5|$

5. $|-74|$

6. $|-1|$

Halla cada suma o diferencia.

7. $-7 + (-3)$

8. $-6 - 3$

9. $17 - (-9) - 8$

10. $102 + (-97) + 3$

11. $3 + (-20)$

12. $-36 - 12$

13. $-400 + (-10)$

14. $-5 + (-2) -9$

Resuelve.

15. $w - 4 = -6$

16. $x + 5 = -5$

17. $-6a = 60$

18. $\frac{n}{-4} = 12$

19. El equipo de tenis de Carla ha ganado 52 partidos. Su equipo ha ganado 9 partidos más que el equipo de Rebeca. ¿Cuántos partidos ha ganado el equipo de Rebeca esta temporada?

20. Sebastián encontró 12 monedas de $ 1,15 monedas de $ 5,7 monedas de $ 10 y 5 monedas de $ 50. Indica qué razón es mayor: si la razón de monedas de $ 1 a monedas de $ 50 o la razón de monedas de $ 5 a monedas de $ 10.

21. Leonardo vendió 576 *"hot dogs"* (completos) en 48 horas. ¿Cuál fue la tasa de venta de *"hot dogs"* promedio de Leonardo?

22. En una tienda, una caja de 5 kg de ciruelas se vende a $ 525 y una caja de 10 kg de ciruelas se vende a $ 975. ¿Qué tamaño de caja tiene el precio más bajo por kg?

Encuentra una razón equivalente para cada razón. Luego usa las razones para escribir una proporción.

23. $\frac{22}{30}$

24. $\frac{7}{9}$

25. $\frac{18}{54}$

26. $\frac{10}{17}$

Usa los productos cruzados para resolver cada proporción.

27. $\frac{9}{12} = \frac{m}{6}$

28. $\frac{x}{2} = \frac{18}{6}$

29. $\frac{3}{7} = \frac{21}{t}$

30. $\frac{5}{p} = \frac{10}{2}$

31. Una salsa se hace con 6 partes de tomate y 2 partes de pimentón. Para preparar correctamente la receta, ¿cuántas tazas de tomate hay que mezclar con 1,5 tazas de pimentones?

CAPÍTULO
1

Evaluación acumulativa
Capítulo 1

1. En una ciudad de Chile, durante una semana de Julio se registraron las siguientes temperaturas:

–4 °C, –2 °C, –12 °C, 5 °C, 12 °C, 16 °C y 20 °C.

¿Qué expresión representa la diferencia entre la temperatura máxima y mínima de la semana?

Ⓐ 20 – 2

Ⓑ 20 – (–2)

Ⓒ 20 – 12

Ⓓ 20 – (–12)

2. De la siguiente lista: –23, –32, –15, –38 ¿Cuál de los números es menor?

Ⓐ –23

Ⓑ –32

Ⓒ –15

Ⓓ –38

3. En una recta numérica, ¿entre qué pares de fracciones está la fracción $\frac{3}{5}$?

Ⓐ $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{10}$

Ⓑ $\frac{1}{2}$ y $\frac{7}{10}$

Ⓒ $\frac{3}{10}$ y $\frac{5}{15}$

Ⓓ $\frac{3}{10}$ y $\frac{8}{15}$

4. Al realizar una transferencia bancaria, Marcela cometió un grave error. En vez de transferir 100 000 pesos transfirió 1 000 000 de pesos. Si en la cuenta de Marcela había un saldo inicial de 568 000 pesos, ¿cuál será su saldo luego de la transferencia?

Ⓐ –432 000

Ⓑ 432 000

Ⓒ 460 000

Ⓓ –468 000

5. Los números que se muestran en la siguiente tabla corresponden a las profundidades de algunas de las fosas oceánicas más profundas, en metros, del mundo:

Fosa de Filipinas	–10 540
Fosa de Puerto Rico	–8 800
Fosa de Bougainville	–9 140
Fosa de Las Marianas	–11 033
Fosa de Tonga	–10 882

Estos números ordenados de mayor a menor quedarían como:

Ⓐ –11 033, – 10 882, –10 540, – 9 140, – 8 800

Ⓑ –11 033, –10 540, –10 882, – 9 140, – 8 800

Ⓒ –8 800, – 9 140, –10 540, –10 882, –11 033

Ⓓ – 9 140, –8 800, –10 540, –10 882, –11 033

6. ¿En cuál de las siguientes opciones se muestra una lista de números ordenados del menor al mayor?

Ⓐ –1,05; –2,55; –3,05

Ⓑ –2,75; $2\frac{5}{6}$; 2,50

Ⓒ –0,05; –0,01; $3\frac{1}{4}$

Ⓓ $-1\frac{2}{8}$; $-1\frac{4}{8}$; 1,05

7. ¿En cuál de las siguientes opciones se muestra una lista de números ordenados del mayor al menor?

Ⓐ –1,05; –2,55; –3,05

Ⓑ –2,75; $2\frac{5}{6}$; 2,50

Ⓒ –0,05; –0,01; $3\frac{1}{4}$

Ⓓ $-1\frac{2}{8}$; $-1\frac{4}{8}$; 1,05

8. ¿Cuál de las siguientes opciones es un ejemplo de la propiedad asociativa?

Ⓐ $5 + (4+1) = (5 + 4) + 1$

Ⓑ $32 + (2 + 11) = 32 + (11 + 2)$

Ⓒ $(2 \cdot 10) + (2 \cdot 4) = 2 \cdot 14$

Ⓓ $4(2 \cdot 7) = (4 \cdot 2) + (4 \cdot 7)$

9. La escala de un mapa es de 1 centímetro: 70 kilómetros. Si la distancia entre dos ciudades en el mapa es 8,2 centímetros, ¿cuál es la mejor estimación de la distancia real entre las dos ciudades?

Ⓐ 85 kilómetros

Ⓑ 471 kilómetros

Ⓒ 117 kilómetros

Ⓓ 574 kilómetros

10. En un dibujo a escala, una torre de telefonía celular mide 1,25 metros de alto. Si el factor de escala es 1:150, ¿Cuál es la altura de la torre de telefonía celular real?

Ⓐ 37,5 metros

Ⓑ 120 metros

Ⓒ 148 metros

Ⓓ 187,5 metros

11. La grúa de un edificio en construcción pesa 2 080 kilogramos. ¿Cuántas toneladas pesa?

12. Halla el cociente de –51,03 y –8,1.

13. Un dibujo a escala de un jardín rectangular tiene una longitud de 4 centímetros y un ancho de 2,5 centímetros. Si la escala es 1 centímetro = 3 metros, ¿cuál es el perímetro del jardín real, en metros?

14. Un florista prepara ramos de flores para una exposición. Tiene 84 rosas y 56 claveles. Cada ramo tendrá la misma cantidad de rosas y la misma cantidad de claveles. ¿Cuántos ramos puede preparar el florista para su exposición?

15. A principios de mes, Javiera tenía $ 10 250 en su alcancía. Durante el mes, echó en ella $ 850 más y luego sacó $ 975 para comprar unos materiales para el colegio, volvió a guardar $ 500 que se encontró en la calle y luego sacó $ 650 para comprar un cuaderno que le gustaba. Usando los valores entregados, escribe y resuelve una expresión para estimar el dinero que tendría Javiera en su alcancía a fin de mes.

16. La grúa de un edificio en construcción proyecta una sombra que mide 18 metros de largo. En el mismo momento del día, mi casa proyecta una sombra que mide 4,2 metros de largo. Si mi casa mide 5,3 metros de altura, haz un dibujo de la situación. Establece y resuelve una proporción para hallar la altura de la grúa redondeada el metro más cercano. Muestra tu trabajo.

17. Rafael traza un mapa de la manzana donde vive. De Este a Oeste, la mayor distancia a lo largo de la manzana es de aproximadamente 430 metros. De Norte a Sur, la mayor distancia es aproximadamente 200 metros.

a. Rafael usa una escala de 1 centímetro = 24 metros para su mapa. Halla la longitud del mapa de Este a Oeste y la longitud de Norte a Sur. Redondea tus respuestas al centímetro más cercano.

b. La distancia entre dos casas es 9 cm. ¿Cuál es la distancia real entre las casas, en metros?

c. Si una persona camina aproximadamente a 5 200 centímetros por minuto, ¿Aproximadamente, cuántos minutos tardará Rafael en cruzar la manzana donde vive de Este a Oeste, es decir, por la parte más ancha? Muestra tu trabajo.

Responde verdadero (V) o falso (F)

18. ______ Las razones equivalentes son aquellas que identifican la misma comparación.

19. ______ Una recta numérica no nos sirve para sumar enteros, porque solo los representa.

20. ______ Un producto cruzado es el producto del primer término de una razón y el segundo término de otra.

CAPÍTULO

2

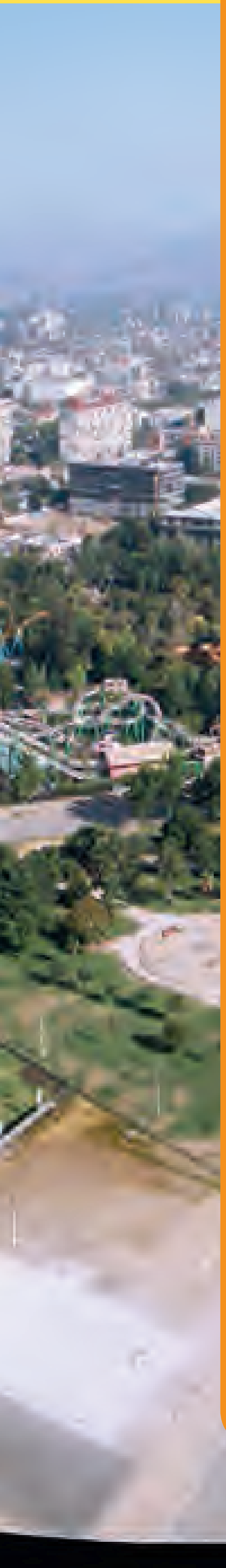
Razonamiento algebraico

Enfoque del capítulo

- Usar propiedades de aritmética y propiedades de igualdad.
- Escribir y resolver ecuaciones para resolver problemas.

En el mundo real

En el año 1972, el Parque O´Higgins recibió ese nombre, luego de haberse llamado Parque Cousiño. Con una expresión algebraica se puede representar cuántos años hace que se le cambió el nombre al parque.



¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

1. La operación cuyo resultado es el cociente de dos números es el/la __________.

2. El/La __________ del dígito 3 en 4 903 672 es de unidad de mil.

3. La operación cuyo resultado es el producto de dos números es el/la __________.

4. En la división 15 : 3 = 5, el/la __________ es 5.

- división
- multiplicación
- valor posicional
- producto
- cociente

Resuelve los ejercicios para practicar las destrezas que usarás en este capítulo.

Operaciones básicas

Calcula.

5. El doble de 10

6. El cuádruplo de 25

7. El triple de 30

8. El doble del triple de 10

9. El doble de 100 disminuido en 50

10. El triple de 5 aumentado en 50

11. La quinta parte de 60 aumentada en 1

12. Un tercio de 96 aumentado en la mitad de 96

Identificar igualdades y desigualdades

Analiza si se cumplen o no las siguientes igualdades colocando los signos de = o ≠ según corresponda:

13. 5 + 6 ____ 10 + 1

14. 2 (4 + 5) ____ 20 – 2

15. 230 + 84 ___ 450 – 70

16. 150 (8 – 4) ___ 150 · 2

17. 56 – 70 ____ 70 – 56

18. -4 + 8 _____ 8 – 4

19. 90/45 _____80/40

20. 90/45 (50 – 4) ____ 80/40 (4 – 50)

Resolver ecuaciones

Encuentra el número que puede sustituir las letras para que se cumplan las siguientes igualdades:

21. 5 + x = 10

22. 4 + x = 9

23. 6 + x = 9

24. 20 + x = 23

25. 5 – x = 1

26. x – 4 = 9

27. 6 – x = 1

28. x – 10 = 10

29. 4x = 20

30. 8x = 64

31. 7x = 14

32. 10x = 100

33. 50 : x = 10

34. 10 : x = 5

35. 2 : x = 2

36. 100 : x = 10

CAPÍTULO

2

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Usaste el orden de las operaciones para simplificar expresiones con números naturales sin exponentes.
- Usaste la multiplicación y la división para resolver problemas con números naturales.
- Escribiste números grandes en forma estándar.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo simplificar expresiones numéricas con el orden de las operaciones y los exponentes.
- Cómo usar modelos concretos para resolver ecuaciones.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para expresar distancias entre objetos y tamaño de los objetos en disciplinas científicas como Astronomía o Biología.
- Para resolver problemas en las clases de matemáticas y ciencias, como las de Álgebra y Física.

Vocabulario

- variable
- constante
- expresión algebraica
- evaluar
- términos semejantes
- términos
- ecuación
- solución
- propiedad de igualdad de la suma
- propiedad de igualdad de la resta
- operaciones inversas
- propiedad de igualdad de la multiplicación
- propiedad de igualdad de la división

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. En español, la palabra ecuación y Ecuador comienzan con la raíz latina *equa-*, que significa "nivel". ¿Cómo puede ayudarte la raíz latina a definir **ecuación**?
2. La palabra *numérico* significa "de números". ¿Que diferencia puede haber entre una **expresión numérica** y una expresión como "la suma de dos y cinco"?
3. Cuando algo es *variable*, tiene la capacidad de cambiar. En matemáticas, una **variable** es un símbolo algebraico. ¿Qué propiedad especial crees que tiene ese tipo de símbolo?

Leer y escribir matemáticas

CAPÍTULO
2

Estrategia: Convierte expresiones escritas en palabras en expresiones algebraicas

Cuando leas un problema matemático del mundo real, busca palabras clave que te ayuden a convertir expresiones escritas en palabras en expresiones algebraicas.

Ejemplo

En una fonda, jugar con el trompo cuesta \$ 8 por juego. Jugar al ajedrez gigante cuesta \$ 5 por juego. La entrada general al parque cuesta \$ 3. Jonás quiere jugar con el trompo y al ajedrez. Escribe una expresión algebraica para hallar el total que Jonás gastaría para jugar ℓ juegos del trompo y m juegos de ajedrez en la fonda.

Los juegos de trompo cuesta **\$8 por juego**. Si se juega más de una vez, el costo será un múltiplo de \$8.	➔	El costo total de ℓ juegos trompo es 8ℓ.
El ajedrez cuesta **\$5 por juego.** Si se juega más de una vez, el costo será un múltiplo de \$5.	➔	El costo total de m juegos de ajedrez es $5m$.
Jonás quiere jugar **trompo y ajedrez.**	➔	Suma los dos totales para hallar el costo total de los juegos de trompo y de ajedrez. $8\ell + 5m$
La **entrada general** cuesta \$3.	➔	Al costo total de los juegos, súmale el valor de la entrada general. $8\ell + 5m + 3$

Inténtalo

Escribe una expresión algebraica en la que describas la situación. Explica por qué elegiste cada una de las operaciones de la expresión.

1. Esta semana, la página de mega ofertas de una página web ofrece útiles escolares en remate. El precio de un lápiz pasta es \$ 2 000 y el de un cuaderno \$ 4 000. Claudia compra un lápiz y c cuadernos. ¿Cuánto gasta en total?
2. Alfredo tiene f cantidad de galletas y Gabriel tiene g cantidad de galletas. Alfredo y Gabriel comieron 3 galletas cada uno. ¿Cuántas galletas quedan?

CAPÍTULO

2–1

Variables y expresiones algebraicas

Aprender a evaluar expresiones algebraicas.

Vocabulario

variable

constante

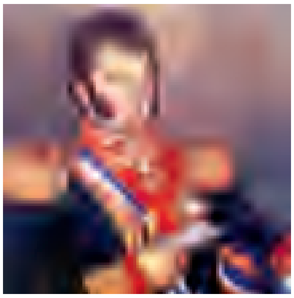
expresión algebraica

evaluar

Bernardo O´Higgins nació en 1778. Sabiendo esto, es posible calcular qué edad tenía en 1802 cuando se radicó en su hacienda San José.

$1802 - 1778 = 24$

Así determinamos que O´Higgins a la edad de 24 años se radicó en la hacienda San José.



Bernardo O´Higgins.
(1778 - 1842).

En álgebra se usan letras para representar tanto **variables** como constantes. Puedes usar una letra como la a para representar el año de un suceso determinado en la vida de O´Higgins y poder calcular la edad que tenía. Entonces en el año a, O´Higgins tenía:

$a - 1778$

La letra a tiene un valor que puede cambiar o variar. Cuando una letra representa un número que puede variar, se llama **variable**. El año 1778 es una **constante**, porque es un número que no cambia.

Una **expresión algebraica** es aquella combinación de términos algebraicos relacionados entre sí por operaciones de suma y resta. Por ejemplo, $a - 1778$ es una expresión algebraica de la edad que tenía O´Higgins en determinado estadio de la historia de Chile.

Evaluar (valorizar) una expresión algebraica consiste en asignar un valor determinado a las **variables** y luego hacer las operaciones para calcular el valor numérico.

Suceso	Año del suceso (a)	a - Año de nacimiento =	Edad
O´Higgins es nombrado teniente coronel del 2° Regimiento de Caballería.	1811	1811 – 1778	33
Emprende la marcha hacia Mendoza	1817	1817 – 1778	39
Se traslada con su familia a Huanchaco, donde se encontraba Bolívar.	1823	1823 – 1778	45
Muere O´Higgins	1842	1842 – 1778	64
	a	$a - 1778$	

EJEMPLO 1 Evaluar expresiones algebraicas

Evalúa $n + 7$ para cada valor de n.

A $n = 3$

$n + 7$

$3 + 7$ *Sustituye n por 3*

10 *Suma.*

B $n = 5$

$n + 7$

$5 + 7$ *Sustituye n por 5*

12 *Suma.*

La multiplicación y la división de las variables se pueden escribir de varias maneras, como se muestra en la tabla.

Al evaluar expresiones, usa el orden de las operaciones.

Multiplicación		División	
$7t$	$7 \cdot t$	$\frac{q}{2}$	$: 2$
$7(t)$	$7 \cdot t$		
ab	$a \cdot b$	$\frac{s}{r}$	$s : r$
$a(b)$	$a \cdot b$		

EJEMPLO 2

Evaluar expresiones algebraicas relacionadas con el orden de las operaciones

Evalúa las expresiones para el valor dado de la variable.

A $3x - 2$ para $x = 5$

$3(5) - 2$	*Sustituye x por 5.*
$15 - 2$	*Multiplica.*
13	*Resta.*

B $n : 2 + n$ para $n = 4$

$4 : 2 + 4$	*Sustituye n por 4.*
$2 + 4$	*Divide.*
6	*Suma.*

C $6y^2 + 2y$ para $y = 2$

$6(2)^2 + 2(2)$	*Sustituye y por 2.*
$6(4) + 2(2)$	*Desarrolla la potencia.*
$24 + 4$	*Multiplica.*
28	*Suma.*

EJEMPLO 3

Evaluar expresiones algebraicas con dos variables

Evalúa $\frac{3}{n} + 2m$ para $n = 3$ y $m = 4$.

$\frac{3}{n} + 2m$

$\frac{3}{3} + 2(4)$	*Sustituye y por 3 y m por 4.*
$1 + 8$	*Divide y multiplica de izquierda a derecha.*
9	*Suma.*

Razonar y comentar

1. **Escribe** las expresiones de otra forma: **a.** $12x$ **b.** $\frac{4}{a}$ y **c.** $\frac{3xy}{2}$

2. **Explica** la diferencia entre una variable y una constante.

2-1 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Evalúa *n* + 9 para cada valor de *n*.**

1. $n = 3$ **2.** $n = 2$ **3.** $n = 11$

Ver ejemplo 2 **4.** $2x - 3$ para $x = 4$ **5.** $n : 3 + n$ para $n = 6$ **6.** $5y^2 + 3y$ para $y = 2$

Ver ejemplo 3 **Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.**

7. $\frac{8}{n} + 3m$ para $n = 2$ y $m = 5$ **8.** $5a - 3b + 5$ para $a = 4$ y $b = 3$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Evalúa *n* + 5 para cada valor de *n*.**

9. $n = 17$ **10.** $n = 9$ **11.** $n = 0$

Ver ejemplo 2 **Evalúa las expresiones para el valor dado de la variable.**

12. $5y - 1$ para $y = 3$ **13.** $10b - 9$ para $b = 2$ **14.** $p : 7 + px$ para $p = 14$ y $x = 2$

15. $n : 5 + n$ para $n = 20$ **16.** $3x^2 + 2x$ para $x = 10$ **17.** $3c^2 - 5c$ para $c = 3$

Ver ejemplo 3 **Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.**

18. $\frac{12}{n} + 7m$ para $n = 6$ y $m = 4$ **19.** $7p - 2t + 3$ para $p = 6$ y $t = 2$

20. $9 - \frac{3x}{4} + 20y$ para $x = 4$ e $y = 5$ **21.** $r^2 + 15k$ para $r = 15$ y $k = 5$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.

22. $20x - 10$ para $x = 4$ **23.** $4d^3 - 3d$ para $d = 2$

24. $22p : 11 + p$ para $p = 3$ **25.** $q + q^3 + q : 2$ para $q = 4$

26. $\frac{16}{k} + 7h$ para $k = 8$ y $h = 2$ **27.** $f : 3 + f$ para $f = 18$

28. $3t : 3 + t$ para $t = 13$ **29.** $9 + 3p - 5t + 3$ para $p = 2$ y $t = 1$

30. $108 - 12j + j$ para $j = 9$ **31.** $3m^3 + \frac{y}{5}$ para $m = 2$ e $y = 35$

32. La expresión $60m$ da la cantidad de segundos en m minutos. Evalúa $60m$ si $m = 7$. ¿Cuántos segundos hay en 7 minutos?

33. Berta tiene n monedas de $ 50. Puedes usar la expresión $50n$ para hallar el valor total de sus monedas. ¿Cuál es el valor de 18 monedas de $50?

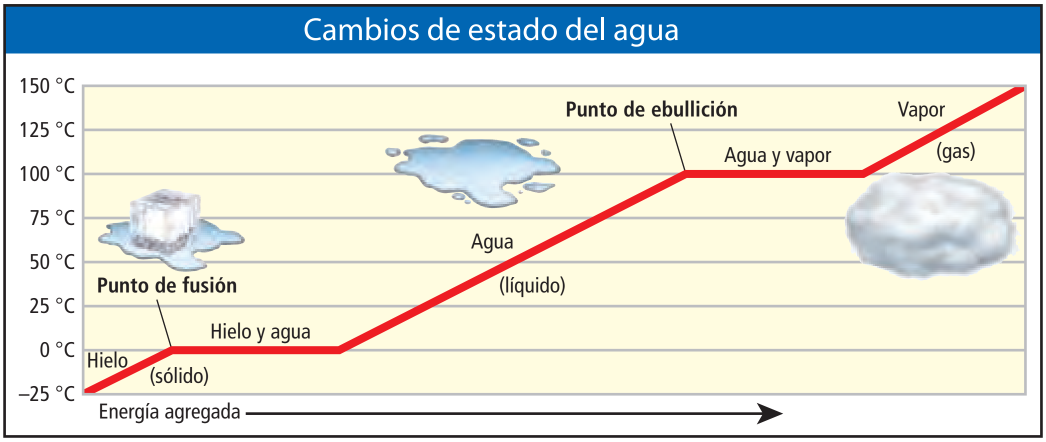
34. **Física** Un televisor en colores tiene una potencia de 200 watts. La expresión $200t$ da la potencia de t televisores en colores. Evalúa $200t$ si $t = 13$. ¿Cuánta potencia tienen 13 televisores?

35. **Física** La expresión $^\circ\text{F} = 1{,}8 \cdot x\ ^\circ\text{C} + 32$ puede usarse para convertir una temperatura en grados Celsius (°C) a grados Fahrenheit (°F). ¿Cuál es la temperatura en grados Fahrenheit si la temperatura es 30 °C?

36. **Física** En la gráfica se muestran los cambios de estado del agua.

a. ¿Cuál es el punto de ebullición del agua en grados Celsius?

b. Usa la expresión $^\circ\text{F} = 1{,}8 \cdot x\ ^\circ\text{C} + 32$ para hallar el punto de ebullición del agua en grados Fahrenheit.



37. **¿Dónde está el error?** Se le pidió a un estudiante que identificara la variable en la expresión $72x + 8$. La respuesta del estudiante fue $72x$. ¿Qué error cometió?

38. **Escríbelo** Explica por qué letras como x, p, y n, que se usan en las expresiones algebraicas, se llaman variables. Usa ejemplos para ilustrar tu respuesta.

39. **Desafío** Evalúa la expresión $\frac{x+y}{y-x}$ para $x = 6$ e $y = 8$.

Repaso

40. ¿Qué expresión NO es igual a 15?

Ⓐ $3t$ para $t = 5$ Ⓑ $3 + t$ para $t = 12$ Ⓒ $t : 3$ para $t = 60$ Ⓓ $t - 10$ para $t = 25$

41. Un grupo de 11 estudiantes hacen escalada en roca en un gimnasio local. Hacer escalada en roca cuesta $ 3 500 por estudiante más $ 2 200 por cada arriendo de zapatos. Si solo 8 estudiantes arriendan zapatos, ¿cuánto es el costo total que debe pagar el grupo para hacer escalada en roca? Usa la expresión $3\,500x + 2\,200y$, en la que x representa el total de estudiantes e y representa la cantidad de estudiantes que arriendan zapatos.

Ⓐ $ 52 200 Ⓑ $ 55 600 Ⓒ $ 56 100 Ⓓ $ 17 600

Encuentra el valor de las siguientes expresiones algebraicas para x = 10.

42. $3x + 8$ **43.** $35 - 3x$ **44.** $x + 150$ **45.** $5x + 8x$

Si x = 2, encuentra el resultado para las siguientes expresiones.

46. $45x + 8$ **47.** $x + 89 - 3$ **48.** $6x - 9$ **49.** $x/10$

CAPÍTULO

2-2

Cómo reducir expresiones algebraicas

Aprender a reducir expresiones algebraicas.

Vocabulario

términos semejantes

términos

¡Atención!

El coeficiente numérico de una variable, como y, cuando aparece sola, es 1. Por lo tanto, $y = 1y$.

Las entrevistas individuales para el casting de un reality show pueden durar hasta x minutos cada una y las grupales hasta y minutos cada una. El intervalo durará 15 minutos.

La expresión $7x + 9y + 5y + 15$ representa la máxima duración del casting si se presentan 7 personas a entrevistas individuales, 9 entrevistas grupales y luego 5 entrevistas grupales más.

En la expresión $7x + 9y + 5y + 15$, $9y$ y $5y$ son **términos semejantes**, pues tienen igual factor literal.

Por ejemplo, en la expresión $5xy + 2y + 3yx + 15$ los **términos** $5xy$ y $3yx$ son términos semejantes, ya que $xy = yx$.

Términos semejantes	$3x$ y $2x$	w y $\frac{w}{7}$	5 y 1,8
Términos no semejantes	$5x^2$ y $2x$ *Los exponentes son distintos.*	$6a$ y $6b$ *Las variables son distintas.*	3,2 y n *Solo un término contiene una variable.*

EJEMPLO 1

Identificar términos semejantes

Identifica términos semejantes en la lista.

$5a \quad \frac{t}{2} \quad 3y^2 \quad 7t \quad x^2 \quad 4z \quad k \quad 4{,}5y^2 \quad 2t \quad \frac{2}{3}a$

Busca variables semejantes con potencias semejantes.

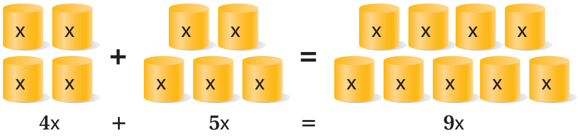
$5a \quad \frac{t}{2} \quad 3y^2 \quad 7t \quad x^2 \quad 4z \quad k \quad 4{,}5y^2 \quad 2t \quad \frac{2}{3}a$

Términos semejantes: $5a$ y $\frac{2}{3}a$ $\quad$ $\frac{1}{2}$, $7t$ y $2t$ $\quad$ $3y^2$ y $4{,}5y^2$

Pista útil

Usa diferentes figuras o colores para indicar grupos de términos semejantes.

Para reducir una expresión algebraica que contiene términos semejantes, combina los términos. Combinar términos semejantes es como agrupar objetos semejantes.



Para combinar términos semejantes que tengan variables, suma o resta los coeficientes.

EJEMPLO 2 Reducir expresiones algebraicas

Reduce los términos semejantes. Justifica tus pasos usando las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva cuando sea necesario.

A $7x + 2x$

$7x + 2x$	*$7x$ y $2x$ son términos semejantes.*
$9x$	*Suma los coeficientes.*

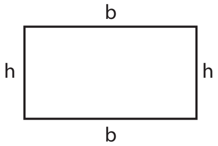
B $5x^3 + 3y + 7x^3 - 2y - 4x^2$

$5x^3 + 3y + 7x^3 - 2y - 4x^2$	*Identifica los términos semejantes.*
$5x^3 + 7x^3 + 3y - 2y - 4x^2$	*Propiedad conmutativa*
$(5x^3 + 7x^3) + (3y - 2y) - 4x^2$	*Propiedad asociativa*
$12x^3 + y - 4x^2$	*Suma o resta los coeficientes.*

C $2(a + 2a^2) + 2b$

$2a + 4a^2 + 2b$	*Propiedad distributiva*
No hay términos semejantes que combinar.	

EJEMPLO 3 Aplicación a la Geometría



Escribe una expresión para determinar el perímetro del rectángulo. Luego reduce la expresión.

$b + h + b + h$	*Escribe una expresión usando las longitudes de los lados.*
$(b + b) + (h + h)$	*Identifica y agrupa los términos semejantes.*
$2b + 2h$	*Suma los coeficientes.*

Razonar y comentar

1. **Explica** si $5x$, $5x^2$ y $5x^3$ son términos semejantes.
2. **Explica** cómo sabes cuándo una expresión no puede simplificarse.

2-2 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1**

Identifica los términos semejantes de cada lista.

1. $6b \quad 5x^2 \quad 4x^3 \quad \frac{b}{2} \quad x^2 \quad 2e$

2. $12a^2 \quad 4x^3 \quad b \quad 4a^2 \quad 3{,}5x^3 \quad \frac{5}{6}b$

Ver ejemplo **2**

Reduce.

3. $5x + 3x$

4. $6a^2 - a^2 + 16$

5. $4a^2 + 5a + 14b$

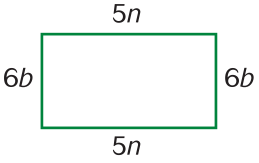
6. $3\ (x + 5)$

7. $x\ (2 + 5)$

8. $3y\ (8 - 3)$

Ver ejemplo **3**

9. Escribe una expresión para determinar el perímetro del rectángulo. Luego reduce la expresión.



PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1**

Identifica los términos semejantes de cada lista.

10. $2b \quad b^6 \quad b \quad x^4 \quad 3b^6 \quad 2x^2$

11. $6 \quad 2n \quad 3n^2 \quad 6m^2 \quad \frac{n}{4} \quad 7$

12. $10k^2 \quad m \quad 3^3 \quad \frac{p}{6} \quad 2m \quad 2$

13. $6^3 \quad y^3 \quad 3y^2 \quad 6^2 \quad y \quad 5y^3$

Ver ejemplo **2**

Reduce. Justifica tus pasos usando las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva cuando sea necesario.

14. $3a + 2b + 5a$

15. $5b + 7b + 10$

16. $a + 2b + 2a + b + 2c$

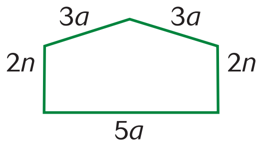
17. $y + 4 + 2x + 3y$

18. $q^2 + 2q + 2q^2$

19. $18 + 2d^3 + d + 3d$

Ver ejemplo **3**

20. Escribe una expresión para el perímetro de la figura dada. Luego reduce la expresión.



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Reduce los términos semejantes.

21. $4x + 5x$

22. $32y - 5y$

23. $4c^2 + 5c + 2c$

24. $5d^2 - 3d^2 + d$

25. $5f^2 + 2f + f^2$

26. $7x + 8x^2 - 3y$

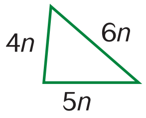
27. $3(p + 9q - 2 + 9) + 14p$

28. $6b + 6b^2 + 4b^3$

29. $2(a^2 + 2b + 2a^2) + b + 2c$

30. Escribe una expresión para el perímetro del triángulo dado. Luego, evalúa el perímetro si n es 1, 2, 3, 4 y 5.

n	1	2	3	4	5
Perímetro ▨	▨	▨	▨	▨	▨



31. **Razonamiento crítico** Determina si la expresión $9m^2 + k$ es igual a $7m^2 + 2(2k - m^2) + 5k$. Usa las propiedades para justificar tu respuesta.

32. **Varios pasos** Bastián gana d pesos por hora como cocinero en un restaurante. En la tabla se muestra la cantidad de horas que trabajó cada semana de junio.

Horas que trabajo Bastián

Semana	Horas
1	21,5
2	23
3	15,5
4	19

- **a.** Escribe y simplifica una expresión para la cantidad de dinero que ganó Bastián en junio.
- **b.** Evalúa tu expresión de la parte **a** para $d = \$1\ 550$.
- **c.** ¿Qué representa tu respuesta de la parte **b**?

33. Andrea gana $ 1 250 por hora trabajando en una tienda de comida rápida. La semana pasada trabajó h horas en la caja y el doble de horas en la cocina. Escribe y simplifica una expresión para la cantidad de dinero que ganó Andrea.

34. **Razonamiento crítico** Los términos $3x$, $23x^2$, $6y^2$, $2x$, y^2 y otro término más se pueden escribir en una expresión que, al reducirse, es igual a $5x + 7y^2$. Identifica el término que falta en la lista y escribe la expresión.

35. **¿Cuál es la pregunta?** En una tienda, un par de jeans cuesta $ 12 990 y una camisa, $ 6 990. En otra tienda, la misma clase de jeans cuestan $ 9 990 y la misma clase de camisa, $ 3 690.
La respuesta es $12\ 990j - 9\ 990j + 6\ 990c - 3\ 690c$. ¿Cuál es la pregunta?

Repaso

36. Convierte "seis por la suma de x e y" y "cinco menos que y" en expresiones algebraicas. ¿Qué expresión algebraica representa la suma de estas dos expresiones?

Ⓐ $6x + 5$

Ⓑ $6x + 2y - 5$

Ⓒ $6x + 5y + 5$

Ⓓ $6x + 7y - 5$

37. La longitud de cada lado de un cuadrado es $2x + 3$. ¿Qué expresión representa el perímetro del cuadrado?

Ⓐ $2x + 12$

Ⓑ $4x + 6$

Ⓒ $6x + 7$

Ⓓ $8x + 12$

Evalúa la expresión $9y - 3$ para cada valor dado de la variable.

38. $y = 2$ **39.** $y = 6$ **40.** $y = 10$ **41.** $y = 18$

CAPÍTULO

2

¿Listo para seguir?

Prueba de las Lecciones 2-1 a 2-2

2-1 Variables y expresiones algebraicas

Evalúa cada expresión para hallar los valores que faltan en las tablas.

1.

y	$23 + y$
17	40
27	■
37	■

2.

w	$w \cdot 3 + 10$
4	22
5	■
6	■

3.

y	$2y - 2$
3	4
4	■
5	■

4.

x	$3 + 5x$
3	18
7	■
9	■

5. En la carpeta de discos compactos de Sofía caben 6 discos por página. ¿Cuántos discos tiene Sofía si completa 2, 3, 4 o 5 páginas?

6. En una familia, cada mañana sus 4 integrantes toman dos tazas de té cada uno. Si cada vez que tienen visitas, ellas también consumen la misma cantidad de tazas de té, ¿cuántas tazas se consumirán en total cuando tengan 2, 3 y 4 visitas? (Incluye a los miembros de la familia en el cálculo).

2-2 Cómo simplificar o reducir expresiones algebraicas

Identifica los términos semejantes de cada lista

7. $3x^2$ $5x$ $\frac{1}{6}x$ $8x^2$ **8.** $12a^2$ $5a^3$ $6a$ $4a^3$ $86a^3$ $8a^2$ **9.** $12w$ $13x$ $5x^2$ $19y$ $24z$

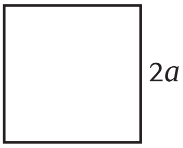
Reduce las siguientes expresiones

10. $8y + 12y$ **11.** $23n - 19n$ **12.** $6f^2 + 3f - 2f$

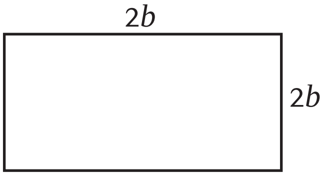
13. $5a^2 - 2a + 3a^2$ **14.** $5b - 3b - b$ **15.** $4(s + 3s + 5) - 20s$

Escribe la expresión para el perímetro de cada figura. Luego reduce las expresiones.

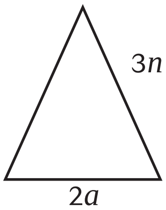
16.



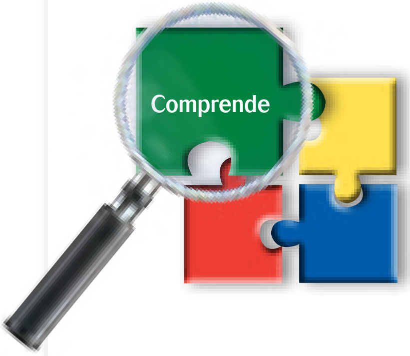
17.



18.



Enfoque en resolución de problemas



Comprende el problema

- Identifica si tienes demasiada o poca información

A menudo, los problemas dan demasiada información o muy poca. Debes decidir si tienes información suficiente para resolver el problema.

Lee el problema e identifica los datos que se dan. ¿Puedes usar estos datos para llegar a una respuesta? ¿Hay datos en el problema que no son necesarios para hallar la respuesta? Estas preguntas te sirven para determinar si tienes demasiada o poca información.

Si no puedes resolver el problema con la información que tienes, decide qué información necesitas. Luego, vuelve a leer el problema para asegurarte de que no te saltaste información.

Copia cada problema. Encierra en un círculo los datos importantes. Subraya los datos que no sean necesarios para responder la pregunta. Si no hay suficiente información, anota qué te falta.

① La pitón reticulada es una de las serpientes más largas del mundo. En 1912 se encontró una en Indonesia que medía 10 metros de largo. Al nacer, la pitón reticulada mide 60 cm. Supongamos que una pitón adulta tiene una longitud de 8,85 m. Sea p los cm que creció la pitón desde el nacimiento. ¿Cuál es el valor de p?

▶ El Aconcagua. Cordillera de los Andes.

② La bandera más grande del mundo mide 2,26 m^2 y pesa 81,6 kg. En total, tiene 13 franjas horizontales. Sea h la altura de cada franja. ¿Cuál es el valor de h?

③ El cerro Aconcagua tiene una altitud de 6 960 metros. Los que escalan el monte toman un vuelo al campamento de la base que está a 4 300 metros. Desde allí, comienzan el ascenso, que puede durar varios días o más. Sea d la distancia del campamento a la cumbre del Aconcagua. ¿Cuál es el valor de d?

④ Sea c el costo de cierta computadora en 1981. Seis años después, en 1987, el precio de la computadora había aumentado al doble y era $129 990. ¿Cuál es el valor de c?

CAPÍTULO

2-3

Ecuaciones y sus soluciones

Aprender a decidir si un número es una solución de una ecuación.

Vocabulario

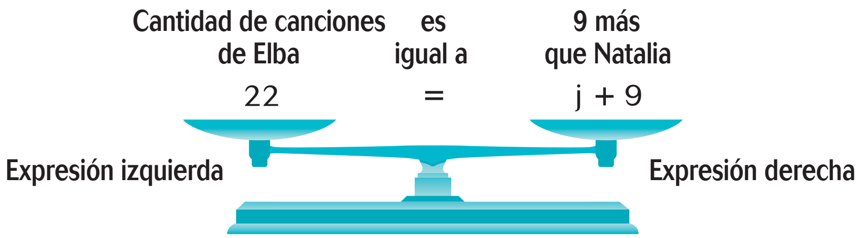
ecuación

solución

Elba tiene 22 canciones en su reproductor de MP3. Tiene 9 más que Natalia.

Esta situación se puede escribir en forma de ecuación.

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que tienen una o más variables desconocidas llamadas incógnitas.



Así como los pesos de ambos lados de la balanza equilibrada son exactamente iguales, las expresiones en ambos lados de una ecuación representan exactamente el mismo valor.

Cuando una ecuación contiene una variable, un valor de la variable que hace que el enunciado sea verdadero se llama **solución** de la ecuación.

$22 = j + 9$ $j = 13$ es una solución porque $22 = 13 + 9$.

$22 = j + 9$ $j = 15$ no es una solución porque $22 \neq 15 + 9$.

Leer matemáticas

El símbolo $\neq$ significa “no es igual a”

EJEMPLO 1

Determinar si un número es una solución de una ecuación

Determina si el valor dado es una solución para la ecuación.

A $18 = s - 7$; $s = 11$

$18 = s - 7$

$18 \overset{?}{=} 11 - 7$ *Sustituye s por 11.*

$18 \overset{?}{=} 4$ ✗

11 no es una solución de $18 = s - 7$.

B $w + 17 = 23$; $w = 6$

$w + 17 = 23$

$6 + 17 \overset{?}{=} 23$ *Sustituye w por 6.*

$23 \overset{?}{=} 23$ ✓

6 es una solución de $w + 17 = 23$.

EJEMPLO 2

Tomás quiere comprar una manzana verde. Tiene $ 50, que son $ 100 menos de lo que necesita. ¿La manzana cuesta $ 100 o $ 150?

Puedes escribir una ecuación para hallar el precio de la manzana. Si m representa el precio de la manzana, entonces $m - 100 = 50$.

$ 100

$m - 100 = 50$

$100 - 100 \overset{?}{=} 50$ *Sustituye m por 100.*

$0 \overset{?}{=} 50$ ✗

$ 150

$150 - 100 = 50$

$50 \overset{?}{=} 50$ *Sustituye m por 150.*

$50 - 50 \overset{?}{=}$ ✓ *La manzana cuesta $ 150.*

EJEMPLO 3

Llevar una situación del mundo real a una ecuación

¿Qué problema se corresponde mejor con la ecuación $300x + 400 = 2\,200$?

Problema A:
Jaime gastó $ 2 200 en figuritas de sus series favoritas. Pagó $ 400 por cada figura femenina y $ 300 por cada figura masculina. ¿Cuántas figuras femeninas compró Jaime si solo compró una figura masculina?

La variable x representa la cantidad de figuras femeninas que compró Jaime.

Como $400x$ no es un término en la ecuación dada, el problema A no se corresponde con la ecuación.

Problema B:
Jaime gastó $ 2 200 en figuritas de sus series favoritas. Pagó $ 300 por cada figura femenina y $ 400 por cada figura masculina. ¿Cuántas figuras femeninas compró Jaime si solo compró una figura masculina?

$ 300 por figura femenina → $300x$

$ 400 en figura masculina → $1(400)$

Jaime pagó $ 2 200 en total; por lo tanto, $300x + 400 = 2\,200$.

Razonar y comentar

1. **Compara** ecuaciones con expresiones. En tu cuaderno anota un ejemplo para cada concepto.
2. **Inventa una ecuación** de una ecuación que tenga 5 como solución.

2-3 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Determina si el valor dado de la variable es una solución.**

1. $19 = x + 4\ ;\ x = 23$

2. $6n = 78\ ;\ n = 13$

3. $k : 3 = 14;\ k = 42$

Ver ejemplo 2 **4.** Mario junta estampillas. Tiene 25, que son 9 menos de lo que necesita para llenar un libro. ¿El libro se llena con 34 o 38 estampillas?

Ver ejemplo 3 **5.** ¿Qué problema se corresponde mejor con la ecuación $100 + 20x = 160$?

Problema A: Luz compró esponjas a $20 la unidad, y un jabón para lavar la ropa a $100. Gastó $160 en total. ¿Cuántas esponjas compró?

Problema B: Luz compró esponjas a $100 la unidad, y un jabón para lavar la ropa a $200. Gastó $160 en total. ¿Cuántas esponjas compró?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Determina si el valor dado de la variable es una solución.**

6. $r - 12 = 25;\ r = 37$

7. $39 : x = 13;\ x = 4$

8. $21 = m + 9;\ m = 11$

9. $\frac{a}{18} = 7;\ a = 126$

10. $16f = 48;\ f = 3$

11. $71 - y = 26;\ y = 47$

Ver ejemplo 2 **12.** Carlos va a ir esta semana a una fiesta. Para poder ir, su padre le pide que haga todas sus tareas. Carlos tiene 119 ejercicios de matemáticas resueltos, que son 56 menos de lo que tiene que hacer en total. ¿Los ejercicios totales son 165 o 175?

Ver ejemplo 3 **13.** ¿Qué problema se corresponde mejor con la ecuación $200x + 1\,000 = 1\,800$?

Problema A: Elena compró helados y bebida. Si el helado costaba 1 000 pesos y la bebida 200 pesos, ¿cuántos helados compró Elena si pagó 1 800 pesos y solo llevó una botella de bebida?

Problema B: Elena compró helados y bebida. Si el helado costaba 200 pesos y la bebida 1 000 pesos, ¿cuántos helados compró Elena si pagó 1 800 pesos y solo llevó una botella de bebida?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Determina si el valor dado de la variable es una solución.

14. $j = 6$ para $15 - j = 21$

15. $x = 36$ para $48 = x + 12$

16. $m = 18$ para $16 = 34 - m$

17. $k = 23$ para $17 + k = 40$

18. $y = 8$ para $9y + 2 = 74$

19. $c = 12$ para $100 - 2c = 86$

20. $q = 13$ para $5q + 7 - q = 51$

21. $w = 15$ para $13w - 2 - 6w = 103$

22. $t = 12$ para $3(50 - t) - 10t = 104$

23. $r = 21$ para $4r - 8 + 9r - 1 = 264$

24. Mónica tiene una colección de estampillas de 6 países diferentes. Pedro tiene estampillas de 3 países menos que ella. Escribe una ecuación que muestre esta situación, donde j sea la cantidad de países de los que Pedro tiene estampillas.

CONEXIÓN con las Ciencias

25. En la tabla, se muestran las alturas aproximadas de algunas montañas del mundo en diferentes zonas climáticas. Usa la tabla para escribir una ecuación que muestre la distancia vertical desde la cima de un monte de 4 347 metros de altura a la línea arbórea, que marca el comienzo de la zona de tundra alpina.

Zona climática	Altura aproximada
Grandes llanuras	900 a 1 600 metros
Estribaciones	1 600 a 2 300 metros
Bosque de montaña	2 300 a 2 800 metros
Subalpina	2 800 a 3 200 metros
Tundra alpina	A más de 3 200 metros

26. La velocidad eólica máxima de un tornado F5, el tipo más fuerte de tornado que se conoce, es de 396 km/h. La velocidad máxima de un tornado F1 es 115 Km/h. La diferencia de velocidad entre el tornado F5 y F1 es 279 Km/h, 281 Km/h o 283 Km/h?

27. **Escribe un problema** La temperatura media de la superficie terrestre tuvo un aumento de aproximadamente 0,5 ° C de 1861 a 1998. En 1998, la temperatura media de la superficie terrestre fue unos 15,5 °C. Usa estos datos para escribir un problema que contenga una ecuación con una variable.

28. **Desafío** En la década de 1980, cerca de $3,7 \cdot 10^4$ hectáreas de selva tropical se destruyeron cada año por deforestación. ¿Aproximadamente, cuántas hectáreas de selva tropical se destruyeron en la década de 1980?

Equivalencia de unidades:

1 hectárea (ha) equivale a 10 000 m cuadrados (m^2).

Repaso

29. El jardín rectangular de Rodrigo mide 3 metros de largo. Para hallar el área de su jardín, Rodrigo usó la fórmula $A = 3a$. Halló que su jardín tenía un área de 45 metros cuadrados. ¿Cuánto mide de ancho el jardín de Rodrigo?

Ⓐ 10 metros Ⓑ 15 metros Ⓒ 20 metros Ⓓ 25 metros

30. En la Escuela San Juan hay 316 estudiantes de séptimo básico. Son 27 estudiantes más de los que hay en octavo básico. ¿Cuántos estudiantes de octavo básico se inscribieron?

Ⓐ 289 Ⓑ 291 Ⓒ 299 Ⓓ 343

Evalúa la expresión $5x + y + 8$ para cada valor dado.

31. $x = 50, y = 10$ **32.** $x = 10, y = 150$ **33.** $x = 25, y = 200$

Indica qué propiedad se representa.

34. $(7 + 5) + 3 = 7 + (5 + 3)$ **35.** $181 + 0 = 181$ **36.** $bc = cb$

CAPÍTULO

2-4

Cómo resolver ecuaciones mediante la suma o la resta

Aprender a resolver ecuaciones de un paso usando la suma o la resta

Vocabulario

propiedad de igualdad de la suma

propiedad de igualdad de la resta

operaciones inversas

Resolver una ecuación significa hallar la solución de la ecuación. Para hacerlo, despeja la variable, es decir, deja sola la variable a un lado del signo de igualdad.

$x = 8 - 5$	$x + 5 = 8$
$7 - 3 = y$	$7 = 3 + y$
Las variables están despejadas.	Las variables *no* están despejadas.

Imagina que una ecuación es como una balanza equilibrada. Si aumentas o disminuyes los pesos en la misma cantidad en ambos lados, la balanza se mantendrá en equilibrio. Estas son la **propiedad de igualdad de la suma** y la **propiedad de igualdad de la resta**.

PROPIEDAD DE IGUALDAD DE LA SUMA

En palabras	Con números	En álgebra
Puedes sumar la misma cantidad a ambos lados de una ecuación y el enunciado seguirá siendo verdadero.	$\begin{array}{rcr} 2+3 & = & 5 \\ \underline{+4} & & \underline{+4} \\ 2+7 & = & 9 \end{array}$	$\begin{array}{rcr} x+3 & = & y \\ \underline{+z} & & \underline{+z} \\ x+z & = & y+z \end{array}$

Usa las operaciones inversas cuando despejes una variable. La suma y la resta son **operaciones inversas**, lo que significa que se "cancelan" entre sí.

$$2\boxed{+5}=7 \longleftrightarrow 7\boxed{-5}=2$$

EJEMPLO **1**

Usar la propiedad de igualdad de la suma

Resuelve la ecuación $x - 8 = 17$. Comprueba tu respuesta.

$$\begin{array}{rcl} x - 8 & = & 17 \\ \underline{+8} & & \underline{+8} \\ x & = & 25 \end{array}$$

Razona: 8 se ***resta*** *de x, por lo tanto,* ***suma*** *8 a ambos lados para despejar x.*

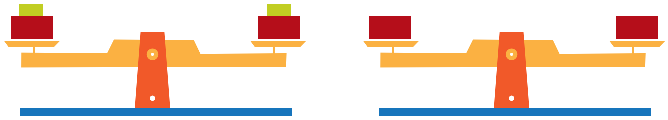
Comprueba.

$$\begin{array}{rcl} x - 8 & = & 17 \\ 25 - 8 & \overset{?}{=} & 17 \\ 17 & \overset{?}{=} & 17 \checkmark \end{array}$$

Sustituye x por 25

25 es la solución.

PROPIEDAD DE IGUALDAD DE LA RESTA



En palabras	Con números	En álgebra
Puedes restar la misma cantidad a ambos lados de una ecuación y el enunciado seguirá siendo verdadero.	$4 + 7 = 11$ $\underline{-3} \quad \underline{-3}$ $4 + 4 = 8$	$x = y$ $\underline{-z} \quad \underline{-z}$ $x - z = y - z$

EJEMPLO 2 Usar la propiedad de igualdad de la resta

Resuelve la ecuación $a + 5 = 11$. Comprueba tu respuesta.

$$\begin{aligned} a + 5 &= 11 \\ \underline{-5} \quad &\underline{-5} \\ a &= 6 \end{aligned}$$

*Razona: 5 se **suma** a la incógnita, por lo tanto, **resta** 5 a ambos lados para despejar a.*

Comprueba.

$$\begin{aligned} a + 5 &= 11 \\ 6 + 5 &\overset{?}{=} 11 \\ 11 &\overset{?}{=} 11 \checkmark \end{aligned}$$

Sustituye a por 6

6 es la solución.

EJEMPLO 3 Aplicación a los deportes

Adolfo es el líder del equipo de tenis del colegio. Él ha logrado ganar 15 partidos. El equipo completo del colegio ha logrado ganar 63. ¿Cuántos partidos ha logrado ganar el resto del equipo del colegio de Adolfo?

Sea p los juegos ganados por el resto del equipo.

Juegos ganados por Adolfo	+	Juegos ganados por el resto del equipo	=	Total juegos ganados
15	+	p	=	63

$$\begin{aligned} 15 + p &= 63 \\ \underline{-15} \qquad &\underline{-15} \\ p &= 48 \end{aligned}$$

***Resta** 15 de ambos lados para despejar p.*

Sus compañeros ganaron 48 juegos.

Razonar y comentar

1. **Explica** cómo decidir qué operación se puede usar para despejar la variable de una ecuación.
2. **Describe** qué sucedería si se sumara o restara un número en un lado de una ecuación, pero no en el otro. Inventa un ejemplo y escríbelo en tu cuaderno.

2-4

Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1**

Resuelve cada ecuación. Comprueba tus respuestas.

1. $r - 77 = 99$

2. $102 = v - 66$

3. $x - 22 = 66$

Ver ejemplo **2**

4. $d + 83 = 92$

5. $45 = 36 + f$

6. $987 = 16 + m$

Ver ejemplo **3**

7. Después de ganar 9 partidos, tu equipo ha ganado un total de 23 partidos. ¿Cuántos partidos había ganado tu equipo antes de ganar los 9 partidos?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1**

Resuelve cada ecuación. Comprueba tus respuestas.

8. $n - 36 = 17$

9. $t - 28 = 54$

10. $p - 56 = 12$

11. $b - 41 = 26$

12. $m - 51 = 23$

13. $k - 22 = 101$

Ver ejemplo **2**

14. $x + 15 = 43$

15. $w + 19 = 62$

16. $a + 14 = 38$

17. $110 = s + 65$

18. $x + 47 = 82$

19. $18 + j = 94$

20. $97 = t + 45$

21. $q + 13 = 112$

22. $44 = 16 + n$

Ver ejemplo **3**

23. Hans está en un viaje de estudio. Tiene que viajar 56 km para llegar a su destino. Hasta ahora, ha viajado 18 km. ¿Cuánto más tiene que viajar?

24. Sandra leyó 8 libros en abril. Si su club de lectura le pide leer 6 libros al mes, ¿cuántos libros leyó aparte de lo que le pide el club?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resuelve cada ecuación. Comprueba tus respuestas.

25. $p - 7 = 3$

26. $n + 17 = 98$

27. $23 + b = 75$

28. $356 = y - 219$

29. $105 = a + 60$

30. $g - 720 = 159$

31. $651 + c = 800$

32. $f - 63 = 937$

33. $59 + m = 258$

34. $16 = h - 125$

35. $s + 841 = 1\,000$

36. $711 = q - 800$

37. $63 + x = 902$

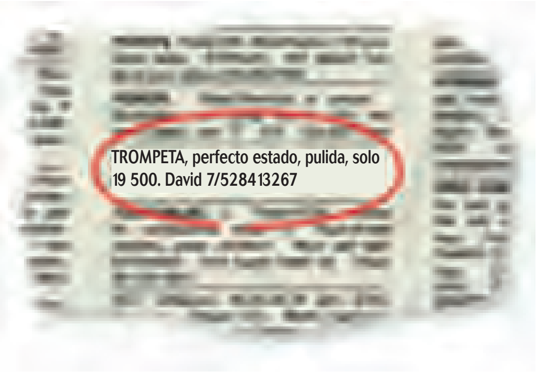
38. $z - 712 = 54$

39. $120 = w + 41$

40. **Física** Un objeto pesa menos cuando está en el agua. Esto se debe a que el agua ejerce una fuerza de empuje sobre el objeto. El peso de un objeto fuera del agua es igual al peso del objeto en el agua más la fuerza de empuje del agua. Supongamos que un objeto pesa 46 kg fuera del agua y 24 kg en el agua. Escribe una ecuación para hallar la fuerza de empuje del agua y resuélvela.

41. Después de depositar un cheque de $ 6 500, el nuevo saldo de la cuenta de Helena era $ 31 500. Escribe una ecuación para hallar la cantidad que había en su cuenta antes del depósito y resuélvela.

42. Música Aldo quiere comprar una trompeta que aparece en los anuncios clasificados. Ha ahorrado $15 600. Con ayuda de la información del anuncio, escribe y resuelve una ecuación para hallar cuánto dinero más necesita Aldo para comprar la trompeta.


TROMPETA, perfecto estado, pulida, solo 19 500. David 7/528413267

43. ¿Dónde está el error? Describe y corrige el error, $x = 50$ para $(8 + 4)2 + x = 26$.

44. Escríbelo Explica cómo sabes si debes sumar o restar para resolver una ecuación.

45. Desafío Miguel lleva un registro de los avances y retrocesos de su equipo de fútbol en cada fase del campeonato anual. El registro se muestra en la tabla. Escribe una ecuación para hallar la información que falta y resuélvela.

Juego	Avance/retroceso	Total avance/retroceso
1° año	Avanzó 2 puestos	Avanzó 2 puestos
2° año	Retrocedió 5 puestos	Retrocedió 3 puestos
3° año	Avanzó 7 puestos	Avanzó 4 puestos
4° año	■	Retrocedió 7 puestos

Repaso

46. Esteban ha leído 78 páginas de *La isla del tesoro*. El libro tiene 203 páginas. ¿Cuántas páginas le falta leer a Esteban?

47. ¿Qué problema representa mejor la ecuación $42 - x = 7$?

Ⓐ Ariel tiene 42 años. Su hermano es 7 años mayor que él. ¿Cuántos años tiene el hermano de Ariel?

Ⓑ Luis tiene 42 días para terminar su proyecto para la feria de ciencias. ¿Cuántas semanas tiene para terminar su proyecto?

Ⓒ El total de la cuenta del almuerzo de un grupo de 7 amigos suma $ 4 200. Si los amigos dividen la cuenta para que cada uno pague lo mismo, ¿cuánto debe pagar cada uno?

Ⓓ Cada estudiante del club de teatro de la escuela ha pagado por una camiseta del club. Si en el club hay 42 estudiantes y solo quedan 7 camisetas por retirar, ¿cuántos estudiantes ya se han llevado su camiseta?

Escribe cada frase como expresión algebraica.

48. el producto de 16 y n

49. k restado de 17

50. 8 por la suma de x y 4

Reduce las expresiones.

51. $6(2 + 2n) + 3n$

52. $4x - 7y + x$

53. $8 + 3f + 2(4f)$

CAPÍTULO

2-5

Cómo resolver ecuaciones mediante la multiplicación o la división

Aprender a resolver ecuaciones de un paso usando la multiplicación o la división.

Vocabulario

propiedad de igualdad de la multiplicación

propiedad de igualdad de la división

Al igual que la suma y la resta, la multiplicación y la división son operaciones inversas. Se "cancelan" entre sí.

$$2\boxed{\cdot 5}=10$$
$$10\boxed{:5}=2$$

PROPIEDAD DE IGUALDAD DE LA MULTIPLICACIÓN

En palabras	Con números	En álgebra
Puedes multiplicar ambos lados de una ecuación por el mismo número y el enunciado seguirá siendo verdadero.	$3 \cdot 4 = 12$ $2 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot 12$ $6 \cdot 4 = 24$	$x = y$ $zx = zy$

Si una variable se divide entre un número, a menudo puedes usar la multiplicación para despejar la variable. Multiplica ambos lados de la ecuación por el número.

EJEMPLO 1

Usar la propiedad de igualdad de la multiplicación

Resuelve la ecuación $\frac{x}{7} = 20$. Comprueba tu respuesta.

$$\frac{x}{7} = 20$$
$$(7)\frac{x}{7} = 20(7)$$
$$x = 140$$

*Razona: se **divide** x entre 7, por lo tanto **multiplica** ambos lados por 7 para despejar x.*

Comprueba.

$$\frac{x}{7} = 20$$
$$\frac{140}{7} \overset{?}{=} 20$$

Sustituye x por 140.

$$20 \overset{?}{=} 20 \checkmark$$

140 es la solución.

PROPIEDAD DE IGUALDAD DE LA DIVISIÓN

En palabras	Con números	En álgebra
Puedes dividir ambos lados de una ecuación entre el mismo número distinto de cero y el enunciado seguirá siendo verdadero.	$5 \cdot 6 = 30$ $\frac{5 \cdot 6}{3} = \frac{30}{3}$ $5 \cdot \frac{6}{3} = 10$ $5 \cdot 2 = 10$	$x = y$ $\frac{x}{z} = \frac{y}{z}$ $z \neq 0$

Si una variable se multiplica por un número, a menudo puedes usar la división para despejar la variable. Divide ambos lados de la ecuación por el mismo número.

EJEMPLO 2 Usar la propiedad de igualdad de la división

Resuelve la ecuación $240 = 4z$. Comprueba tu respuesta.

$$240 = 4z$$

*Razona: Se **multiplica** z por 4, por lo tanto, **divide** ambos lados entre 4 para despejar z.*

$$\frac{240}{4} = \frac{4z}{4}$$

$$60 = z$$

Comprueba.

$$240 = 4z$$

$$240 \overset{?}{=} 4(60)$$

Sustituye z por 60.

$$240 \overset{?}{=} 240 \checkmark$$

60 es la solución.

EJEMPLO 3 Aplicación a la salud

Si cuentas los latidos de tu corazón durante 10 segundos y multiplicas ese número por 6, puedes hallar tu ritmo cardíaco en latidos por minuto. Miguel Induraín, que ganó el Tour de Francia cinco veces, tenía un ritmo cardíaco en estado de reposo de 30 latidos por minuto. ¿Cuántas veces late su corazón en 10 segundos?

Usa la información dada para escribir una ecuación, donde *b* es la cantidad de latidos en 10 segundos.

Latidos en 10 s · 6 + 6 = latidos por minuto

$$b \cdot 6 = 30$$

$$6b = 30$$

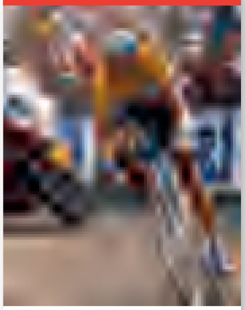
*Razona: b se **multiplica** por 6, por lo tanto, **divide** ambos lados entre 6 para despejar b.*

$$\frac{6b}{6} = \frac{30}{6}$$

$$b = 5$$

El corazón de Miguel Induraín late 5 veces en 10 segundos.

CONEXIÓN con Salud



Miguel Induraín ganó el tour de Francia cinco veces, de manera consecutiva en los años de 1991 al 1995. Solo tres ciclistas han logrado su hazaña en la carrera de bicicletas más larga del mundo.

Razonar y comentar

1. **Explica** cómo comprobar tu solución a una ecuación.
2. **Describe** cómo resolver $13x = 91$.
3. Cuando resuelvas $5p = 35$, ¿*p* será mayor o menor que 35? **Explica** tu respuesta.
4. Cuando resuelvas $\frac{p}{5} = 35$, ¿*p* será mayor o menor que 35? **Explica** tu respuesta.

2-5 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1**

Resuelve cada ecuación. Comprueba tus respuestas.

1. $\frac{s}{77} = 11$
2. $b : 25 = 4$
3. $y : 8 = 5$

Ver ejemplo **2**

Resuelve.

4. $72 = 8x$
5. $3c = 9{,}6$
6. $x \cdot 1{,}8 = 1{,}8$

Ver ejemplo **3**

7. Los viernes por la noche, una cancha de fútbol local cobra $ 500 por persona por jugar toda la noche. Si Andrés y sus amigos pagaron en total $ 4 500 por jugar, ¿cuántas personas había en el grupo?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1**

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

8. $12 = s + 4$
9. $\frac{k}{18} = 72$
10. $13 = \frac{z}{5}$
11. $\frac{c}{5} = 35$
12. $\frac{w}{11} = 22$
13. $17 = n : 18$

Ver ejemplo **2**

14. $1{,}7x = 85$
15. $63 = 3p$
16. $6u = 22{,}2$
17. $9{,}7a = 19{,}4$
18. $9q = 108$
19. $195 = 11d$

Ver ejemplo **3**

20. Ver una película en el cine del colegio cuesta $ 600 por entrada para grupos de diez o más personas. Si el grupo de Alberto pagó en total $ 16 200 por las entradas al cine, ¿cuántas personas había en el grupo?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resuelve cada ecuación. Comprueba tu respuesta.

21. $9 = g : 3$
22. $150 = 3j$
23. $68 = m - 42$
24. $7r = 8{,}4$
25. $5x = 35$
26. $9 = \frac{s}{38}$
27. $\mathrm{b} + 33 = 95$
28. $\frac{p}{15} = 6$
29. $12f = 240$
30. $504 = c - 212$
31. $8a = 288$
32. $15{,}7 + q = 26{,}9$
33. $21 = d : 2$
34. $\frac{h}{20} = 83$
35. $r - 92 = 215$

Varios pasos Convierte cada enunciado en una ecuación. Luego resuelve la ecuación.

36. Un número d dividido entre 4 es igual a 3.

37. La suma de 7 y un número n da 15.

38. El producto de un número b y 5 es 250.

39. Doce es la diferencia entre un número q y 8.

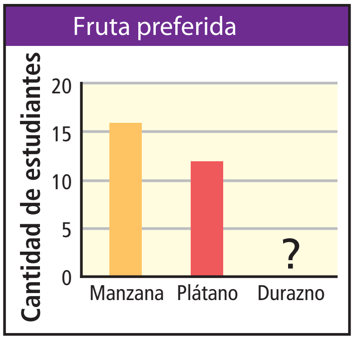
40. En nueve semanas a partir de ahora, Susana espera comprar una bicicleta que cuesta $ 18 000. ¿Cuánto dinero debe ahorrar por semana?

41. Un club de una escuela está reuniendo juguetes para una organización de beneficencia infantil. Hay 18 estudiantes en el club y deben reunir 216 juguetes. Cada uno reunirá la misma cantidad de juguetes. ¿Cuántos deberá reunir cada integrante?

42. Liliana condujo desde La Serena hacia el Norte a un promedio de 72 km/h. Su tiempo de recorrido fue 62 horas en total. Escribe una ecuación para hallar la distancia que recorrío Liliana y resuélvela.

43. Una tienda arrienda un local en un edificio a un costo de $ 2 000 por metro cuadrado. Si el local tiene 700 metros cuadrados. ¿Cuánto cuesta el arriendo?

44. La profesora de 7º pidió a sus estudiantes que dijeran cuál es su fruta favorita. Si hay 6 veces más personas que prefieren los plátanos que personas que prefieren los duraznos, ¿a cuántas personas les gustan los duraznos?



45. **¿Dónde está el error?** En la ecuación $7x = 56$, un estudiante halló que el valor de x era 392. ¿Qué error cometió?

46. **Escríbelo** ¿Cómo sabes si debes usar la multiplicación o la división para resolver una ecuación?

47. **Desafío** En una encuesta se preguntó a 8 690 000 estudiantes universitarios qué equipos electrónicos usan. Los resultados son los siguientes: 7 299 600 tienen televisor, 6 604 400 tienen un reproductor de DVD, 3 389 100 tienen una consola de videojuegos, 3 041 500 tienen un reproductor de video y x estudiantes tienen un reproductor de MP3. Si multiplicas la cantidad de estudiantes que tienen reproductores de MP3 por 5 y luego divides el producto entre 3, tienes el total de estudiantes representados en la encuesta. Escribe y resuelve una ecuación para hallar la cantidad de estudiantes que usan reproductores de MP3.

Repaso

48. El sr. Donoso pidió prestados $120 000 para comprar una computadora. Quiere devolver el préstamo en 8 pagos iguales. ¿De cuánto será cada pago?

Ⓐ $ 8 000   Ⓑ $ 10 000   Ⓒ $ 15 000   Ⓓ $ 20 000

49. Resuelve la ecuación $16x = 208$.

Ⓐ $x = 11$ Ⓑ $x = 12$ Ⓒ $x = 13$ Ⓓ $x = 14$

50. La entrada a un parque de diversiones cuesta $ 1 800 por persona para grupos de 20 o más personas. Si el grupo de Celia pagó en total $ 41 400 para entrar, ¿cuántas personas había en el grupo?

Determina si el valor dado de la variable es una solución.

51. $x + 34 = 48;\ x = 14$

52. $d - 87 = 77;\ d = 10$

Resuelve cada ecuación.

53. $76 + n = 115$

54. $j - 97 = 145$

55. $t - 123 = 455$

56. $a + 39 = 86$

CAPÍTULO
2

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 2-1 a 2-5

2-1 Variables y expresiones algebraicas

Evalúa las expresiones para los valores dados de la variable.

1. $7(x + 4)$ para $x = 5$

2. $11 - n : 3$ para $n = 6$

3. $p + 6t^2$ para $p = 11$ y $t = 3$

4. $2(x - 6)$ para $x = 9$

5. $64 - m : 8$ para $m = 64$

6. $x^2 + 3y^2$ para $x = 2$ y $y = 5$

2-2 Cómo reducir expresiones algebraicas

Reduce las expresiones. Justifica tus pasos.

7. $2y + 5y^2 - 2y$

8. $2y + (5x - 3x) + y$

9. $x + 4 + 7x + 9$

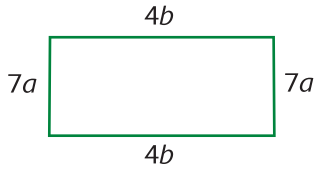
10. $x(3 + 3y) + xy + 6x$

11. $10 + 9b - 6a - b$

12. $2xy - 5y - yx + 7(2y + 3xy)$

13. Escribe una expresión para el perímetro de la figura dada. Luego reduce la expresión.

14. Escribe un ejemplo de expresión y luego redúcela.



2-3 Ecuaciones y sus soluciones

Determina si el valor dado de la variable es una solución.

15. $22 - x = 7$; $x = 15$

16. $\frac{56}{r} = 8$; $r = 9$

17. $m + 19 = 47$; $m = 28$

18. El mes pasado, Sol gastó $ 14 700 en la tienda de comestibles. Este mes gastó $ 2 900 más que el mes pasado. ¿Cuánto gastó Sol este mes, $ 11 800 o $ 17 600?

2-4 Cómo resolver ecuaciones mediante la suma o la resta

Resuelve cada ecuación.

19. $g - 4 = 13$

20. $20 = 7 + p$

21. $t - 18 = 6$

22. $m + 34 = 53$

2-5 Cómo resolver ecuaciones mediante la multiplicación o la división

Resuelve cada ecuación.

23. $\frac{k}{8} = 7$

24. $3b = 39$

25. $n : 16 = 7$

26. $330 = 22x$

27. Un jarro de agua contiene 3,6 litros. ¿Cuántos vasos de 20 ml de agua contiene la jarra?

CONEXIONES con el mundo real

La torre Titanium

Cuando se terminó en 2010, la torre Titanium La Portada se convirtió en el edificio más alto de Chile. Poco tiempo después fue superado por la Gran Torre Santiago. El helipuerto de la torre Titanium La Portada se encuentra a 195,9 metros de altura, lo que permite que los helicópteros aterricen y despeguen rápidamente. Los ascensores de alta velocidad de la torre, permiten que las personas lleguen a sus más de 50 pisos en muy poco tiempo.

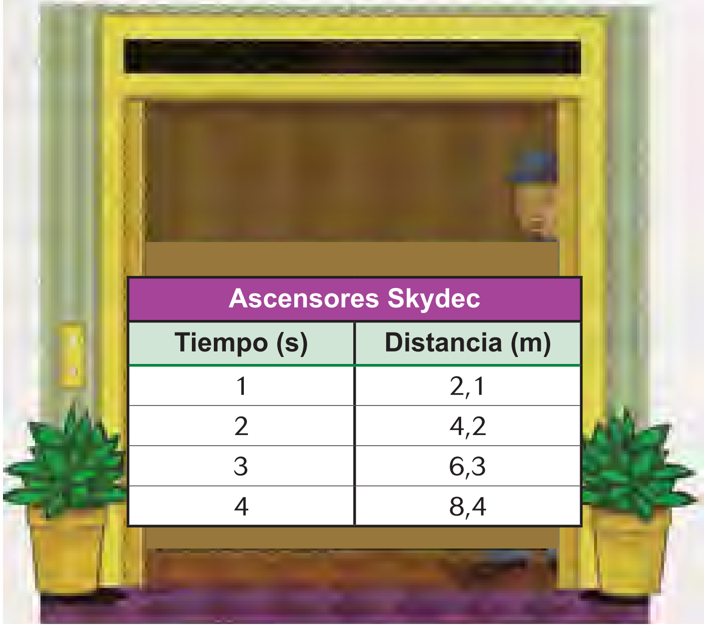
Usa la información de la tabla para resolver los ejercicios del 1 al 4.

1. En la tabla se muestra la distancia que recorren los ascensores de la torre Titanium La Portada en segundos. Describe el patrón de la tabla.

2. Halla la distancia que puede viajar un ascensor en 7 segundos. Explica cómo hallaste la distancia.

3. El helipuerto está a 196 metros de altura aproximadamente. Escribe y resuelve una ecuación para hallar cuánto le lleva a un ascensor ir desde el suelo hasta el helipuerto.

4. Si un edificio A tuviera 16 100 ventanas y un edificio B tuviera 65 000 ventanas. ¿Qué edificio tiene más ventanas? ¿Cuántas ventanas más tiene?



Ascensores Skydec

Tiempo (s)	Distancia (m)
1	2,1
2	4,2
3	6,3
4	8,4

5. Aproximadamente, 25 000 personas entran a un rascacielos por día. ¿Aproximadamente, cuántas personas entran en ese rascacielos durante una típica semana laboral de lunes a viernes?

▶ Torre Titanium. Santiago.

¡Vamos a Jugar!

Porotos saltarines

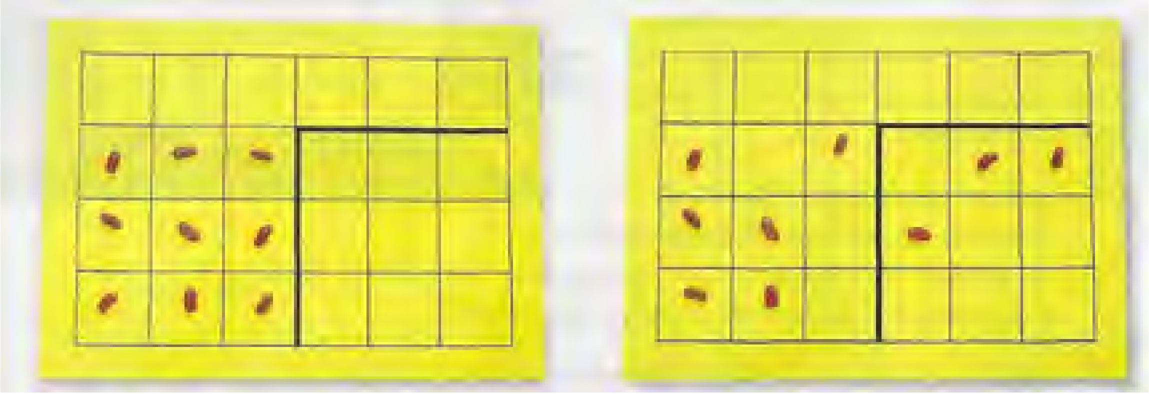
Formen grupos de 3 personas y realicen la siguiente actividad.

Necesitarás una cuadrícula de 4 por 6 cuadrados. En cada cuadrado debe caber un poroto. Marca una sección de 3 cuadrados por 3 cuadrados de la cuadrícula. Coloca nueve porotos en los nueve espacios, como se muestra en la ilustración.

Deben mover los nueve porotos a los nueve cuadrados marcados con la menor cantidad de movimientos.

Sigan estas reglas para mover los porotos.

1. Pueden mover porotos hacia cualquier cuadrado vacío y en cualquier dirección.
2. Pueden saltar sobre otro poroto en cualquier dirección hacia un cuadrado vacío.
3. Pueden saltar sobre otros porotos tantas veces como quieran.



Mover todos los porotos con diez movimientos no es tan difícil, ¿pero pueden hacerlo con nueve movimientos?

¡Está en la bolsa!

Materiales

- 1 hoja grande de papel para decoración
- 3 hojas de papel para decoración más pequeñas
- corchetera
- tijeras
- marcadores
- lápiz

PROYECTO Álgebra paso a paso

Esta “libreta con escalones” es un excelente lugar para anotar ejemplos de problemas de álgebra.

Instrucciones

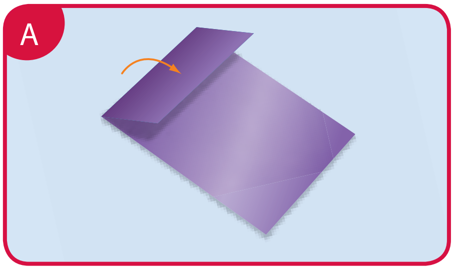
1. Extiende la hoja de papel de 30 cm por 20 cm delante de ti. Dóblala a 6 cm del borde superior y haz un pliegue. **Figura A**

2. Desliza la hoja de papel de 18 cm por 20 cm por debajo de la solapa del primer trozo. Haz lo mismo con las hojas de papel de 14 cm por 20 cm y de 9,5 cm por 20 cm para hacer una libreta con escalones. Engrapa todas las hojas en la parte superior. **Figura B**

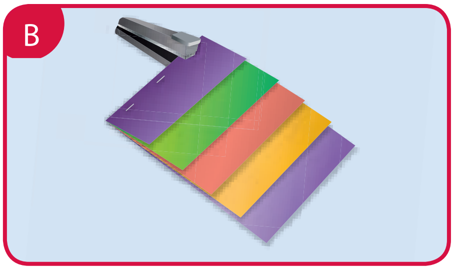
3. Con un lápiz, divide en tercios las tres hojas del medio. Luego, desde la parte inferior, corta a lo largo de las líneas que trazaste para hacer hendiduras en estas tres hojas. **Figura C**

4. En el “escalón” superior de tu libreta, escribe el número y título del capítulo.

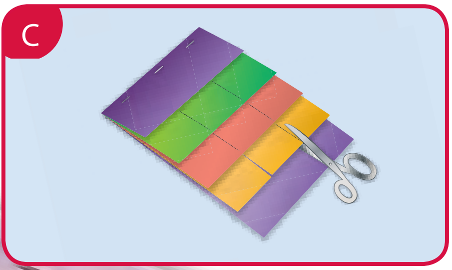
A



B



C



Tomar notas en matemáticas

Rotula cada uno de los escalones de tu libreta con conceptos importantes del capítulo: “Usar exponentes”, “Expresar números en notación científica”, etc. En la última hoja, escribe “Resolver ecuaciones”. Escribe ejemplos de problemas del capítulo en los escalones apropiados.

CAPÍTULO 2

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

variable	**54**
constante	**54**
expresión algebraica	**54**
evaluar	**54**
términos semejantes	**58**
términos	**58**
ecuación	**64**
solución	**64**
propiedad de igualdad de la suma	**68**
propiedad de igualdad de la resta	**68**
operaciones inversas	**68**
propiedad de igualdad de la multiplicación	**72**
propiedad de igualdad de la división	**72**

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. Una ___________ es aquella combinación de términos algebraicos relacionados entre sí por operaciones de suma y resta.
2. Un ___________ es un número que se multiplica por una variable en una expresión algebraica.
3. Una ___________ es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que tienen una o más variables desconocidas llamadas incógnitas.
4. Las ___________ son aquellas que se "cancelan" entre sí, es decir, una anula a la otra.

EJEMPLOS

2-1 Variables y expresiones algebraicas

- **Evalúa $5a - 6b + 7$ para $a = 4$ y $b = 3$**

$5a - 6b + 7 =$

$5(4) - 6(3) + 7 =$

$20 - 18 + 7 =$

9

- **Evalúa $3b + 6c + 1$ para $b = 4$ y $c = 2$**

$3b + 6c + 1 =$

$3(4) + 6(2) + 1 =$

$12 + 12 + 1 =$

25

EJERCICIOS

Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables

5. $4x - 5$ para $x = 6$
6. $3s + 7s$ para $s = 9$
7. $8y^3 + 3y$ para $y = 4$
8. $8n^2 - 3n^3$ para $n = 2$
9. $\frac{n}{5} + 6m - 3$ para $n = 5$ y $m = 2$
10. $\frac{1}{4}b + 2b - 5c$ para $b = 3$ y $c = 2$
11. $2a^2 + 3b^3$ para $a = 2$ y $b = 3$
12. $\frac{1}{2}x^2 - 3n$ para $x = 12$ y $n = 16$
13. $\frac{1}{3}c^3 + 3c^3$ para $c = 4$

EJEMPLOS

EJERCICIOS

2-2 Cómo reducir expresiones algebraicas

- **Reduce la expresión.**

$4x^3 + 5y + 8x^3 - 4y - 5x^2$

$8x^3 + 4x^3 - 5x^2 + 5y - 4y$

$12x^3 + y - 5x^2$

- **Reduce la expresión.**

$2a^2 + 5a + 2a^3 + a^2 + 2a^3 + a$

$2a^3 + 2a^3 + 2a^2 + a^2 + 5a + a$

$4a^3 + 3a^2 + 6a$

Reduce las expresiones.

14. $5x^2 + 3x - 2x^2 + x$

15. $2a^3 + 3b + 3b - 2a^3$

16. $(m^3 + 2m^2) + (m + m^2)$

17. $7b^2 + 8 + 3b^2$

18. $5 + 3a^3 + 6a^3$

19. $12a^2 + 4 + 3a^2 - 2$

20. $6 + 15n^2 - 5 - 14n^2$

21. $x^2 + x^3 + x^4 + 5x^2$

22. $2y^3 - 5y^4 - 2y^3 + 5y^4$

23. $(16a + 22a) - 34a$

24. $2m^3 + m^3 - 4m^3$

25. $\frac{1}{5}x^2 - 5x^2 + 3m$

2-3 Ecuaciones y sus soluciones

- **Determina si 22 es una solución.**

$24 = s - 13$

$24 = 22 - 13$

$24 = 9$ ✗

- **Determina si 16 es una solución.**

$36 = j + 20$

$36 = 16 + 20$

$36 = 36$ ✓

Determina si el valor dado para la variable es una solución para las siguientes ecuaciones:

26. $\frac{b}{12} = 3;\ b = 48$

27. $\frac{n}{9} = 1;\ n = 1$

28. $36 = n - 12;\ n = 48$

29. $54 = x + 26;\ x = 28$

30. $9x = 117;\ x = 12$

31. $12x = 1;\ x = 1$

32. $3x + 2x = 15;\ x = 15$

33. $\frac{3}{4}m - \frac{1}{4}m = 10;\ m = 20$

34. $2a + 6a^2 = 30;\ a = 12$

35. $3a = 18;\ a = 6$

36. $5x = \frac{1}{3}x;\ x = 15$

37. $16 = x + 9;\ x = 7$

EJEMPLOS **EJERCICIOS**

2-4 Cómo resolver ecuaciones mediante la suma o la resta

■ **Resuelve la ecuación. Luego comprueba.**

$$\begin{array}{rcr} b + 12 & = & 16 \\ \underline{-12} & & \underline{-12} \\ b & = & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} a - 6 & = & 24 \\ \underline{+6} & & \underline{+6} \\ a & = & 30 \end{array}$$

Resuelve cada ecuación. Luego comprueba.

38. $8 + b = 16$

39. $x + 6 = 25$

40. $20 = n - 12$

41. $36 = j - 5$

42. $27 + c = 45$

43. $t - 68 = 44$

44. $x + 5 = 4$

45. $a - 16 = 16$

46. $b + 3 = 20$

47. $36 - x = 17$

48. $15 = x - 9$

49. $48 = y - 6$

2-5 Cómo resolver ecuaciones mediante la multiplicación o la división

■ **Resuelve la ecuación. Luego comprueba.**

$$2r = 12 \qquad \frac{2r}{2} = \frac{12}{2} \qquad r = 6$$

$$2r = 12 \qquad 2(6) \overset{?}{=} 12 \qquad 12 \overset{?}{=} 12 \checkmark$$

$$5m + 4 = 24 \qquad \frac{5m}{5} = \frac{20}{5} \qquad m = 4$$

$$5m + 4 = 24 \qquad 5(4) + 4 = 24 \qquad 20 + 4 = 24 \qquad 24 = 24 \checkmark$$

Resuelve cada ecuación. Luego comprueba.

50. $\frac{n}{4} + 12 = 56$

51. $\frac{j}{3} - 2 = 40$

52. $3p + 5 = 32$

53. $6x + 5 = 78$

54. $\frac{d}{14} = 57$

55. $\frac{1}{4}x + 6 = 9$

56. $\frac{3}{5}m + 16 = 22$

57. $2x + 10 = 18$

58. $12x - 5 = 7$

59. $\frac{2}{5}a + 4 = 8$

60. Elisa cobra \$ 1 500 por hora trabajando como niñera. El mes pasado, ganó \$ 63 000. ¿Cuántas horas trabajó Elisa como niñera el mes pasado?

Prueba de capítulo

Evalúa las expresiones para los valores dados de las variables.

1. $2x - 5$ para $x = 6$
2. $y^3 + 1$ para $y = 3$
3. $2x + 3$ para $x = 4$
4. $\frac{1}{6}x + 2$ para $x = 36$
5. $3a + 2b$ para $a = 5$ y $b = 4$
6. $\frac{1}{8}m - 5n$ para $m = 800$ y $n = 20$
7. $16p^2 - 14q$ para $p = 1$ y $q = 1$
8. $4a + 6b + 7$ para $a = 2$ y $b = 3$
9. $7y^2 + 7y$ para $y = 3$
10. $\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}y$ para $x = 12$ e $y = 8$

Reduce las expresiones. Justifica tus pasos.

11. $b + 2 + 5b$
12. $16 + 5b + 3b + 9$
13. $5a + 6t + 9 + 2a$
14. $4m - 5a + 7a - 3m$
15. $(m + n + m) - (n - m + n)$
16. $4q + 2j + 3j + 2q$
17. $5x^2 - 7x + 9x^2 + 12x$
18. $3p + 9p + 5p + 9p^2$
19. $\frac{1}{2}q + p + \frac{1}{2}q + p$
20. $14s - (6g + 4g - 6s)$

Determina si el valor dado para la variable es una solución.

21. $5x + 6 = 42;\ x = 7$
22. $3m + 9 = 27;\ m = 9$
23. $\frac{n}{3} = 9;\ n = 24$
24. $\frac{m}{4} = 6;\ m = 24$
25. $44 = 6q + 2;\ q = 7$
26. $100 = \frac{1}{5}x + 80;\ x = 20$
27. $12h = 144;\ h = 12$
28. $9 = \frac{1}{3}x + 9;\ x = 1$
29. $45 = 2x + 19;\ x = 13$
30. $104 = 5x + 34;\ x = 12$

Resuelve cada ecuación. Luego comprueba.

31. $32 - x = 8$
32. $x - 5 = 11$
33. $x + 2 = 14$
34. $x - 5 = 12$
35. $3 + x = 9$
36. $x - 4 = 7$
37. $x - 59 = 25$
38. $m + 41 = 56$
39. $m + 1 = 6$
40. $234 + c = 268$

Resuelve cada ecuación. Luego comprueba.

41. $2x + 3 = 5$
42. $2x + 1 = 7$
43. $x + 4 = 9$
44. $2x - 1 = 3$
45. $2x - 1 = 3$
46. $x + 5 = 6$
47. $3x - 4 = 8$
48. $\frac{3}{4}x + 9 = 21$
49. $\frac{1}{5}m = 6$
50. $\frac{m}{5} = 20$

CAPÍTULO
2

Evaluación acumulativa Capítulos 1-2

1. ¿Qué expresión tiene un valor de -6 cuando $x = 10$, $y = 8$ y $z = 12$?

Ⓐ $4xyz$
Ⓑ $2xz - 3y$
Ⓒ $x - 5y + 2z$
Ⓓ $6xyz + 8$

2. ¿Para qué valor de m se cumple $m + 49 = 51$?

Ⓐ 100
Ⓑ 49
Ⓒ 51
Ⓓ 2

3. Un constructor usa 22 tornillos para instalar una persiana. ¿Cuántos tornillos usa para instalar m persianas?

Ⓐ $22m$
Ⓑ $22 + m$
Ⓒ $\frac{m}{22}$
Ⓓ $\frac{22}{m}$

4. ¿Para qué valor de x se cumple $1/5\,x + 19 = 123$?

Ⓐ 104
Ⓑ 142
Ⓒ 520
Ⓓ 500

5. ¿Qué expresión se reduce a $9x + 3$ cuando combinas los términos semejantes?

Ⓐ $10x^2 - x^2 - 3$
Ⓑ $3x + 7 - 4 + 3x$
Ⓒ $18 + 4x - 15 + 5x$
Ⓓ $7x^2 + 2x + 6 - 3$

6. ¿Cuál es la solución a la ecuación $810 = x - 625$?

Ⓐ $x = 185$
Ⓑ $x = 845$
Ⓒ $x = 215$
Ⓓ $x = 1\,435$

7. En la tabla se muestran los valores de diferentes variables. ¿Cuál de las variables presentadas permite que, al ser aplicada, la ecuación 4___ – 4 = 16 sea correcta?

Variable	Valor
m	3
n	4
x	5
y	6

Ⓐ m
Ⓑ n
Ⓒ x
Ⓓ y

8. Para hacer un collar de pelotitas, Cristina necesita 88 pelotitas. Si Cristina tiene un total de 1 056 pelotitas, ¿cuántos collares puede hacer?

Ⓐ 968
Ⓑ 12
Ⓒ 264
Ⓓ 8

9. ¿Cuáles son los dos números siguientes en el patrón? -50, -45, -35, -30, -20

Ⓐ -5, 10
Ⓑ -5, 0, -15
Ⓒ -15, -5
Ⓓ -10, 10

10. Marcos gasta 78 fichas para jugar n vidas de un juego. ¿Qué expresión puede usarse para representar el costo en fichas de una vida?

Ⓐ $\frac{n}{78}$
Ⓑ $\frac{78}{n}$
Ⓒ $78n$
Ⓓ $78 + n$

11. ¿A qué situación corresponde la expresión $0{,}29x + 20$?

Ⓐ Una empresa de taxis cobra $ 20 por la bajada de bandera más $ 0,29 por metro recorrido.

Ⓑ Jaime corrió 0,29 kilómetros, se detuvo para descansar y luego corrió 20 kilómetros más.

Ⓒ En 20 porciones de cereal hay 0,29 gramos de azúcar.

Ⓓ Amelia tiene 20 fotos de animales y cada una mide 0,29 m.

12. ¿Cuál de las siguientes operaciones debe realizarse primero para reducir esta expresión?
$16 \cdot 2 + (20 : 5) - 32 : 3 + 1$

Ⓐ 32 : 3

Ⓑ 20 : 5

Ⓒ 16 · 2

Ⓓ 3 + 1

13. Si $x = 25$ e $y = -8$, ¿cuál es el valor de

$2 + x - y$

14. Un avión tiene asientos para 198 pasajeros. Si en cada fila hay 6 asientos, ¿cuántas filas de asientos hay en el avión?

15. ¿Cuál es el valor de la expresión $32 \cdot (2 + 3 \cdot 4) - 5$?

16. ¿Cuál es la solución a la ecuación $-10 + s = 42$?

17. ¿Cuál es el resultado de sumar 4 al producto de 9 y 5?

18. Lucas puede nadar 25 vueltas en una hora. Escribe una expresión algebraica en la que muestres cuántas vueltas puede nadar Lucas en h horas. ¿Cuántas horas tardará Lucas en nadar 100 vueltas?

19. Una instructora de gimnasia aeróbica da una clase de 45 minutos de duración a las 9:30 a. m., tres veces por semana. La instructora dedica 12 minutos de la clase a ejercicios de estiramiento. El resto de la clase consiste en danza aeróbica. ¿Cuántos minutos dedica a enseñar danza aeróbica en una clase? Escribe una ecuación para explicar cómo hallaste la respuesta y resuélvela.

20. Luis y José corrieron la misma distancia, pero tomaron diferentes rutas. Luis corrió 3 cuadras hacia el Este y 7 hacia el Sur. José corrió 4 cuadras hacia el Oeste y luego se dirigió hacia el Norte. ¿Cuántas cuadras recorrió José en dirección Norte? Muestra tu trabajo.

21. Los Leones y los Pumas están comprando uniformes nuevos para sus equipos de fútbol. Cada miembro del equipo recibirá una gorra, una polera y un par de pantalones nuevos.

COSTOS DEL UNIFORME

	Leones	**Pumas**
Gorra	$ 1 500	$ 1 500
Polera	$ 7 500	$ 7 000
Pantalones	$ 6 000	$ 7 000

a. Sea r la cantidad de miembros de los Leones y h la cantidad de miembros de los Pumas. Escribe una expresión que muestre el costo total de los uniformes de cada equipo.

b. Si tanto los Leones como los Pumas tienen 12 miembros en el equipo, ¿cuánto gastará cada equipo en uniformes? ¿Qué equipo gastará más? ¿Cuánto más? Muestra tu trabajo.

Responde verdadero (V) o falso (F)

22. ______ Una expresión algebraica siempre tiene una o más variables.

23. ______ Las operaciones inversas son iguales entre sí, pero con signo contrario.

24. ______ Una ecuación siempre tiene solo una solución.

CAPÍTULO

3

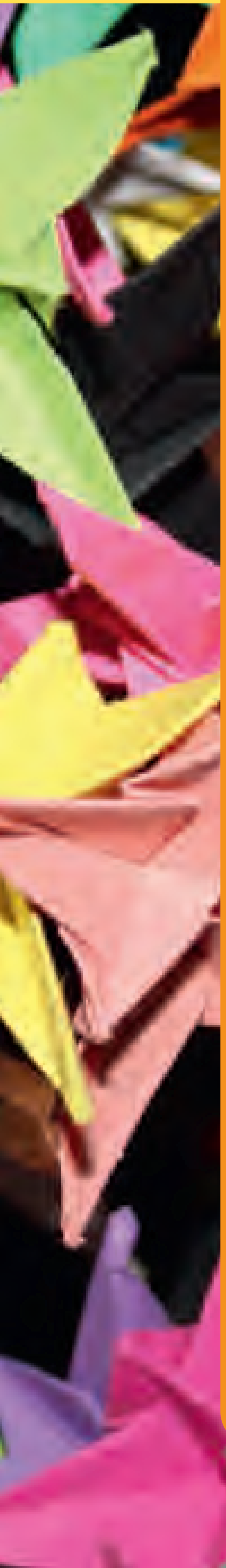
Relaciones geométricas

Enfoque del capítulo

- Construir rectas perpendiculares, paralelas y bisectrices de ángulos.
- Construir ángulos y triángulos.
- Relacionar los elementos del triángulo.
- Investigar y aplicar el teorema de Pitágoras.

En el mundo real

En el arte del origami, una sola hoja de papel se dobla múltiples veces para hacer un diseño particular, como una grulla o un dragón. Los artistas del origami necesitan comprender las relaciones entre rectas, ángulos y polígonos para crear sus obras de arte.



¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

regla

en sentido contrario a las manecillas del reloj

transportador

triángulo

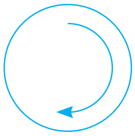
compás

en el sentido de las manecillas del reloj

1. Una figura cerrada con tres lados es un _________.

2. Un ________ se usa para medir y dibujar ángulos.

3.



La flecha dentro del círculo se mueve ________.

4. Una __________ es un instrumento que se emplea para medir segmentos de rectas.

Resuelve los ejercicios para practicar las destrezas que usarás en este capítulo.

Representar ángulos y triángulos

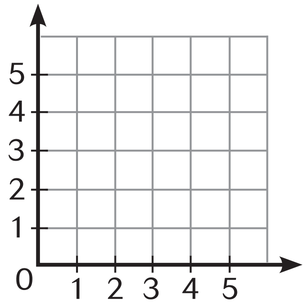
Usa la imagen que aparece a continuación para representar:

5. Un ángulo recto.

6. Un triángulo equilátero.

7. Un ángulo agudo.

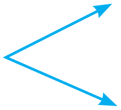
8. Un triángulo isósceles.



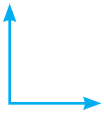
Identificar tipo de ángulos

Clasifica los ángulos según su medida.

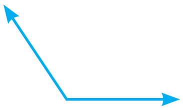
9.



10.

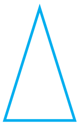


11.

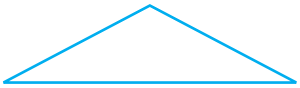


Identificar tipo de triángulos

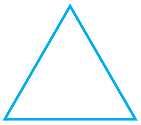
¿Qué triángulo es un obtusángulo isósceles?



12.



13.



14.

CAPÍTULO

3

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Mediste ángulos.
- Identificaste tipos de ángulos.
- Clasificaste ángulos según sus medidas.
- Clasificaste triángulos según sus lados y según sus ángulos.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo construir ángulos.
- Cómo construir un triángulo y sus elementos secundarios.
- Relacionar las características de estos elementos para encontrar ángulos en un triángulo.
- Cómo usar el teorema de Pitágoras para resolver problemas de la vida real.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para resolver problemas y crear demostraciones geométricas mediante la relación geométrica entre ángulos, triángulos y rectas.
- Para reconocer ángulos y posiciones de rectas en arquitectura, construcción, diseño, etc.

Vocabulario

- segmentos
- ángulos
- bisectriz
- teorema de desigualdad de un triángulo
- vértices
- alturas
- ortocentro
- simetrales
- punto medio
- circuncentro
- simetral
- transversal de gravedad
- lados de un triángulo
- baricentro
- rayo/incentro
- circunferencia inscrita
- teorema de Pitágoras
- triángulo rectángulo
- cateto
- hipotenusa
- longitud diagonal

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. La palabra simetría se relaciona con la correspondencia exacta en la disposición regular de las partes o puntos de un cuerpo o figura con relación a un centro. ¿Qué podrás deducir respecto a la palabra **simetral**?
2. El centro de una figura es el punto interior que aproximadamente equidista de los límites de una figura. ¿Cuál podrá, entonces, ser el **incentro** de un triángulo?
3. En unidades anteriores hemos hablado de la simetría. ¿Qué podría significar que un triángulo tenga **simetrales**?

Estrategia de lectura: Lee los problemas para comprenderlos

Es importante que leas los problemas en palabras con mucha atención para asegurarte de que los entiendes y para identificar todas las partes que debes responder.

Seguir estos pasos puede ayudarte a entender y responder problemas:

1. Lee todo el problema una vez.
2. Identifica lo que deberías responder y las destrezas que necesitas para hacerlo.
3. Vuelve a leer el problema con atención e identifica la información clave.
4. Haz un plan para resolver y responder TODAS las partes del problema.
5. Resuelve.

Paso 1. Lee el problema.

10. El señor González tiene un jardín. De las 40 semillas que plantó la octava parte eran de verduras, ¿cuántas semillas de verduras plantó?

Paso 2.	¿Qué es lo que deberías responder y qué destrezas necesitas?	• Halla cuántas semillas de verduras se plantaron en el jardín. • Halla la parte del número.
Paso 3.	Identifica la información clave.	• Se plantó un total de 40 semillas. Las semillas de verduras son la octava parte de la cantidad total de semillas.
Paso 4.	Haz un plan para resolver y responder todas las partes del problema.	• Escribe la octava parte como fracción. • Divide.
Paso 5.	Resuelve.	

Inténtalo

Lee el problema para comprenderlo. Usa los pasos indicados arriba para responder la siguiente pregunta.

1. Un jardín tiene forma de cuadrado. La distancia alrededor del jardín es de 200 metros. ¿Cuál es la longitud de un lado del jardín?

CAPÍTULO

3–1

Transporte y construcción de segmentos y ángulos

Aprender
a construir segmentos y ángulos.

Vocabulario

segmentos
ángulos

Para la confección de cualquier objeto, desde un edificio hasta un equipo para hacer ejercicios, es necesario elaborar un plano a partir del cual los operarios podrán construir cada una de las piezas.

Saber dibujar **segmentos** y **ángulos** con las medidas necesarias es un factor imprescindible en muchas esferas de la vida.

EJEMPLO 1

Transportar un segmento usando regla y compás.

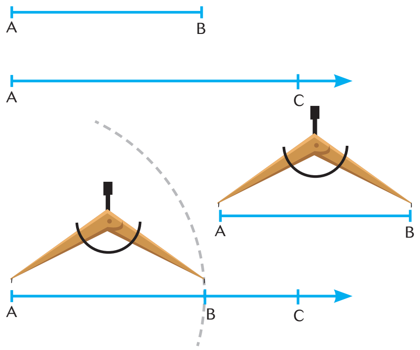
Usa una regla y un compás para transportar el segmento AB.

a. Construye con una regla una semirecta AC.

b. Usando tu compás toma la amplitud del segmento AB.

c. Coloca la punta del compás en el punto A de la semirecta y traba un arco sobre ella.

d. Marca el punto donde se intersecan la semirecta y el arco y nombralo B.



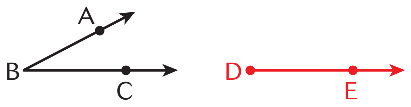
Leer matemáticas

m∢XYZ se lee como "la medida del ángulo xyz".

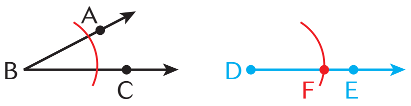
EJEMPLO 2

Sigue los pasos que se muestran a continuación para construir un ángulo congruente con ∢*ABC*.

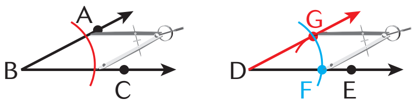
a. Dibuja el ángulo agudo ∢*ABC* en un papel. Dibuja $\overline{DE}$.



b. Coloca la punta del compás en *B* y dibuja un arco a través de ∢*ABC*. Con la misma apertura del compás, coloca la punta en *D* y dibuja un arco a través de $\overline{DE}$. Rotula la intersección como punto *F*.



c. Ajusta el compás al ancho del arco que interseca a ∢ABC. Coloca la punta del compás en *F* y dibuja un arco que interseque el arco a través de $\overline{DE}$ en *G*. Dibuja $\overline{DG}$. Mide ∢*ABC* y ∢*GDF*.



EJEMPLO 3

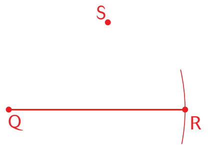
Construye un segmento QR en tu cuaderno.

a. Dibuja un punto S fuera del segmento $\overline{QR}$ (arriba o abajo de $\overline{QR}$)

b. Dibuja una recta que pasando por el punto *S*, corte a $\overline{QR}$ y marca la intersección como *T*.

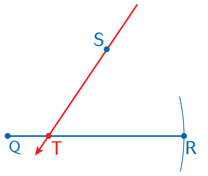
c. Coloca tu compás en *T* y traza un arco de cualquier amplitud que corte *TR* y *TS*.

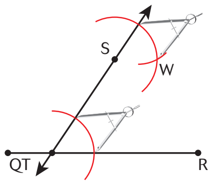
d. Con la misma amplitud y con centro en S, traza un segundo arco que corte *TS*.

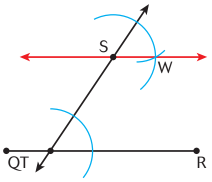


e. Toma la amplitud del primer arco, como muestra la figura, y con ella marca en el segundo arco como muestra la figura. Nombra al punto que se forma como *W*.

f. Traza una recta que pase por *S* y *W*. Los segmentos $\overline{QR}$ y $\overline{SW}$ son paralelos.







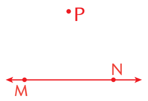
Leer matemáticas

Los ángulos rectos se suelen señalar con el símbolo ∟.

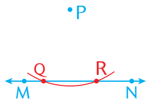
EJEMPLO 4

Sigue los pasos que se muestran a continuación para construir rectas perpendiculares.

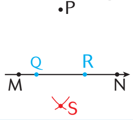
a. Dibuja $\overline{MN}$ en un papel. Dibuja el punto *P* sobre o debajo de $\overline{MN}$.



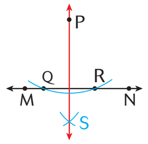
b. Coloca la punta del compás en *P* y dibuja un arco que interseque a $\overline{MN}$ en los puntos *Q* y *R*.



c. Desde los puntos *Q* y *R*, dibuja arcos que se intersecten en el punto *S* usando la misma apertura del compás.



d. Dibuja $\overline{PS}$. ¿Qué podemos decir de $\overline{MN}$ y $\overline{PS}$? Comprueba tu cálculo.



Razonar y comentar

1. **Describe** cómo podrías construir un par de rectas paralelas con una transversal perpendicular.
2. **Menciona** tres formas de determinar si dos rectas son paralelas.

3–1 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver **1** **Dibuja en tu cuaderno los segmentos que se solicitan y luego transpórtalos.**

1. AB = 5 cm

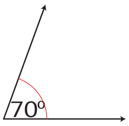
2. EF = 3 cm

3. LM = 10 cm

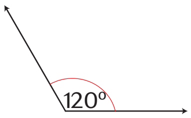
4. XY = 7 cm

Ver **2** **Construye en tu cuaderno un ángulo congruente para cada uno de los siguientes casos.**

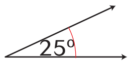
5.



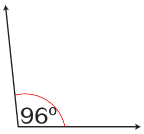
6.



7.



8.

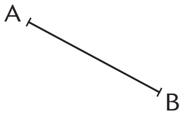


Ver **3** **Construye en tu cuaderno una recta paralela a cada uno de los siguientes segmentos.**

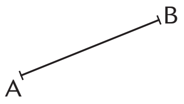
9.

10.

11.



12.

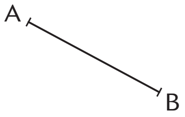


Ver **4** **Construye en tu cuaderno una recta perpendicular a cada uno de los siguientes segmentos**

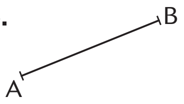
13.

14.

15.



16.



PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver **1** **Dibuja en tu cuaderno los segmentos que se solicitan y luego transpórtalos.**

17. $AB = 12$ cm

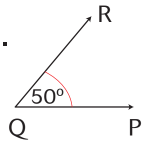
18. $EF = 6$ cm

19. $LM = 11$ cm

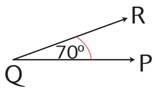
20. $XY = 4$ cm

Ver **2** **Construye en tu cuaderno un ángulo congruente para cada uno de los siguientes casos.**

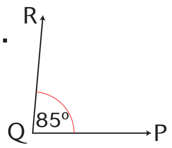
21.



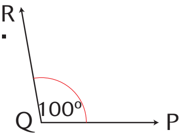
22.



23.



24.

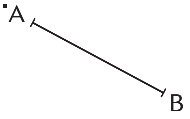


Ver **3** **Construye en tu cuaderno una recta paralela a cada uno de los siguientes segmentos.**

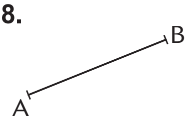
25.

26.

27.



28.

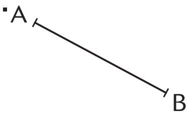


Ver **4** **Construye en tu cuaderno una recta perpendicular a cada uno de los siguientes segmentos.**

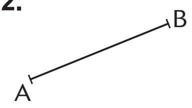
29.

30.

31.



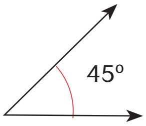
32.



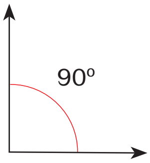
PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Dibuja en tu cuaderno ángulos que sean congruentes a cada uno de los ángulos que se muestran.

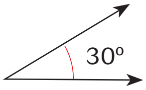
33.



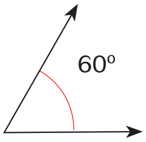
34.



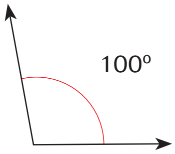
35.



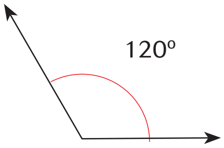
36.



37.

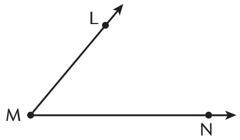


38.

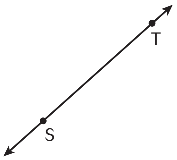


Usa un compás y una regla para construir cada figura.

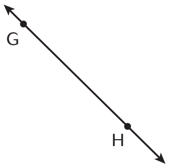
39. Una paralela al lado *MN* que pase por el punto L.



40. Una recta paralela a $\overline{ST}$

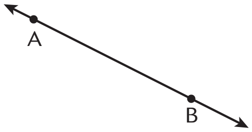


41. Una recta perpendicular a $\overline{GH}$

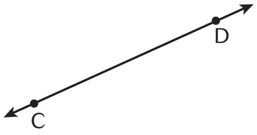


42. Un ángulo congruente con $\sphericalangle DEF$

43. Una recta paralela a $\overline{AB}$



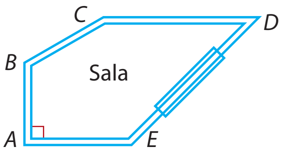
44. Una recta perpendicular a $\overline{CD}$



Repaso

45. En la figura se muestra un plano de una sala de eventos. En este plano los lados AE y CD son:

Ⓐ Perpendiculares
Ⓑ Paralelos
Ⓒ Complementarios
Ⓓ Congruentes



46. Se llaman paralelas:

Ⓐ A 2 ángulos que tienen igual medida.

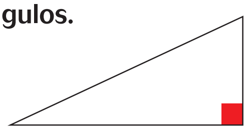
Ⓑ A 2 rectas que se cortan formando un ángulo de 45º.

Ⓒ A 2 rectas que se cortan formando un ángulo de 90º.

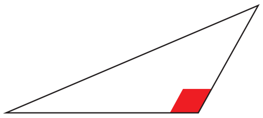
Ⓓ A 2 rectas que no tienen ningún punto en común, o son coincidentes.

Construye en tu cuaderno ángulos que sean congruentes a los señalados en los siguientes triángulos.

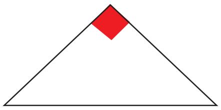
47.



48.



49.



CAPÍTULO
3–2

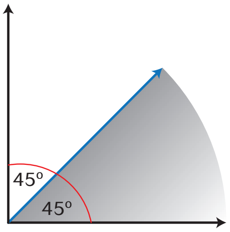
Construcción de la bisectriz de un ángulo

Aprender
a construir bisectrices de ángulos.

Vocabulario
bisectriz

Como ya conoces de cursos anteriores un ángulo es la superficie existente entre dos rayos que tienen el mismo origen. Cuando tenemos un ángulo y queremos tomar solo la mitad de él, entonces trazamos su bisectriz.

La **bisectriz** de un ángulo lo divide en dos partes congruentes.

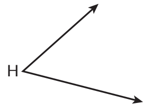


EJEMPLO 1

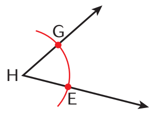
Construcción de la bisectriz de un ángulo utilizando regla y compás

Sigue los pasos a continuación para trazar la bisectriz de un ángulo.

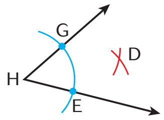
A Dibuja el ángulo agudo ∢*H* en un papel.



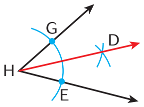
B Coloca la punta del compás en *H* y traza un arco a través de ambos lados del ángulo.



C Sin cambiar la apertura del compás, y ubicando su punta en el punto E, traza un arco que pase por el punto G. Ahora ubicando la punta del compás en el punto G y manteniendo la apertura, traza un arco que pase por el punto E. Nombra el punto de intersección D.



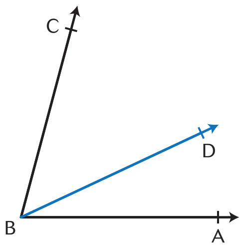
D Dibuja $\overline{HD}$. Mide ∢*GHD* y ∢*DHE*. ¿Qué puedes observar?

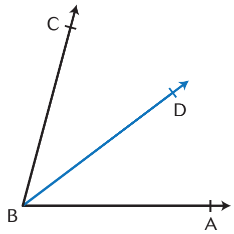


EJEMPLO 2

Identificar la bisectriz de un ángulo.

Identifica si el segmento BD es bisectriz del ángulo ABC.





Si medimos con un transportador los ángulos que se forman luego de trazada BD podemos determinar:

A BD no es bisectriz de ABC porque el ángulo ABD no tiene la misma medida que el ángulo DBC.

B BD sí es bisectriz de ABC porque el ángulo ABD tiene la misma medida que el ángulo DBC.

EJEMPLO 3

Encontrar la medida de un ángulo desconocido conociendo la bisectriz

Encuentra la medida de ∢*DBE* si sabes que ∢*ABD* = 30° y que el segmento *BE* es bisectriz de ∢*DBC*.

A Para encontrar la medida del ángulo desconocido debes tener en cuenta que ∢*ABC* = 180°.

B Con esta información y conociendo que ∢*ABD* = 30° podemos determinar la medida de ∢*DBC*:

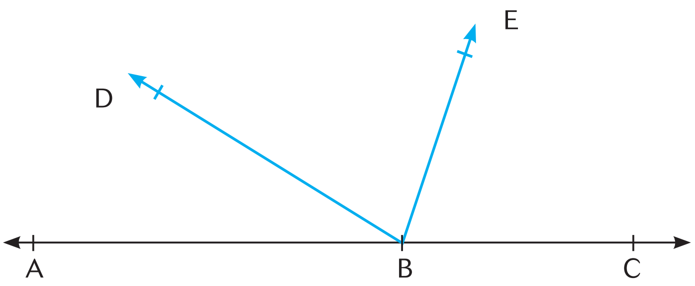
$$180 - 30 = 150^\circ$$

$$\sphericalangle DBC = 150^\circ$$

C Sabiendo que BE es bisectriz de ∢*DBC* deducimos que ∢*DBE* es la mitad de ∢*DBC*.

$$150 : 2 = 75$$

$$\sphericalangle DBE = 75^\circ$$



Razonar y comentar

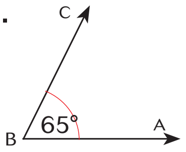
1. Utilizando regla y compás, traza la bisectriz de un ángulo de 60º. ¿Qué otros ángulos se construyen?

3–2 Ejercicios

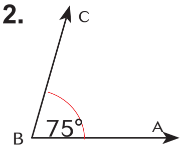
PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Dibuja la bisectriz de los ángulos.**

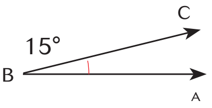
1.



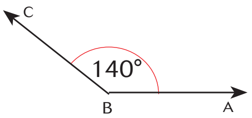
2.



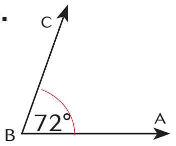
3.



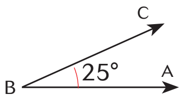
4.



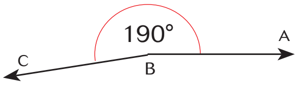
5.



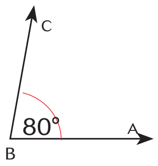
6.



7.

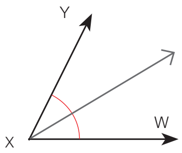


8.

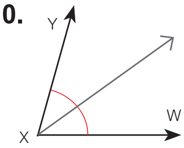


Ver ejemplo **2** **Identifica si el segmento XZ es bisectriz del ángulo WXY en cada uno de los casos.**

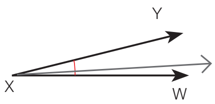
9.



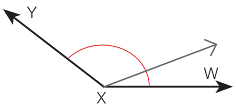
10.



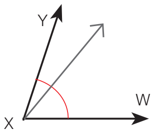
11.



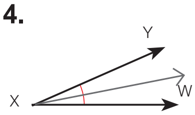
12.



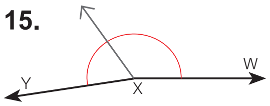
13.



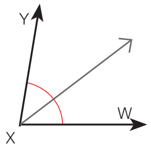
14.



15.

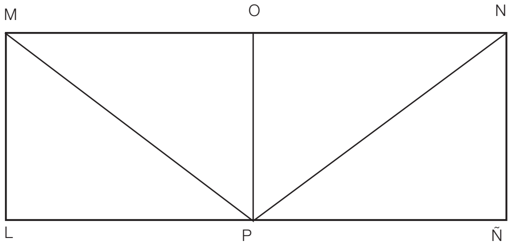


16.



Ver ejemplo **3** **Encuentra la medida de ∢LPM si sabes que LMNÑ es un rectángulo, OP es mediatriz de ∢MPN y ∢NPÑ = 45°**

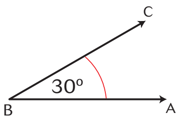
17.



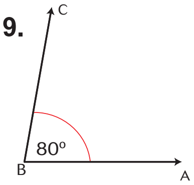
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Dibuja la bisectriz de los ángulos.**

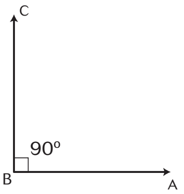
18.



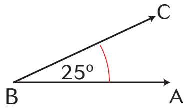
19.



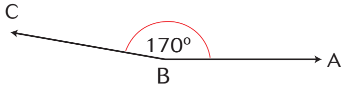
20.



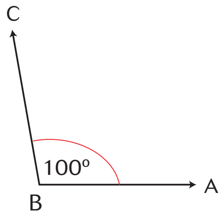
21.



22.

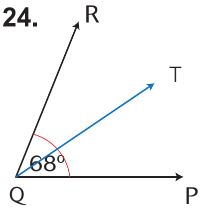


23.

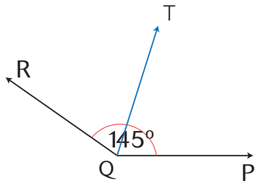


Ver ejemplo **2** **Identifica si el segmento QT es bisectriz del ángulo PQR en cada uno de los siguientes casos**

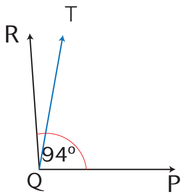
24.



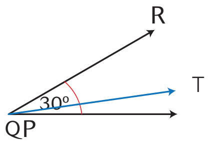
25.



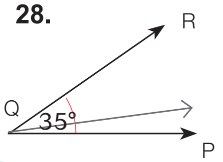
26.



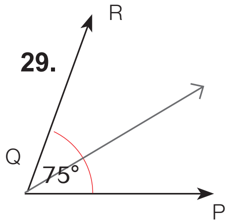
27.



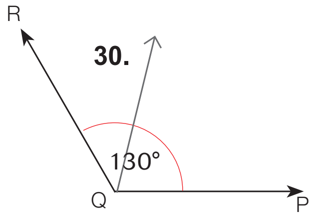
28.



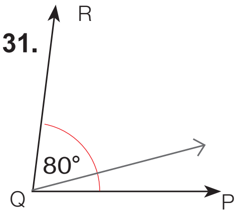
29.



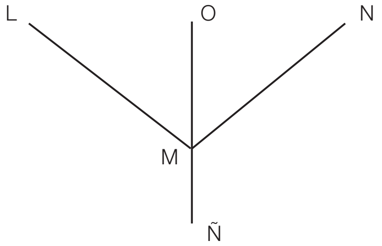
30.



31.



Ver ejemplo **3** **32. Encuentra la medida de ∢NMÑ si sabes que OÑ es bisectriz de ∢LMN y ∢LMO = 30°.**



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

33. Razonamiento crítico Si de un cuadrado quieres obtener dos triángulos rectángulos idénticos deberás trazar la bisectriz de uno de sus ángulos. ¿Por qué? Argumenta tu respuesta haciendo el dibujo correspondiente.

Repaso

Construye los ángulos que se solicitan y traza su bisectriz:

34. ∢ ADC = 78°

35. ∢ TUV = 150°

36. ∢ XYZ = 68°

37. ∢ FGH = 25°

Encuentra el valor de la incógnita:

38. $2x + 5 = 23$

39. $x + 18 = 104$

40. $4x - 15 = 38$

41. $3x - 40 = 100$

42. $x + 8 = 200$

43. $x - 100 = 340$

44. $3x - 5 = 74$

45. $6x + 8 = 78$

CAPÍTULO

3–3

Construcción de triángulos

Aprender

a construir triángulos.

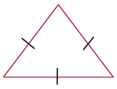
Vocabulario

teorema de desigualdad de un triángulo

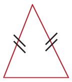
Los triángulos, como ya conoces, son figuras geométricas compuestas por tres ángulos y tres lados. Pueden ser clasificados según la longitud de sus lados y según las medidas de sus ángulos.

Según sus lados, los triángulos pueden ser:

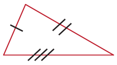
Equiláteros tienen sus 3 lados de igual medida y sus ángulos interiores miden 60º cada uno.



Isósceles tienen 2 de sus lados de igual medida. El lado de distinta medida se denomina base.



Escalenos las medidas de sus lados y de sus ángulos son diferentes.

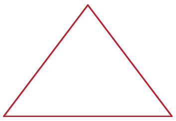


Según sus ángulos, los triángulos pueden ser:

Acutángulos, cuando tienen 3 ángulos agudos.

Rectángulos, cuando tienen 1 ángulo recto.

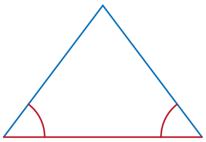
Obtusángulos, cuando tienen 1 ángulo obtuso.

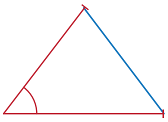


Para construir triángulos es necesario conocer al menos 3 de las medidas.

Podemos construir un triángulo si sabemos:

1. La medida de sus tres lados.
2. La medida de dos ángulos y el lado comprendido entre ellos.
3. La medida de 2 lados y el ángulo comprendido entre ellos.





El **teorema de desigualdad de un triángulo** establece que la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado.

EJEMPLO 1

Usar el teorema de desigualdad de un triángulo

Indica si las 3 longitudes dadas forman un triángulo o no.

A 9 cm, 4 cm, 11 cm

Halla la suma de las longitudes de cada par de lados y compárala con la longitud del tercer lado.

$9 + 4 \overset{?}{>} 11$ $\quad$ $4 + 11 \overset{?}{>} 9$ $\quad$ $9 + 11 \overset{?}{>} 4$

$13 > 11$ ✔ $\quad$ $15 > 9$ ✔ $\quad$ $20 > 4$ ✔

Un triángulo puede tener lados con estas longitudes. La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera es mayor que la longitud del tercer lado.

B 6 cm, 3 cm, 10 cm

$6 + 3 \overset{?}{>} 10$

$8 \not> 10$ ✘

EJEMPLO 2

Redactar paso a paso la construcción de un triángulo dados sus lados

Indica paso a paso la construcción de un triángulo de 7 cm, 5 cm y 6 cm. de lados.

A Dibuja 3 segmentos con las longitudes dadas:

B Usando el compás, copia uno de los segmentos.

C Copia la medida del segundo segmento apoyando el compás en uno de los extremos del ya dibujado (hacer coincidir las letras) y traza un arco.

D Repite la acción del primero con el último segmento, apoyando el compás en el otro extremo del primer segmento dibujado. En la intersección de los arcos se encuentra el tercer vértice del triángulo.

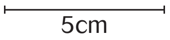
Si lees una redacción y sigues sus pasos puedes comprobar si un triángulo fue bien construido.

EJEMPLO 3

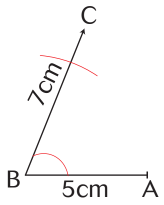
Construcción de un triángulo teniendo 2 lados y el ángulo comprendido entre ellos

Construye un triángulo si sabes que uno de sus lados mide 5 cm, otro 7 cm y el ángulo comprendido entre ellos mide 68º.

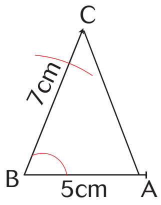
A Dibuja el segmento de 5 cm usando tu regla.



C Toma con tu compás una medida de 7 cm y marca con esa longitud sobre el rayo.



B Con tu transportador marca un ángulo de 68º teniendo el segmento trazado como uno de sus rayos.



D Une los extremos de los lados para construir el triángulo.

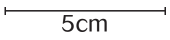
Construcción de un triángulo teniendo 1 lado y los dos ángulos contiguos

EJEMPLO 4

Construye un triángulo si sabes que uno de sus lados mide 5 cm, y los ángulos contiguos a él miden 30º y 45º respectivamente.

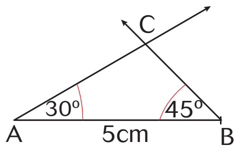
Para construir un triángulo conociendo un lado y los dos ángulos contiguos, debes tener en cuenta que la suma de los ángulos conocidos no puede alcanzar 180º.

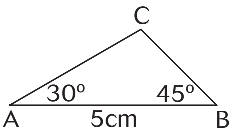
A Dibuja el segmento de 5 cm usando tu regla



B Con tu transportador, marca en cada uno de los extremos del segmento los ángulos señalados.

C Con tu regla, extiende los lados hasta que se corten formando el tercer vértice.





3–3 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Indica si las 3 longitudes dadas para cada caso forman un triángulo o no.**

1. 4 cm, 7 cm, 14 cm

2. 9 m, 6 m, 10 m

3. 10 mm, 15 mm, 20 mm

Ver ejemplo **2** **4.** Redacta la construcción de un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 5 cm.

Ver ejemplo **3** **Determina si es posible construir un triángulo ABC con las siguientes medidas:**

5. $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm, $\sphericalangle ABC = 60^\circ$

6. $AB = 10$ km, $BC = 70$ km, $\sphericalangle ABC = 90^\circ$

Ver ejemplo **4** **Selecciona las medidas que permiten construir un triángulo XYZ. Justifica porqué hay medidas con las que no es posible construir un triángulo. Ocupa las medidas que seleccionaste y constrúyelo en tu cuaderno.**

7. $Xy = 10$ cm, $\sphericalangle ZXy = 90^\circ$, $\sphericalangle XyZ = 90^\circ$

8. $Xy = 10$ cm, $\sphericalangle ZXy = 30^\circ$, $\sphericalangle XyZ = 90^\circ$

9. $Xy = 10$ cm, $\sphericalangle ZXy = 70^\circ$, $\sphericalangle XyZ = 110^\circ$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Indica si las 3 longitudes dadas forman un triángulo o no.**

10. 3 m, 3 m, 3 m

11. 1 cm, 4 cm, 5 cm

12. 7 mm, 10 mm, 19 mm

Ver ejemplo **2** **13.** Redacta la construcción de un triángulo de lados 5 cm, 4 cm y 6 cm.

Ver ejemplo **3** **Determina si es posible construir un triángulo ABC con las siguientes medidas:**

14. $AB = 7$ m, $BC = 15$ m, $\sphericalangle ABC = 55^\circ$

15. $AB = 23{,}5$ m, $BC = 87{,}3$ m, $\sphericalangle ABC = 45^\circ$

Ver ejemplo **4** **Selecciona las medidas que permiten construir un triángulo XYZ. Justifica porqué hay medidas con las que no es posible construir un triángulo. Ocupa las medidas que seleccionaste y constrúyelo en tu cuaderno.**

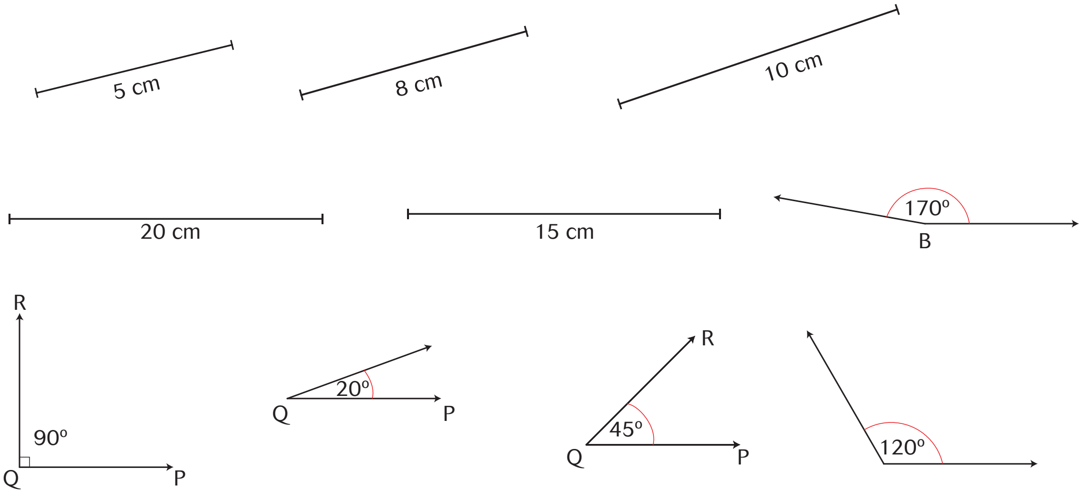
16. $Xy = 7$ cm, $\sphericalangle ZXy = 45^\circ$, $\sphericalangle XyZ = 45^\circ$

17. $Xy = 7$ cm, $\sphericalangle ZXy = 77^\circ$, $\sphericalangle XyZ = 103^\circ$

18. $Xy = 7$ cm, $\sphericalangle ZXy = 120^\circ$, $\sphericalangle XyZ = 60^\circ$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

19. **Razonamiento crítico** A continuación se muestran algunos elementos que son necesarios para la construcción de un triángulo. Combínalos de manera que puedas construir la mayor cantidad de triángulos:



20. **Arte** Una parte de una gran escultura de metal consistirá en un triángulo formado por tres barras soldadas entre sí. El artista tiene 5 barras que miden, 10 m, 26 m, 30 m, 1m y 35 m. ¿Qué posibles combinaciones de barras podría usar el artista para su escultura?

21. **Desafío** Construye un triángulo equilátero usando solamente una regla y un compás. Describe los pasos que seguiste.

Corta algunas bombillas en 5 trozos de 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm y 9 cm de longitud.

22. ¿Qué grupos de longitudes de bombilla pueden formar un triángulo?

23. Por cada grupo de longitudes de bombilla, compara la suma de las longitudes de dos de los lados $a + b$ con la tercera longitud de lado c. Haz una conjetura sobre la relación entre los lados de un triángulo basándote en tus comparaciones.

Repaso

Construye las siguientes rectas:

24. Recta DE perpendicular a la recta TU.

25. Recta FG paralela a la recta TU.

Construye un triángulo con cada uno de los siguientes requerimientos:

26. Lado a: 6 cm, lado b: 9 cm, lado c: 5 cm.

27. Lado a: 10 cm, lado b: 7 cm, ángulo comprendido entre ellos: 60º.

28. Ángulo ABC = 30º, ángulo BCD = 90 º, lado BC = 12 cm.

CAPÍTULO
3

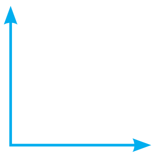
¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 3-1 a 3-3

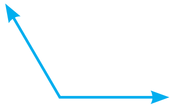
3-1 Transporte y construcciónde segmentos y ángulos

Construye en tu cuaderno ángulos que sean congruentes a los ángulos que se muestran.

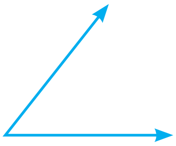
1.



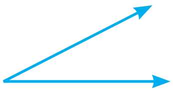
2.



3.



4.

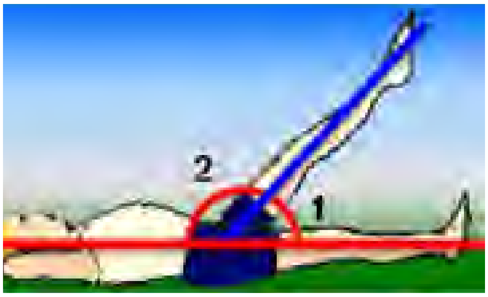


5. Ocupando tus instrumentos de geometría, dibuja un segmento AB de 3 cm de longitud y un segmento FG de 5 cm de longitud y que sea perpendicular a AB.

3-2 Construcción de la bisectriz de un ángulo

Traza las bisectrices de cada uno de los ángulos que se muestran.

6.

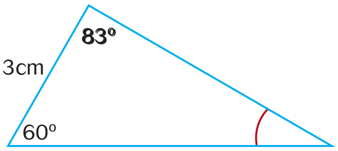


7.

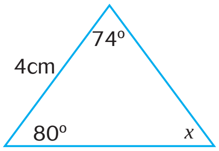
3-3 Construcción de triángulos

¿Es posible que los triángulos tengan las dimensiones que se muestran?

8.



9.



10. ¿Puede un triángulo tener lados 9 m, 18 m y 25 m? Explica.

Enfoque en resolución de problemas

Resuelve

- **Elimina opciones de respuesta**

A veces, cuando un problema tiene múltiples opciones de respuesta, puedes eliminar algunas opciones para resolverlo.

Por ejemplo, un problema dice: "La figura que falta no es un triángulo rojo". Si una de las opciones de la respuesta es un triángulo rojo, puedes eliminar esa opción.

Lee cada problema y observa las opciones de respuesta. Determina si puedes eliminar alguna opción antes de resolver el problema. Luego, resuélvelo.

Los *emoticones* son letras y símbolos que parecen caritas si los damos vuelta. Cuando le envías un correo electrónico a alguien, puedes usar emoticones para mostrar tus sentimientos.

Emoticones

Símbolo	Significado
:-(	Triste
:-D	Alegre
:-)	Sonrisa
:-o	Asombro
;-)	Guiño

Usa la tabla para resolver los ejercicios del 1 al 3.

1. Dora hizo un patrón con *emoticones*. ¿Qué carita es probable que use después?

   :- D :-) :-D :-) :-D :-) :- D :-) :-D ▨

   Ⓐ :-D Ⓑ :-)
   Ⓒ :-) Ⓓ :-D

2. Felipe hizo un patrón con *emoticones*. Identifica un patrón. ¿Qué carita falta?

   :-(;-) :-o :-(;-) :-o :-(▨ :-o

   Ⓐ :-(Ⓑ ;-)
   Ⓒ :-o Ⓓ :-)

3. Rosario terminó un correo electrónico con cuatro *emoticones* seguidos. El primero es un grito. El guiño está entre la carita triste y la sonrisa. La sonrisa no es el último de los *emoticones*. ¿En qué orden los escribió Rosario?

   Ⓐ :-o :-(;-) :-) Ⓑ :-) ;-) :-o :-(
   Ⓒ :-o :-) ;-) :-(Ⓓ :-o ;-) :-(:-)

Mindy 2005: Mi mamá dice que nos va a llevar al cine el viernes :-)

CarlyQ: Genial. ¿Jaime y Rachel van también? :-D

Mindy2005: No, Rachel y Jaime van a visitar a su abuela. :-(

CarlyQ: Igual nos vamos a divertir. ;-)

CAPÍTULO

3–4

Alturas en un triángulo

Aprender a trazar y reconocer las alturas de un triángulo. Hallar ángulos desconocidos en un triángulo.

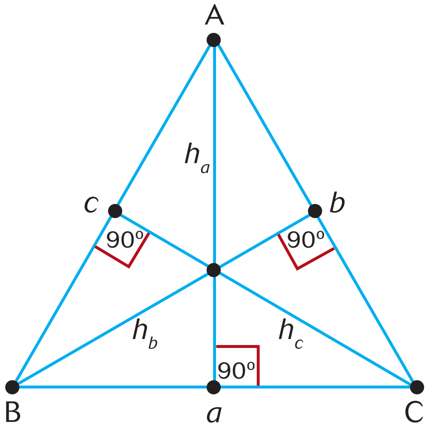
Vocabulario

vértices

alturas

ortocentro

En un triángulo existen elementos primarios que ya conoces, como los ángulos, los lados y los **vértices**. Pero además existen elementos secundarios que nos permitirán conocer mejor esta figura que ha sido tan importante en el desarrollo de la geometría. Estos elementos secundarios son: alturas, simetrales, transversales de gravedad, medianas y bisectrices.



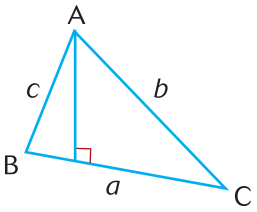
Las **alturas** son las rectas que se trazan desde un vértice hasta su lado opuesto o a su prolongación, en forma perpendicular a él. En un triángulo, puedes trazar tres alturas, que se designan con h_a, h_b y h_c, según el vértice desde el cual son trazadas. Estas rectas se intersectan en un punto llamado **ortocentro** y se designa con la letra *H*.

EJEMPLO 1

Trazar alturas de un triángulo

Traza las alturas de un triángulo ABC acutángulo.

Si quieres trazar h_a, desde el vértice A al lado *a* del triángulo, ubica la escuadra de modo que el ángulo recto quede sobre el lado *a* y el otro cateto de la escuadra pase por el vértice *A*. Repite el proceso para las otras dos alturas del triángulo.



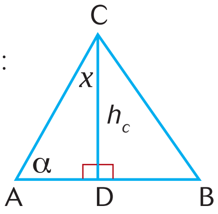
El punto de intersección, el ortocentro, queda ubicado en el interior del triángulo.

EJEMPLO 2

Hallar medidas de ángulos

Encuentra el valor de ángulos en un triángulo relacionados con la altura trazada.

Dado el $\triangle ABC$ con $\overline{CD} = h_c$ y $\measuredangle\alpha = 62^\circ$, calcular el ángulo x:



a. Si $\overline{CD}$ es la altura h_c, debemos marcar el ángulo recto en *D* a ambos lados de ella.

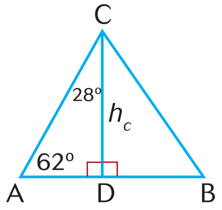
b. Ubicamos el ángulo $\alpha = 62^\circ$ en el vértice A.

c. Observemos que conocemos dos ángulos del $\triangle ADC$.

$$\begin{array}{rcr} \alpha & = & 62^\circ \\ \measuredangle \text{ en } D & = & \underline{+\ 90^\circ} \\ & & 152^\circ \end{array}$$

d. En todo triángulo los tres ángulos interiores suman 180º, por lo tanto, para calcular x bastará restar.

$$\begin{array}{rr} & 180^\circ \\ & -\ 152^\circ \\ \cline{2-2} \measuredangle x = & 28^\circ \end{array}$$

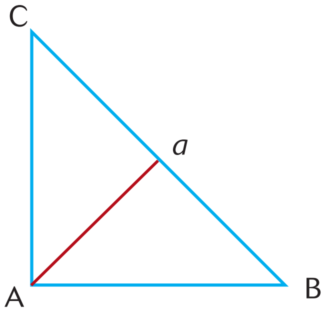


EJEMPLO 3

Las alturas en un triángulo rectángulo

Traza las alturas de un triángulo rectángulo ABC.

Teniendo en cuenta que las alturas se trazan desde un vértice hasta el lado opuesto quedando perpendicular a él, en un triángulo rectángulo, por tener un ángulo recto, dos de los lados coincide con las alturas correspondientes.



El lado AC es la altura del lado AB.

El lado AB es altura del lado AC.

El segmento Aa es altura del lado BC.

El vértice A es el ortocentro.

EJEMPLO 4

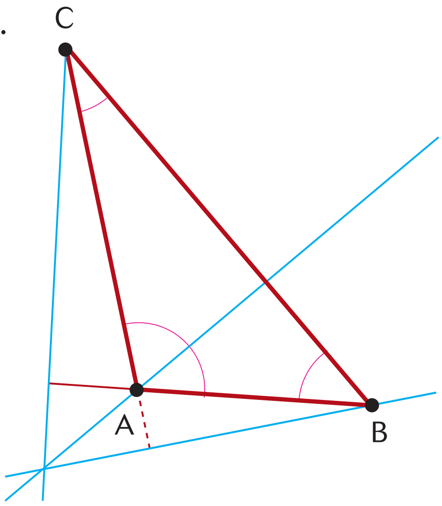
Las alturas en un triángulo obtusángulo

Traza las alturas de un triángulo rectángulo ABC.

Cuando estamos en presencia de un triángulo obtusángulo, trazar las alturas puede resultar un poco más complicado.

Debido al ángulo obtuso, para trazar las alturas es necesario extender los lados del triángulo como se muestra en la figura de la derecha. Procedimiento que ya conoces.

En los triángulos obtusángulos, el ortocentro está fuera del triángulo.



Razonar y comentar

1. **Dibuja** en tu cuaderno un triángulo equilátero, uno isósceles y uno escaleno.
2. **Traza** todas las alturas de los triángulos que dibujaste.
3. **Comenta** qué pasa con el ortocentro.

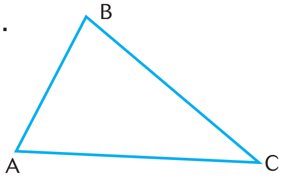
3–4 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

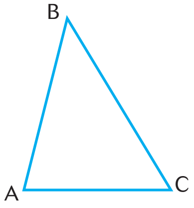
Ver ejemplo 1

Copia en tu cuaderno los triángulos dados, traza las alturas correspondientes y marca cada ortocentro. Compara la ubicación de las alturas en cada triángulo.

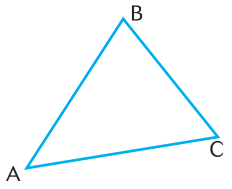
1.



2.

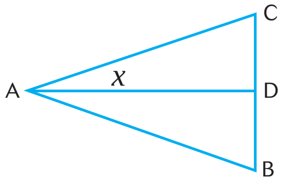


3.



Ver ejemplo 2

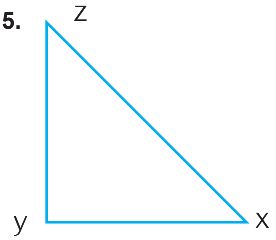
4. Halla el valor de los ángulos del triángulo que se encuentran relacionados con la altura trazada si sabes que el triángulo es isósceles y $\sphericalangle ABC = 70^{\circ}$.



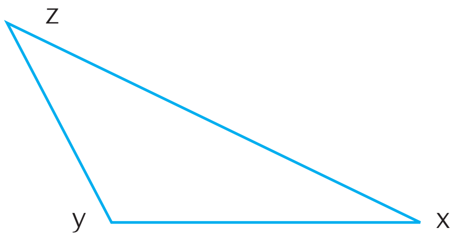
Ver ejemplo 3

Traza las alturas de los triángulos XYZ. Señala el ortocentro.

5.



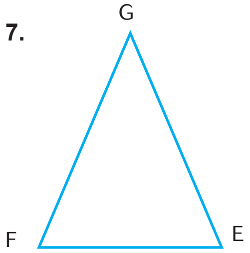
6.



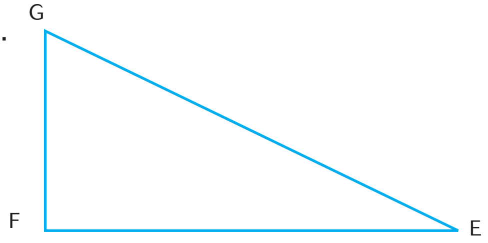
Ver ejemplo 4

Traza las alturas de los triángulos EFG. Señala el ortocentro.

7.



8.

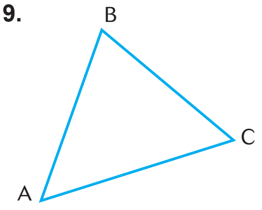


PRÁCTICA INDEPENDIENTE

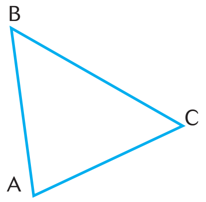
Ver ejemplo 1

Copia en tu cuaderno los triángulos dados, traza las alturas correspondientes y marca cada ortocentro. Compara la ubicación de las alturas en cada triángulo.

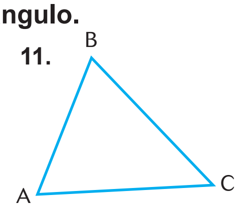
9.



10.



11.



Ver ejemplo **2**

12. Encuentra el valor de los ángulos del triángulo que se encuentran relacionados con la altura trazada.

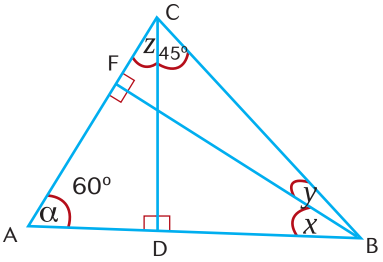
$\triangle ABC$

$\overline{CD} = h_c \qquad \overline{BF} = h_b$

$\measuredangle a = 60^\circ$

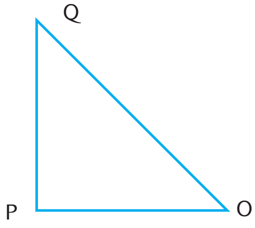
$\measuredangle DCB = 45^\circ$

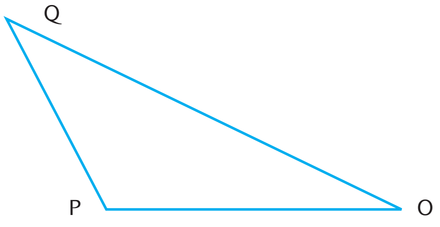
¿$\measuredangle x$, $\measuredangle y$, $\measuredangle z$?



Ver ejemplo **3**

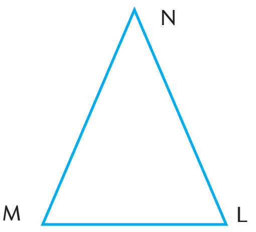
13. Traza las alturas de un triángulo rectángulo OPQ. Señala el ortocentro.

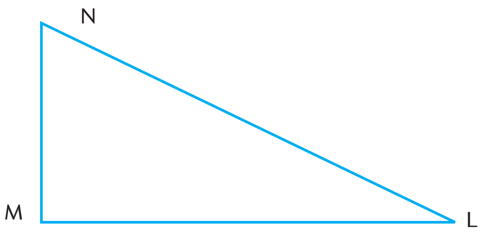




Ver ejemplo **3**

14. Traza las alturas de un triángulo rectángulo MNL. Señala el ortocentro.

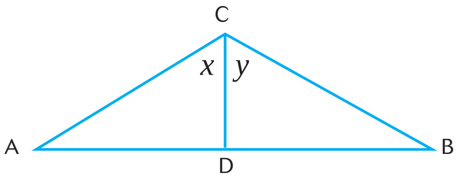




PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

15. Dibuja un triángulo rectángulo y traza las alturas.

16. Halla el valor de los ángulos x e y en el triángulo ABC isósceles, sabiendo que $\overline{AC} = \overline{BC}$ y $\overline{CD}$ es la altura h_c.



17. **Razonamiento crítico** Dibuja en tu cuaderno un ejemplo de cada uno de los tipos de triángulos que conoces. Traza las alturas. Marca el ortocentro. Elabora una hipótesis sobre las alturas basada en las alturas y los ortocentros de cada uno de ellos.

Repaso

18. ¿Qué par de rectas forman un ángulo recto?

Ⓐ rectas paralelas Ⓑ rectas secantes Ⓒ la simetral de un segmento Ⓓ rectas cruzadas

19. Dos entradas al cine valen $ 7 000. ¿Cuánto valen nueve entradas?

CAPÍTULO

3–5 Simetrales de un triángulo

Aprender a trazar las simetrales de un triángulo.

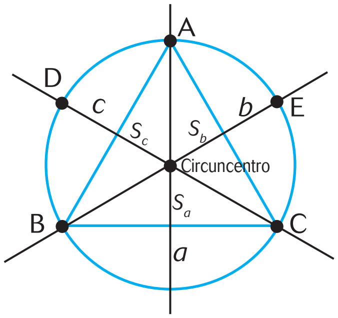
Vocabulario

simetrales

punto medio

circuncentro

Las **simetrales** son las rectas que se trazan en forma perpendicular a cada lado, y que pasan desde el **punto medio** de ellos. En un triángulo puedes trazar tres simetrales, y se designan con S_a, S_b, S_c, según el lado que intersecte en forma perpendicular. Las simetrales se intersectan en un punto llamado **circuncentro**, el que corresponde al centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.



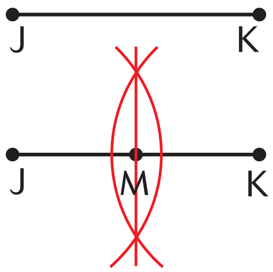
EJEMPLO 1

Construcción de la simetral de un segmento de recta

Sigue los pasos que se muestran a continuación para trazar la simetral de un segmento.

A Dibuja $\overline{JK}$ en un papel. Coloca la punta del compás en J y traza un arco. Sin cambiar la apertura del compás, coloca la punta del compás en *K* y traza un arco.

B Dibuja una recta para conectar las intersecciones de los arcos.
Mide $\overline{JM}$ y $\overline{KM}$. ¿Qué puedes observar?
La simetral de JK es una simetral perpendicular porque forma ángulos rectos con $\overline{JK}$.



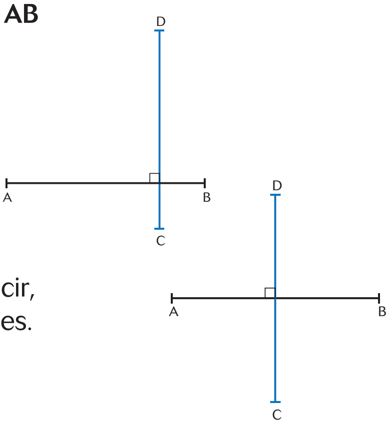
EJEMPLO 2

Identificar la simetral de un segmento

Identifica si el segmento CD es simetral de AB

A En este caso CD no es simetral de AB porque no pasa por su punto medio, es decir, CD no divide a AB en dos segmentos iguales.

B En este caso CD sí es simetral de AB porque pasa por su punto medio, es decir, CD divide a AB en dos segmentos iguales.



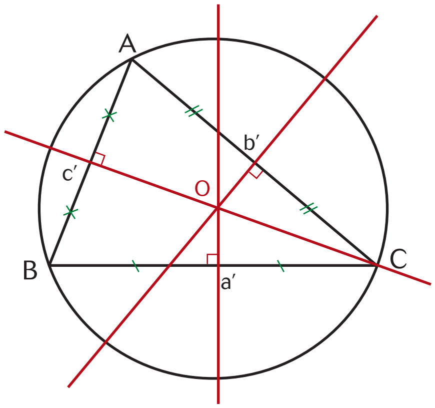
EJEMPLO **3**

Trazar simetrales de un triángulo

Traza las simetrales de un triángulo ABC acutángulo.

Si quieres trazar la simetral del lado *a´* de un triángulo, usa el compás. Apóyalo en el vértice *B* y con una distancia mayor a la mitad del lado, marca un arco sobre y bajo el lado. Repite el proceso apoyando el compás, ahora en el vértice *C* y sin alterar la medida anterior del compás.

Si apoyas el compás en el punto de intersección de las tres simetrales, lo abres hasta llegar a un vértice del triángulo y trazas la circunferencia, esta debe pasar por los otros dos vértices del triángulo.

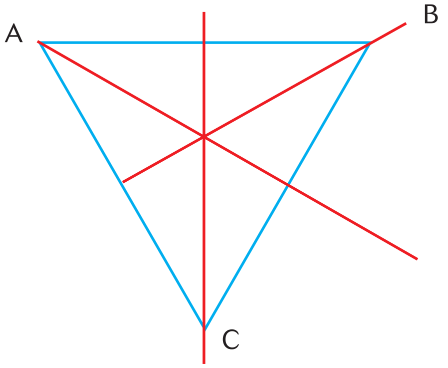


EJEMPLO **4**

Las alturas y las simetrales en un triángulo equilátero

Traza las alturas y las simetrales del triángulo equilátero ABC.

Siguiendo las metodologías ya conocidas, si trazamos en un triángulo equilátero ABC, las simetrales y las alturas, podemos apreciar que en este tipo de triángulos coinciden las simetrales y las alturas y por tanto, coinciden también el ortocentro y el circuncentro. Esto ocurre debido a que los lados de un triángulo equilátero tienen la misma longitud y los ángulos miden 60°.



Razonar y comentar

1. **Dibuja** en un triángulo equilátero las alturas.
2. **Comenta** qué sucede con estos elementos secundarios del triángulo. ¿Resulta así en cualquier triángulo?

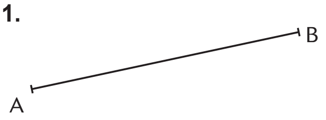
3–5

Ejercicios

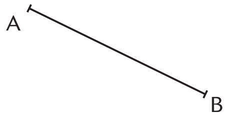
PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** Traza la simetral de los segmentos.

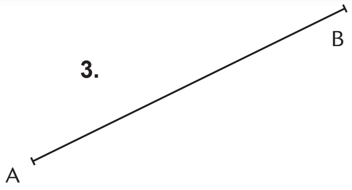
1.



2.

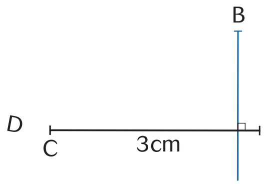


3.

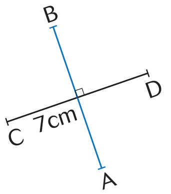


Ver ejemplo **2** Identifica si el segmento AB es simetral en los casos que no sea simetral trazada.

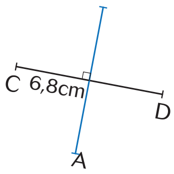
4.



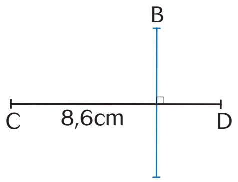
5.



6.

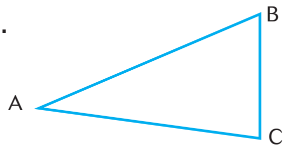


7.

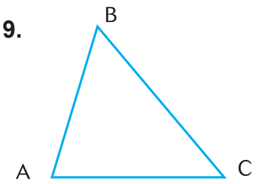


Ver ejemplo **3** Traza las simetrales de un triángulo ABC acutángulo.

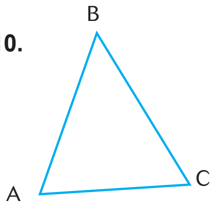
8.



9.

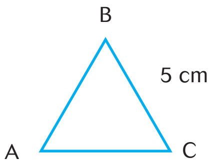


10.

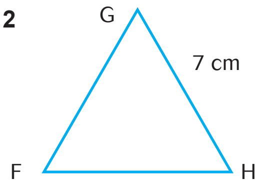


Ver ejemplo **4** Traza las alturas y las simetrales de los triángulos equiláteros

11.



12

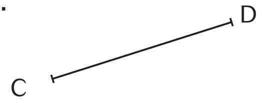


PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** Traza la simetral de los segmentos.

13.

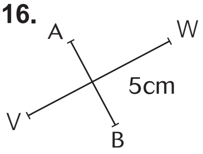
14.



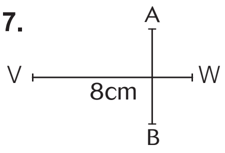
15.

Ver ejemplo **2** Identifica si el segmento AB es simetral de VW. En los casos en que no sea, trázalo.

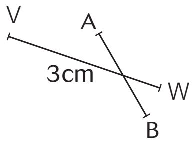
16.



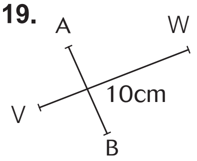
17.



18.

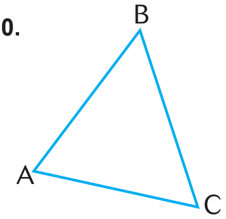


19.

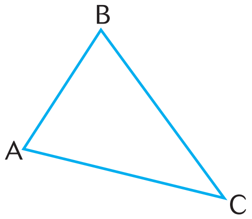


Ver ejemplo **3** Copia en tu cuaderno los triángulos dados, traza las simetrales y marca el circuncentro para cada triángulo.

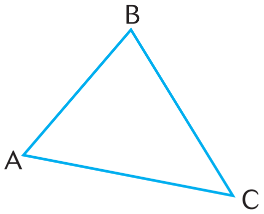
20.



21.

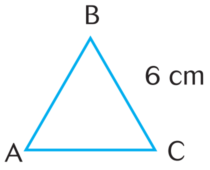


22.

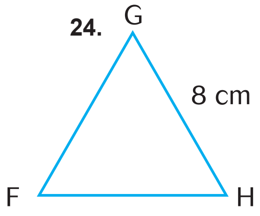


Ver ejemplo **4** Traza las alturas y las simetrales de los triángulos equiláteros.

23.



24.



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

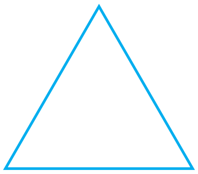
25. **¿Dónde está el error?** Un estudiante escribió que la bisectriz de un ángulo lo divide en dos partes iguales y que de la bisectriz a uno de los rayos que forman el ángulo no hay la misma distancia que de la bisectriz al otro rayo del ángulo. ¿Dónde está el error de este estudiante?

26. **Razonamiento crítico** Un triángulo equilátero tiene como características que sus lados tienen la misma longitud y sus ángulos tienen la misma medida. Si a uno de los ángulos de un triángulo equilátero le trazamos su bisectriz de manera que se corte el lado del triángulo que está opuesto a él, ¿qué figuras obtienes y con qué características? Represéntalo esquemáticamente.

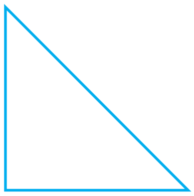
Repaso

Traza las simetrales de los siguientes triángulos.

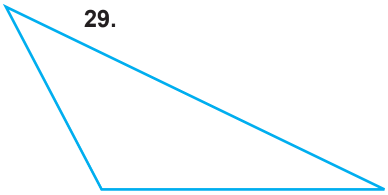
27.



28.



29.



Dibuja cada figura y traza una bisectriz con un compás y una regla. Mide para verificar.

30. Un segmento de 20 cm.

31. Un segmento de 6 cm.

32. Un ángulo de 48º.

33. Un ángulo de 110º.

34. Dibuja dos rectas oblicuas y bisecta sus ángulos adyacentes utilizando regla y compás.

Determina el valor de *x*.

35. $5x + 3 = 10$

36. $x + 8 = 150$

37. $100 - 2x = 38$

38. $0 - x = 33$

Calcula.

39. $3 + (-8) - 4 =$

40. $(-10) + 20 - (-1) =$

41. $50 - (-32) + (-11) - 4 =$

42. $80 + 23 - (-55) =$

CAPÍTULO

3–6 Transversales de gravedad en un triángulo

Aprender

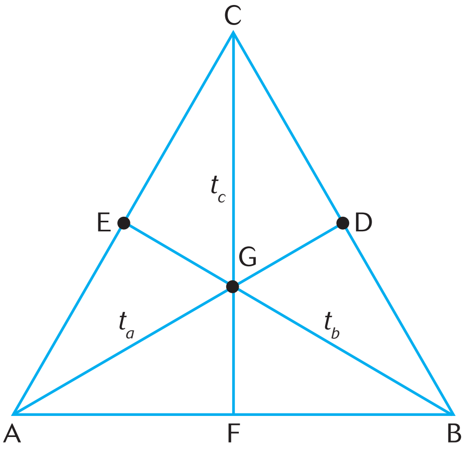
a construir y reconocer una transversal de gravedad.

Vocabulario

transversal de gravedad
punto medio
lados de un triángulo
simetral
baricentro

Las **transversales de gravedad** son los segmentos que unen el **punto medio** de un **lado del triángulo** con su vértice opuesto.

Para trazar la transversal de gravedad se busca el punto medio del lado, mediante la **simetral** y se une con el vértice opuesto. Este segmento es la transversal de gravedad y se designa con t_a, t_b, t_c según el vértice al que llega. Las tranversales de gravedad se intersectan en un punto llamado **baricentro** o centro de gravedad del triángulo.



EJEMPLO **1**

Hallar relaciones en las transversales de gravedad

Dibuja un triángulo ABC y traza las transversales de gravedad. Rotula los puntos medios como D, E y F respectivamente a los lados a, b y c y al centro de gravedad con G.

Mide los segmentos que se forman.

Para dibujar las transversales de gravedad sigue los siguientes pasos:

A Párate con el compás en el vértice A y con amplitud de AB traza una circunferencia.

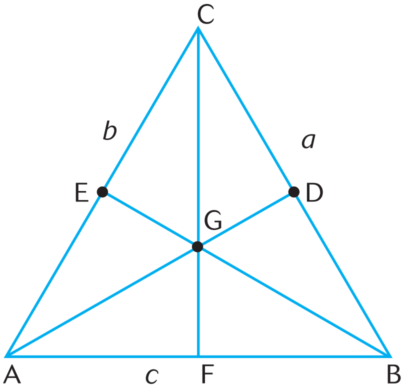
B Repite la misma operación pero parándote con el compás en el vértice B.

C Usando tu regla, dibuja una recta que pase por los dos puntos en los que se cruzan ambas circunferencias.

D Repite el mismo procedimiento con el resto de los lados del triángulo.

$\overline{AG}$ y $\overline{GD}$
$\overline{BG}$ y $\overline{GE}$
$\overline{CG}$ y $\overline{GF}$

$\overline{AG} = 2$ cm y $\overline{GD} = 1$cm
$\overline{BG} = 2$ cm y $\overline{GE} = 1$ cm
$\overline{CG} = 1{,}6$ cm y $\overline{GF} = 0{,}8$ cm



Por lo tanto, $\overline{AG} = 2\overline{GD}$

El centro de gravedad de un triángulo divide a cada transversal de gravedad en la razón 2:1.

Así, en el ejemplo 1 puedes ver que:

$\overline{AG} = 2\overline{GD}$; $\overline{BG} = 2\overline{GE}$ y $\overline{CG} = 2\overline{GF}$

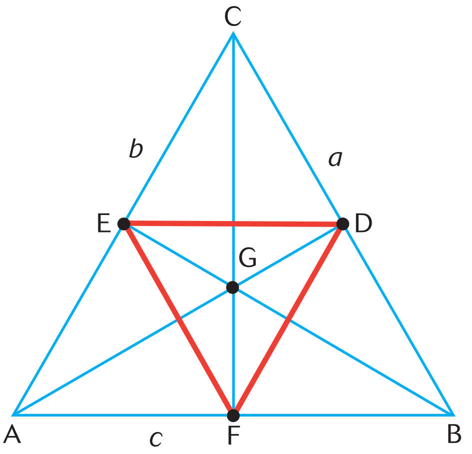
EJEMPLO 2 Hallar otro elemento secundario de un triángulo usando la transversal de gravedad

Dibuja un triángulo ABC cualquiera y traza las transversales de gravedad. Designa los puntos medios D, E y F respectivamente a los lados a, b y c. Une los puntos medios formando los segmentos $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, y $\overline{FD}$. Mide cada uno y compáralos con la medida de los lados c, a y b respectivamente.

$\overline{AB} = 5{,}2$ cm $\overline{ED} = 2{,}6$ cm

$\overline{BC} = 4{,}6$ cm $\overline{EF} = 2{,}3$ cm

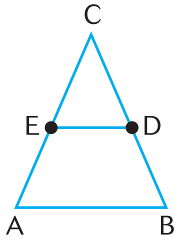
$\overline{CA} = 3{,}4$ cm $\overline{DF} = 1{,}7$ cm



Los segmentos ED, EF y DF se llaman **medianas** y están en proporción 1 : 2 con los lados del triángulo opuestos a ellos y a los cuales también son paralelas.

Leer matemáticas

En todo triángulo



Mediana es $\overline{ED}$, donde E y D son los puntos medios.

$\overline{ED} \, // \, \overline{AB}$

$\overline{ED} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

Razonar y comentar

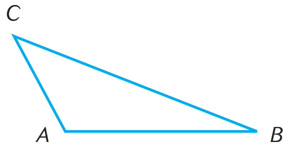
1. **Comprueba** mediante la construcción de rectas paralelas si toda mediana es paralela al lado del triángulo.
2. **Dibuja** las transversales de gravedad en un triángulo equilátero. ¿Qué observas? Compara con las simetrales y las alturas.

3–6 Ejercicios

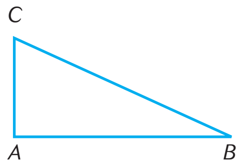
PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** Copia en tu cuaderno los triángulos dados, traza las transversales de gravedad correspondientes y marca cada baricentro. Para cada triángulo, forma la razón de los segmentos.

1.

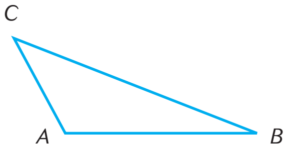


2.

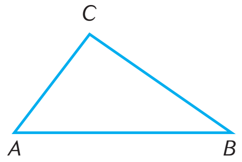


Ver ejemplo **2** Copia en tu cuaderno los triángulos dados y traza las transversales de gravedad correspondientes para encontrar las medianas.

3.



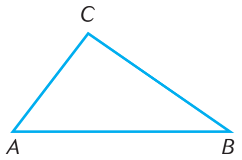
4.



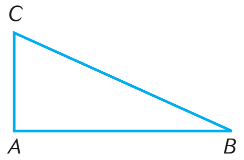
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** Copia en tu cuaderno los triángulos dados, traza las transversales de gravedad correspondientes y marca cada baricentro. Para cada triángulo, forma la razón de los segmentos.

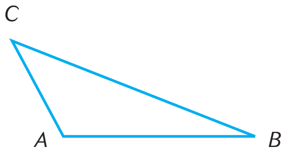
5.



6.

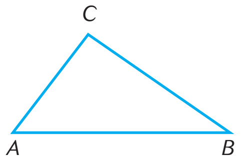


7.

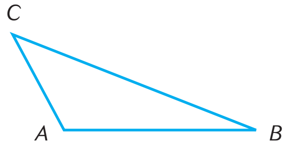


Ver ejemplo **2** Copia en tu cuaderno los triángulos dados y traza las transversales de gravedad correspondientes para encontrar las medianas.

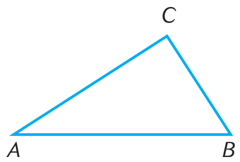
8.



9.



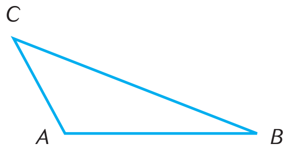
10.



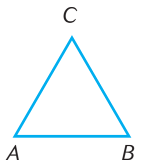
PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Copia en tu cuaderno los triángulos dados, traza las transversales de gravedad correspondientes.

11.

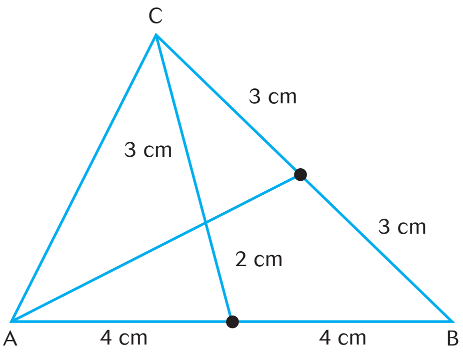


12.

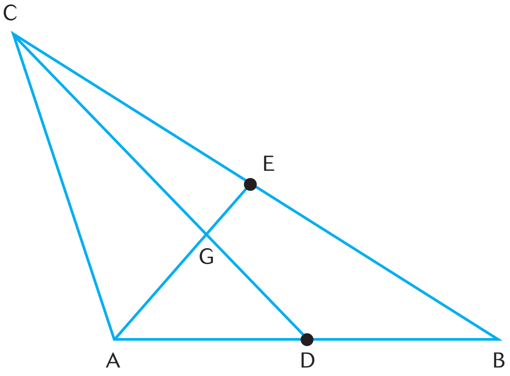


13. **Razonamiento crítico**. En un triángulo ABC isósceles con $\overline{BC} = \overline{AC}$, traza h_c, S_c, T_c. Comenta lo que observas. ¿Se puede establecer una regla?

14. **¿Dónde está el error?** En el dibujo se trazaron dos transversales de gravedad y se muestran las siguientes medidas. Explica.



15. **Desafío**. En el triángulo ABC, G es el centro de gravedad $\overline{EG} = 4$ cm y $\overline{GD} = 2\overline{EG}$. Calcula las medidas de $\overline{CG}$ y $\overline{GA}$.



Repaso

16. Las líneas que no son perpendiculares a un lado del triángulo y pasan por el punto medio de él son:

Ⓐ Simetrales Ⓑ Alturas Ⓒ Transversales de gravedad Ⓓ Medianas

17. ¿En qué razón se encuentran los segmentos que se forman al trazar las 3 transversales de gravedad?

Encuentra el valor de la incógnita:

18. $3 + x = 18$

19. $3x - 1 = 5$

20. $5x + 4 = 3x - 2$

CAPÍTULO

3–7

Bisectrices en un triángulo

Aprender a trazar y reconocer las bisectrices.

Vocabulario

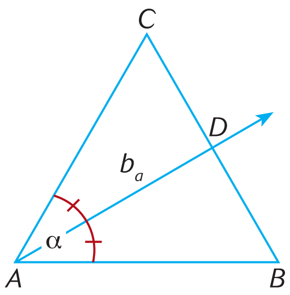
rayo

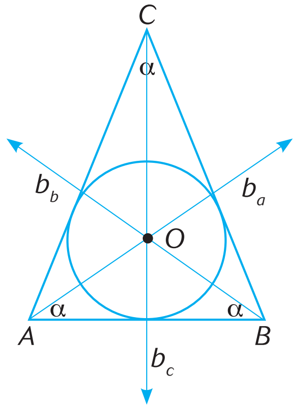
incentro

circunferencia inscrita

La bisectriz es el **rayo** que divide el ángulo en dos ángulos de igual medida. En el triángulo puedes trazar las bisectrices y se designan por b_a, b_b y b_c, según el ángulo. Las bisectrices se intersectan en un punto llamado **incentro** que se designa con la letra *O* y es el centro de una circunferencia tangente interiormente al triángulo, también se conoce como **circunferencia inscrita**.

En el capítulo 3-2 aprendiste a trazar la bisectriz de un ángulo. Ahora repetirás el proceso para cada ángulo interior del triángulo.





EJEMPLO 1 Hallar ángulos en un triángulo en que se han trazado bisectrices

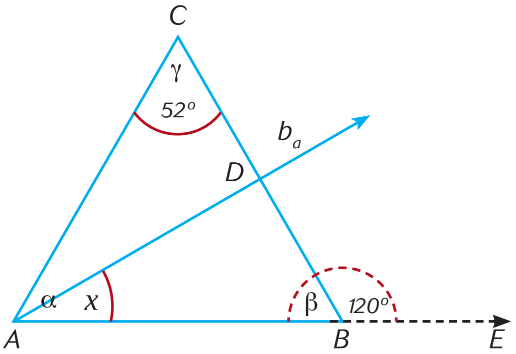
Halla el ángulo x.

$\triangle ABC$

$\overline{AD} = b_a$

$\measuredangle CBE = 120°$

$\measuredangle ACB = 52°$



Primero, en el dibujo escribe los valores de los ángulos dados.

Luego puedes ver que el ángulo β es suplementario con ∢*CBE*. Por lo tanto deben sumar 180°, por lo tanto:

$$180° - 120° = \beta$$

$$\beta = 60$$

Entonces $\alpha = 180° - 60° - 52° = 68°$, y como $\overline{AD}$ es bisectriz de α, entonces:

$$\measuredangle x = \frac{68°}{2} = 34°$$

EJEMPLO **2**

Hallar ángulos en un triángulo en que se han trazado bisectrices en los ángulos exteriores

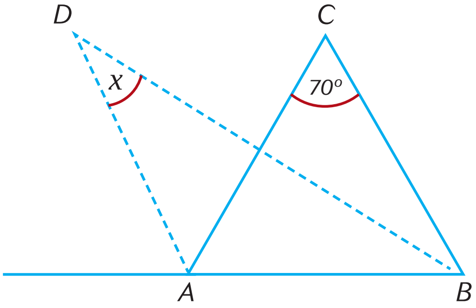
Halla el ángulo x.

$\triangle ABC$ isósceles

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\overline{AD}$ Bisectriz $\measuredangle A$ exterior

$\overline{BD}$ Bisectriz $\measuredangle B$ interior



$\triangle ABC$ isósceles, entonces $\measuredangle A = \measuredangle B$ interiores y, como la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180º, entonces:

$$\measuredangle A_i + \measuredangle B_i + 70^\circ = 180^\circ$$

Luego:

$\measuredangle A_i + \measuredangle B_i = 110^\circ$, pero $\measuredangle A_i = \measuredangle B_i$, entonces $\measuredangle A$ interior $= 55^\circ$ y es suplementario con $\measuredangle A$ exterior, por lo tanto
$\measuredangle A_i$ exterior $= 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

Si consideras el $\triangle ABD$ y las propiedades de la bisectriz,

$\measuredangle DAB = \frac{125^\circ}{2} + 55^\circ = 117{,}5^\circ$ y $\measuredangle ABD = \frac{55^\circ}{2} = 27{,}5^\circ$

$\measuredangle x = 180^\circ - 117{,}5^\circ - 27{,}5^\circ$

Luego: $\measuredangle x = 180^\circ - 145^\circ$

$\measuredangle x = 35^\circ$

Razonar y comentar

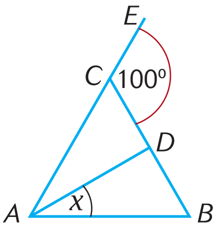
1. **Explica** en qué caso las bisectrices de un triángulo coinciden con las alturas, simetrales y transversales de gravedad.
2. **Comenta** si es posible trazar con regla y compás la bisectriz de un ángulo de 230º.

3–7 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

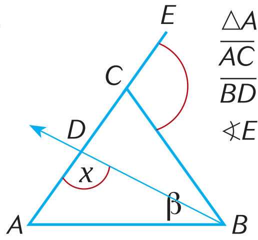
Ver ejemplo **1** **Halla el ángulo x.**

1.



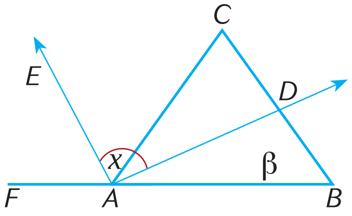
$\triangle ABC$ isósceles
$\overline{AC} = \overline{CB}$
$\overline{AD}$ bisectriz de $\measuredangle CAB$
$\measuredangle ECD = 100°$

2.



$\triangle ABC$ isósceles
$\overline{AC} = \overline{CB}$
$\overline{BD}$ bisectriz de $\measuredangle ABC$
$\measuredangle ECB = 130°$

Ver ejemplo **2** **3. Halla el ángulo x.**

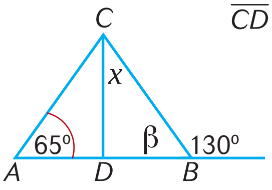


$\triangle ABC$ equilátero
$\overline{AD}$ bisectriz de $\measuredangle CAB$
$\overline{AE}$ bisectriz de $\measuredangle FAC$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

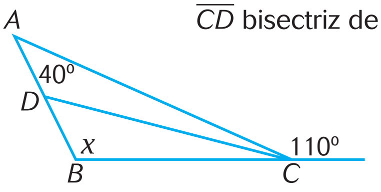
Ver ejemplo **1** **Halla el ángulo x.**

4.



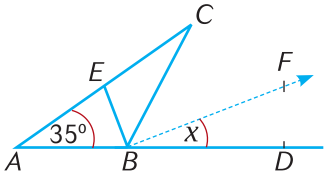
$\overline{CD}$ bisectriz de $\measuredangle ACB$

5.



$\overline{CD}$ bisectriz de $\measuredangle ACB$

Ver ejemplo **2** **6. Halla el ángulo x.**

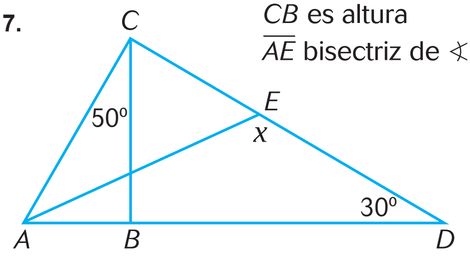


$\overline{BF}$ bisectriz de $\measuredangle CBD$
$\overline{BE}$ bisectriz de $\measuredangle ABC$
$\measuredangle ABC$ isósceles, $\overline{AB} = \overline{BC}$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

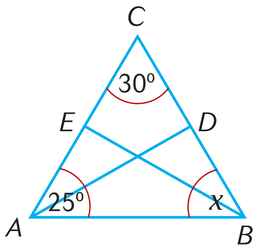
Halla el ángulo x.

7.



$\overline{CB}$ es altura
$\overline{AE}$ bisectriz de $\measuredangle CAD$

8.



$\triangle ABC$ escaleno
$\overline{AD}$ bisectriz
$\overline{EB}$ bisectriz

9. Construye la bisectriz de un ángulo de 57°.

10. ¿En qué triángulo podemos trazar una bisectriz que también sea altura?

11. **¿Dónde está el error?** José le explica a su amigo que para construir una bisectriz debe medir el ángulo con un transportador y dividir por 2. ¿Está José en lo correcto? ¿Qué significa construir una bisectriz?

12. Escribe paso a paso el desarrollo del ejercicio 7.

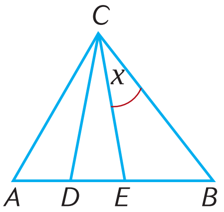
13. ¿Cuánto mide x?

$\overline{AC} = \overline{BC}$

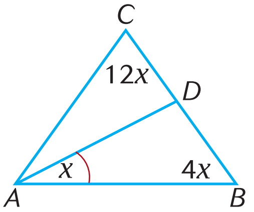
$\overline{CD}$ bisectriz de $\measuredangle ACE$

$\overline{CE}$ bisectriz de $\measuredangle DCB$

$\measuredangle CAD = 55{,}5°$



14. Halla el valor de x en:



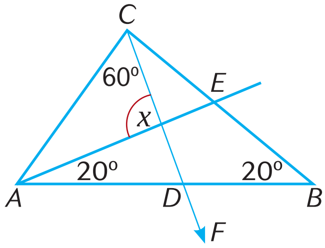
$\measuredangle ACB = 120°$

Si $\overline{AD}$ es bisectriz de $\measuredangle A$

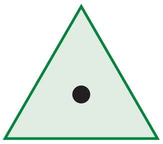
15. Escribe paso a paso el desarrollo de cómo encontraste el valor de x en:

$\overline{CF}$ bisecttriz de $\measuredangle ACE$

$\overline{AE}$ bisectriz de $\measuredangle CAD$



16. **Desafío**. Se quiere ubicar una pileta en el centro de una plaza triangular. ¿Qué elemento secundario nos permite encontrar el punto exacto donde ubicar la pileta para que esté a la misma distancia de todos los lados del triángulo?



Repaso

17. La bisectriz de un ángulo se define como un(a):

Ⓐ segmento Ⓑ rayo Ⓒ recta Ⓓ perpendicular

18. Si trazamos la bisectriz en los ángulos de un triángulo que miden $\measuredangle A = 30°$, $\measuredangle B = 90°$ y $\measuredangle C = 60°$, obtenemos respectivamente los ángulos de:

Ⓐ 30°, 45°, 15° Ⓑ 20°, 45°, 10° Ⓒ 15°, 45°, 30° Ⓓ 10°, 45°, 20°

Halla las siguientes adiciones y sustracciones de números enteros.

19. $-3 + 5 + 7 - (-9) =$

20. $-7 - 8 - 15 + 21 =$

21. $-8 + (-5) - (-7) =$

22. $-3 - (-9) + 7 - (-4) =$

23. $-9 - (-5) + (-2) - (-7) =$

24. $15 - 18 - 49 =$

Ordena de menor a mayor los siguientes números enteros.

25. –10, 54, –2, –32, 0, 4

26. –101, 504, –87, –64, 0

27. –5, 0, –50, 8

CAPÍTULO

3–8

El teorema de Pitágoras

Aprender a usar el teorema de Pitágoras para resolver problemas.

Vocabulario

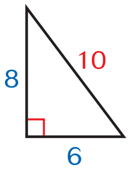
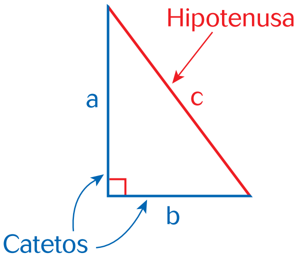
teorema de Pitágoras
triángulo rectángulo
cateto
hipotenusa

Pitágoras nació en la isla de Samos, situada en el mar Egeo, entre 580 a.C. y 569 a.C. Se la conoce principalmente por el **teorema de Pitágoras**, el cual relaciona las longitudes de los lados de un **triángulo rectángulo**.

Una tablilla babilónica conocida como Plimpton 322 demuestra que la relación entre las longitudes de los lados de los triángulos rectángulos ya era conocida en 1900 a.C.

Esta estatua de Pitágoras está ubicada en el puerto Pythagorion de la isla de Samos.

EL TEOREMA DE PITÁGORAS

En palabras	Con números	En álgebra
En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las longitudes de los dos **catetos** es igual al cuadrado de la longitud de la **hipotenusa**.	 $6^2 + 8^2 = 10^2$ $36 + 64 = 100$	 $a^2 + b^2 = c^2$

EJEMPLO 1

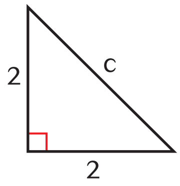
Hallar la longitud de la hipotenusa

Halla la longitud de la hipotenusa a la centésima más cercana.

Pista útil

Cuando apliques el teorema de Pitágoras para hallar una longitud, usa solamente la raíz cuadrada positiva.

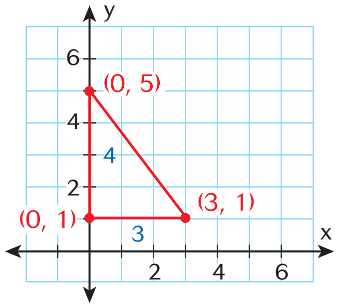
A



$a^2 + b^2 = c^2$	*Teorema de Pitágoras*
$2^2 + 2^2 = c^2$	*Sustituye a por 2 y b por 2.*
$4 + 4 = c^2$	*Desarrolla las potencias.*
$8 = c^2$	*Suma.*
$\sqrt{8} = c$	*Halla la raíz cuadrada.*
$2{,}83 \approx c$	*Redondea al centésimo más cercano.*

Halla la longitud de la hipotenusa a la centésima más cercana.

B Triángulo con las coordenadas (3, 1), (0, 5) y (0, 1)

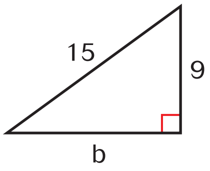


$a^2 + b^2 = c^2$	*Teorema de Pitágoras*
$4^2 + 3^2 = c^2$	*Sustituye a y b.*
$16 + 9 = c^2$	Desarrolla *las potencias.*
$25 = c^2$	*Suma.*
$\sqrt{25} = c$	*Halla la raíz cuadrada.*
$5 = c$	

EJEMPLO 2

Hallar la longitud de un cateto en un triángulo rectángulo

Halla el lado desconocido del triángulo rectángulo.



$a^2 + b^2 = c^2$	*Teorema de Pitágoras*
$9^2 + b^2 = 15^2$	*Sustituye a y b.*
$81 + b^2 = 225$	Desarrolla *las potencias.*
$\underline{-81} \quad = \underline{-81}$	*Resta 81 de cada lado.*
$b^2 = 144$	
$b = \sqrt{144} = 12$	*Halla la raíz cuadrada.*

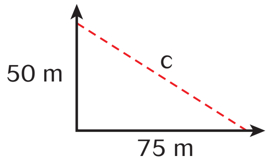
EJEMPLO 3

Usar el teorema de Pitágoras para mediciones

Joaquín y Sara comienzan a caminar en el mismo punto, pero Joaquín camina 50 m hacia el Norte y Sara camina 75 m hacia el Este. ¿A qué distancia se encuentran uno del otro cuando se detienen?

La distancia entre Joaquín y Sara cuando dejan de caminar es igual a la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

$a^2 + b^2 = c^2$	*Teorema de Pitágoras*
$50^2 + 75^2 = c^2$	*Sustituye a y b.*
$2\,500 + 5\,625 = c^2$	Desarrolla *las potencias.*
$8\,125 = c^2$	*Suma.*
$90{,}1 \approx c$	*Halla la raíz cuadrada.*



La distancia que hay entre Joaquín y Sara es aproximadamente 90 metros.

Razonar y comentar

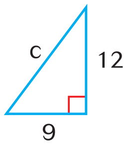
1. **Indica** qué lado de un triángulo rectángulo es siempre el más largo.
2. **Explica** si 2, 3 y 4 cm pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.

3–8 Ejercicios

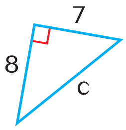
PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Halla la longitud de cada hipotenusa aproximada a la centésima más cercana.**

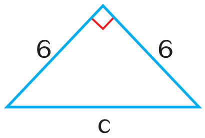
1.



2.



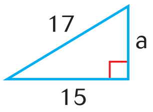
3.



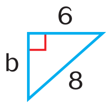
4. triángulo con las coordenadas (–4, 0), (–4, 5) y (0, 5)

Ver ejemplo **2** **Halla el lado desconocido de cada triángulo rectángulo aproximado a la décima más cercana.**

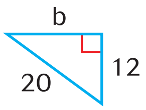
5.



6.



7.

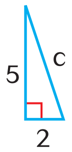


Ver ejemplo **3** **8.** Un helicóptero de control del tráfico vuela 10 kilómetros hacia el Norte y después 24 kilómetros hacia el Este. Luego, el helicóptero vuelve en línea recta hacia el punto de partida. ¿Cuál es la distancia que recorre el helicóptero en el último tramo?

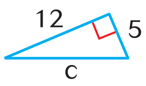
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Halla la longitud de cada hipotenusa aproximada a la centésima más cercana.**

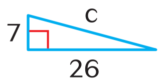
9.



10.



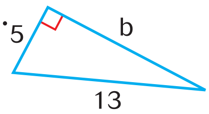
11.



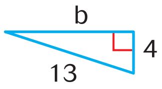
12. Triángulo con las coordenadas (–5, 3), (5, –3) y (–5, –3).

Ver ejemplo **2** **Halla el lado desconocido de cada triángulo rectángulo aproximado al décimo más cercano.**

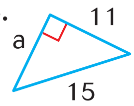
13.



14.



15.



Ver ejemplo **3** **16.** El sr. y la sra. Flores viajan a sus trabajos todas las mañanas. El sr. Flores conduce 8 km hacia el Este para ir a su oficina. La sra. Flores conduce 15 km hacia el Sur para ir a su oficina. ¿Cuántos kilómetros separan los lugares de trabajo del sr. y la sra. Flores?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Halla la longitud que falta de cada triángulo rectángulo aproximada a la décima más cercana.

17. $a = 4$, $b = 7$, $c =$ ■

18. $a =$ ■, $b = 40$, $c = 41$

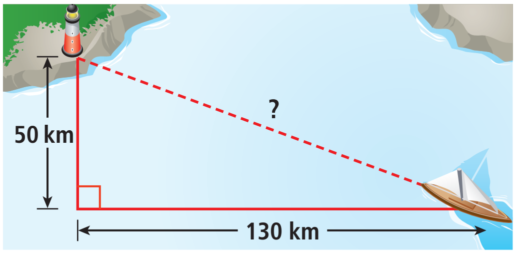
19. $a = 30$, $b = 72$, $c =$ ■

20. $a = 16$, $b =$ ■, $c = 38$

21. $a =$ ■, $b = 47$, $c = 60$

22. $a = 65$, $b =$ ■, $c = 97$

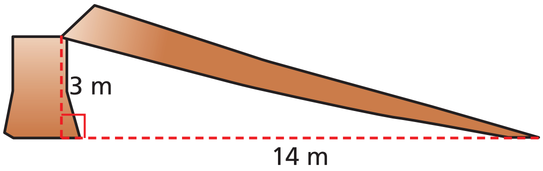
23. Por razones de seguridad, la base de una escalera de 24 metros se debe colocar, por lo menos, a 8 metros de la pared. Aproximado a la décima de metro más cercano, ¿qué altura se puede alcanzar de manera segura con una escalera de 24 metros?



24. ¿A qué distancia está el velero del faro, al kilómetro más cercano de la imagen de la derecha?

25. **Varios pasos** Dos lados de un triángulo rectángulo tienen 4 centímetros y 11 centímetros de largo. El tercer lado puede ser un cateto o la hipotenusa. ¿Aproximadamente, cuánto más largo sería si fuera la hipotenusa que si fuera el cateto?

26. **Razonamiento crítico** Un triángulo rectángulo tiene catetos de 1 metro, 6 centímetros y de 2 metros de largo. Halla la longitud de la hipotenusa y el perímetro en unidades mixtas de metros y centímetros.



27. **Varios pasos** ¿Cuál era la altura del tronco de árbol que aparece a la derecha aproximada a la décima más cercana? Explica.

28. **Escribe un problema** Usa un mapa de calles para escribir y resolver un problema que requiera el uso del teorema de Pitágoras.

29. **Escríbelo** Explica cómo hallar la longitud de un lado de cualquier triángulo rectángulo cuando conoces dos longitudes.

30. **Desafío** Un triángulo rectángulo tiene catetos de $3x$ m y $4x$ m de largo y una hipotenusa de 75 m de largo. Halla las longitudes de los catetos del triángulo.

Repaso

31. Un mástil tiene una altura de 139 metros. Se ata una cuerda a la punta del mástil y se la sujeta al suelo a 5 metros desde la base del mástil. ¿Cuál es la longitud de la cuerda aproximada a la unidad más cercana?

Ⓐ 13 metros Ⓑ 33 metros Ⓒ 35 metros Ⓓ 139 metros

32. Rafael apoya una escalera de 6 m contra la pared de su casa. La base de la escalera está ubicada a 4 m de la base de la casa. ¿Qué altura de la casa puede alcanzar la escalera? Redondea tu respuesta a la centésima más cercana.

Halla el número que sigue en cada patrón.

33. –3, 0, 3, 6, ...

34. 0,55; 0,65; 0,75; 0,85; ...

35. 9, 16, 23, 30, 37, 44, ..

36. 1; 1,5; 2; 2,5, ...

37. –1, 1, 3, 5, ...

38. 0,–2,–4,–6, ...

Estima cada raíz cuadrada con dos lugares decimales.

39. $\sqrt{30}$

40. $\sqrt{42}$

41. $\sqrt{55}$

42. $\sqrt{67}$

CAPÍTULO

3–9

Cómo aplicar el teorema de Pitágoras y su recíproco

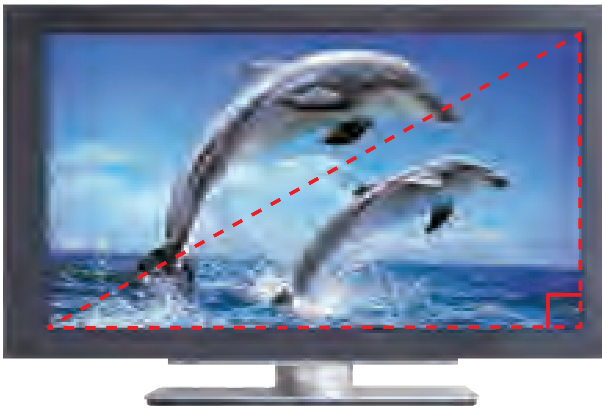
Aprender a usar la fórmula de distancia y el teorema de Pitágoras y su recíproco para resolver problemas.

Vocabulario

longitud diagonal

Las pantallas de los televisores se describen según la longitud de sus diagonales.

El teorema de Pitágoras se puede usar para hallar distancias y longitudes, como la **longitud diagonal** de la pantalla de un televisor de alta definición.



EJEMPLO **1**

Hallar la longitud diagonal

Ana está haciendo un folleto para el televisor de alta definición que se muestra arriba. La pantalla mide 48 pulgadas de ancho y 20 pulgadas de alto. ¿Qué longitud diagonal debería usar en el folleto?

Halla la longitud de la diagonal de la pantalla de TV.

$20^2 + 48^2 = c^2$	*Usa el teorema de Pitágoras.*
$400 + 2\,304 = c^2$	*Desarrolla.*
$2\,704 = c^2$	*Suma.*
$\sqrt{2\,704} = c$	
$52 = c$	*Halla la raíz cuadrada.*

La longitud diagonal debería darse como 52 pulgadas.

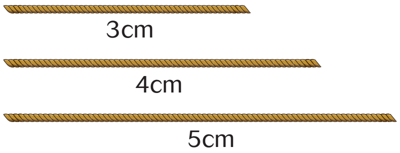
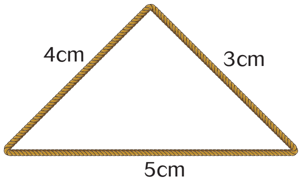
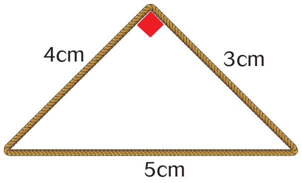
Ya has comprobado que el teorema de Pitágoras se cumple para todos los triángulos rectángulos. Ahora, es importante que sepas que, en el caso de este teorema, se cumple también su recíproco. Veamos ambos enunciados:

Teorema de Pitágoras	Recíproco del teorema de Pitágoras
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.	Si un triángulo tiene longitudes de lado a, b y c y $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo.

EJEMPLO 2

Verificación del teorema de Pitágoras

Ya conoces el teorema de Pitágoras, así pues para verificar su recíproco tomaremos el trío pitagórico 3, 4 y 5.

<table>
<tr><td>Toma una cuerda, y marca con una regla las medidas correspondientes al trío pitagórico, es decir, 3 cm, 4 cm y 5 cm, de manera consecutiva.</td><td> </td></tr>
<tr><td colspan="2">Une los extremos de las marcas, de manera que queden unidas la primera y la última marca.
 </td></tr>
<tr><td>Estira la cuerda formando un triángulo.</td><td> </td></tr>
<tr><td>Mide los ángulos y comprueba experimentalmente que uno de ellos mide 90º.</td><td> </td></tr>
</table>

EJEMPLO 3

Identificar un triángulo rectángulo

Indica si las longitudes de los lados dados forman un triángulo rectángulo.

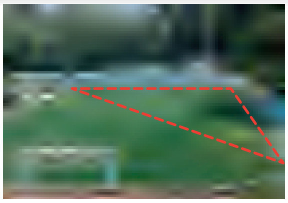
A 7, 24, 25		5, 8, 12
$a^2 + b^2 \overset{?}{=} c^2$	*Compara $a^2 + b^2$ con c^2.*	$a^2 + b^2 \overset{?}{=} c^2$
$7^2 + 24^2 \overset{?}{=} 25^2$	*Sustituye*	$5^2 + 8^2 \overset{?}{=} 12^2$
$49 + 576 \overset{?}{=} 625$	*Desarrolla*	$25 + 64 \overset{?}{=} 144$
$625 = 625$ ✓	*Suma.*	$89 \neq 144$ ✗
Las longitudes de los los lados forman un triángulo rectángulo.		Las longitudes de lados no forman un triángulo rectángulo.

Razonar y comentar

1. Al duplicar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo se forma otro triángulo rectángulo. ¿Esta afirmación es verdadera o falsa? **Explica** tu respuesta.

3–9 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN



Ver ejemplo **1**

1. Una cancha de baby fútbol mide 20 x 40 metros de ancho y largo respectivamente. Calcula la distancia que debe recorrer la pelota desde una esquina de la cancha hasta su esquina opuesta.

Ver ejemplo **2**

Indica si las longitudes de los lados dados forman un triángulo rectángulo.

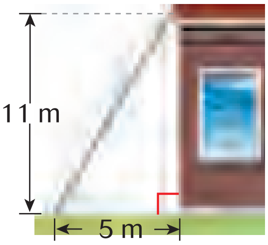
2. 3, 4, 5

3. 8, 10, 14

4. 0,5, 1,2, 1,3

5. 18, 80, 82

PRÁCTICA INDEPENDIENTE



Ver ejemplo **1**

6. Una escalera debe colocarse a 5 metros de la base de una pared y debe alcanzar una altura de 11 metros. ¿Qué longitud debe tener la escalera? Redondea tu respuesta a la décima más cercana.

Ver ejemplo **2**

Indica si las longitudes de los lados dados forman un triángulo rectángulo.

7. 8, 15, 17

8. 5, 6, 9

9. 2,4, 2,5, 3,6

10. 60, 80, 100

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

11. **Razonamiento** Una empresa constructora hace cimientos de concreto de forma rectangular. Las dimensiones de los cimientos son de 6 m por 12 m. Describe un procedimiento que confirme que los lados de los cimientos se unen en un ángulo recto.

Los tres números naturales que hacen que la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$ sea verdadera se denominan *tríos pitagóricos*. Determina si cada conjunto es un trío pitagórico.

12. 3, 6, 9

13. 3, 4, 5

14. 5, 12, 13

15. 7, 24, 25

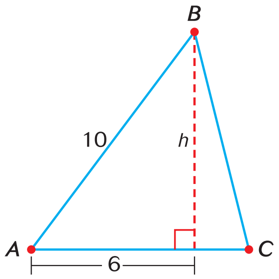
16. 10, 24, 26

17. 8, 14, 16

18. 10, 16, 19

19. 9, 40, 41

20. **Geometría** La *altura* de un triángulo es un segmento perpendicular que va desde un vértice hasta la línea que contiene el lado opuesto. Halla h.



21. Usa una hoja estándar de 29,7 cm por 21 cm. Mide la diagonal lo más exactamente posible. ¿Esta medición forma un triángulo rectángulo? Explica tu respuesta.

22. **Historia** En el antiguo Egipto, los agrimensores hacían ángulos rectos tensando una soga con nudos equidistantes, como se muestra en la figura. Explica por qué la soga forma un ángulo recto.

23. Un *cuadrado unitario* tiene una longitud de lado de 1 unidad. Halla la longitud de la diagonal de un cuadrado unitario con una longitud de lado de 1 centímetro. Escribe tu respuesta como raíz cuadrada.

24. **¿Dónde está el error?** Un estudiante dijo que las longitudes de lado 41, 40 y 9 no forman un triángulo rectángulo porque $9^2 + 41^2 = 1\ 762$ y $40^2 = 1\ 600$, y $1\ 762 \neq 1\ 600$. ¿Qué error cometió?

Repaso

25. Dos lados de un triángulo rectángulo miden 9 cm y 15 cm. El tercer lado no es la hipotenusa. ¿Cuál es la longitud del tercer lado?

Ⓐ 3 cm　Ⓑ 12 cm　Ⓒ 17 cm　Ⓓ 21 cm

26. ¿Qué propiedad establece que $1x$ y x son equivalentes?

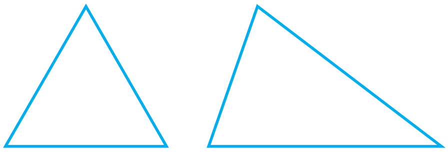
27. Calcula $y = 3x - 4$ para $x = 6$.

CAPÍTULO
3

¿Listo para seguir?

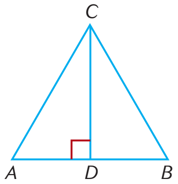
Prueba de las lecciones 3-4 a 3-9

3-4 Alturas en un triángulo



1. Traza las alturas de un triángulo *ABC* acutángulo. Marca el ortocentro.

3-5 Simetrales de un triángulo



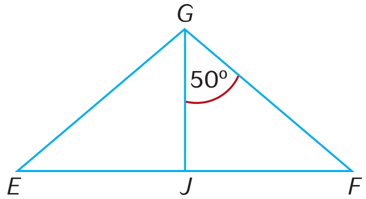
2. Si △*ABC* es isósceles, ¿la recta $\overline{CD}$ corresponde a una simetral y a una altura? Explica.

3-6 Transversales de gravedad en un triángulo

3. Las transversales de gravedad, ¿tienen siempre un punto de intersección?

4. ¿Qué razón forman las medidas de las medianas con el lado paralelo del triángulo?

3-7 Bisectrices en un triángulo



5. Dibuja un △*ABC* escaleno y dibuja las bisectrices de los ángulos interiores y las bisectrices de los ángulos exteriores. ¿Qué relación tienen?

6. En la figura, △*EFG* es un triángulo isósceles de base $\overline{EF}$. Si $\overline{GJ}$ es bisectriz, ¿cuál es la medida de cada ángulo de este triángulo?

3-8 El teorema de Pitágoras

Determina la hipotenusa de los triángulos rectángulos, si los catetos miden:

7. 5 cm y 6 cm

8. 9 cm y 12 cm

9. 10 cm y 20 cm

10. 12 cm y 5 cm

11. 8 cm y 15 cm

3-9 Cómo aplicar el teorema de Pitágoras y su recíproco

Indica si las longitudes de los lados dados forman un triángulo rectángulo.

12. 9, 12, 18

13. 3, 4, 10

14. 7, 9, 11

15. 6, 8, 10

16. 8, 14, 17

17. 9, 10, 15

CAPÍTULO
3

CONEXIONES con el mundo real

Movistar Arena

Movistar Arena es un recinto multipropósito situado en el interior del Parque O'Higgins y a pocos minutos del centro de la ciudad. Fue construido a partir del inconcluso **Estadio Techado Parque O'Higgins** y diseñado para albergar eventos deportivos, comerciales, culturales y de ocio, teniendo una capacidad para 16 419 espectadores. La superficie total del recinto es de 44 000 m², de los cuales 31 000 m² corresponden a la arena que tiene una cúpula situada a 45 m de altura.

La cúpula está formada por triángulos. Existen muchas estructuras que están formadas a base de triángulos unidos entre sí. Este tipo de estructuras, que adquieren una gran rigidez, tienen infinidad de aplicaciones.

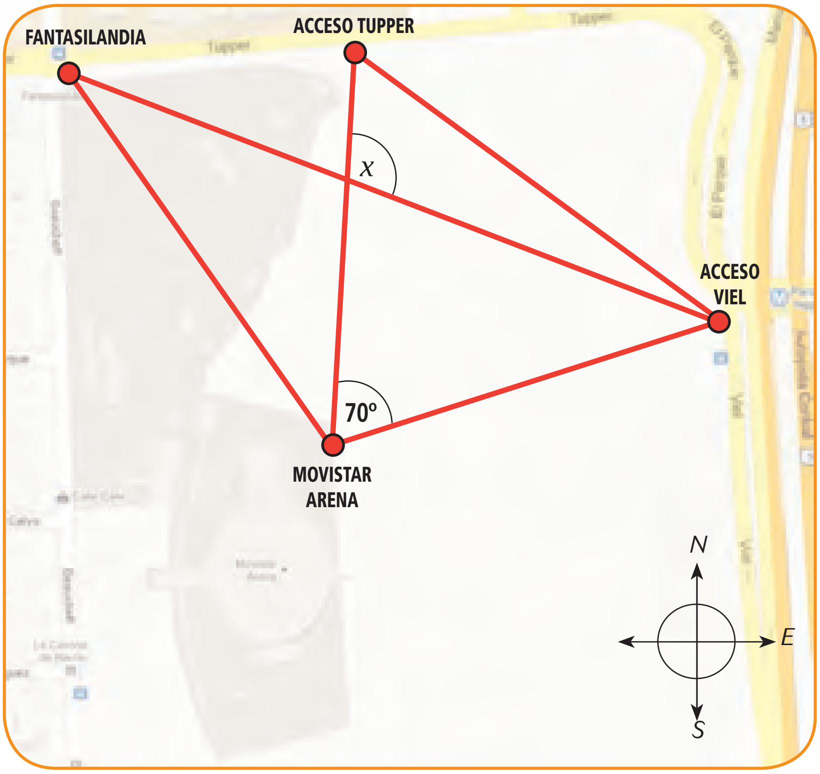
El triángulo es el único polígono que no se deforma cuando actúa sobre él una fuerza. Cualquier otra forma geométrica que adopten los elementos de una estructura no será rígida o estable hasta que no se triangule.

A continuación se muestran los accesos a este recinto.

Usa el mapa para resolver las preguntas siguientes:

1. ¿Qué tipo de triángulo se forma con el acceso a Fantasilandia y el acceso por Viel con el recinto Movistar Arena?

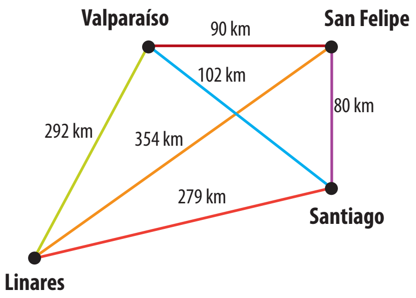
2. Los accesos Tuper y Viel con el recinto Movistar Arena forman un triángulo isósceles. El camino desde el acceso Viel a Fantasilandia es la bisectriz del ángulo. ¿Cuánto mide x?



¡Vamos a Jugar!

Redes

Una red es una figura que muestra cómo están conectados varios objetos por medio de vértices y segmentos. Puedes usar una red para mostrar distancias entre ciudades. En la red de la derecha, los vértices identifican cuatro ciudades de Chile central y los segmentos muestran las distancias en km entre las ciudades.



Puedes usar la red para hallar la ruta más corta de Linares a las otras tres ciudades y de regreso a Linares. Primero, halla todas las rutas posibles. Luego, halla la distancia en km de cada ruta. Se ha identificado una ruta y se muestra abajo.

Linares - Santiago - San Felipe - Valparaíso
279 km + 80 km + 90 km + 292 km = 741 km

¿Cuál es la ruta más corta y cuál es la distancia?

ACTIVIDAD GRUPAL El dado de las multiplicaciones

Para este juego deberás juntarte con tres compañeros y compañeras del curso. Necesitarás un dado, un cronómetro y una hoja para anotar los puntajes.

Para comenzar, cada jugador deberá lanzar el dado una vez y el que obtenga el número más alto será el primero en jugar. El resto de los jugadores lo hará siguiendo el sentido de las manecillas del reloj.

El juego consiste en que cada jugador (en el orden asignado) lanzará dos veces el dado. El número que resulte de la primera tirada indicará la cantidad de veces que deberás multiplicar por sí mismo el número que saldrá de la segunda tirada. Por ejemplo, si un jugador en su primer lanzamiento saca 5 y en el segundo lanzamiento saca 3, entonces deberá resolver la multiplicación:

3 • 3 • 3 • 3 • 3.

El jugador que responda correctamente obtendrá un punto y el que no lo haga obtendrá 0.

¡Está en la bolsa!

Materiales

- 6 hojas de cartulina
- papel de tarjetas
- tijeras
- perforadora
- 4 aros metálicos
- papel blanco
- marcadores

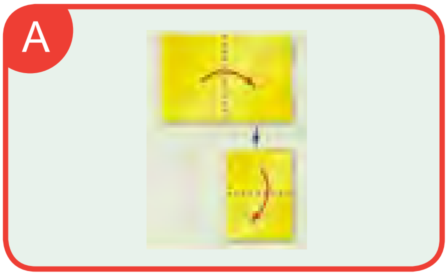
PROYECTO Folleto de figuras geométricas

Crea un organizador para guardar folletos en los que resumas cada lección del capítulo.

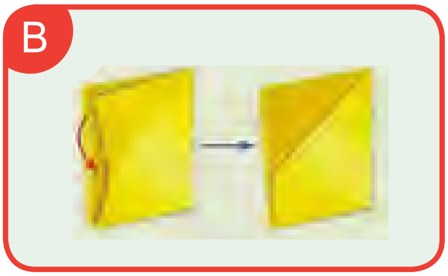
Instrucciones

1. Comienza con hojas de cartulina de 30 cm por 45 cm. Dobla una de las hojas por la mitad de modo que mida 30 cm por 23 cm. Luego, vuelve a doblar la hoja de modo que mida 15 cm por 23 cm. **Figura A**
2. Sujeta la hoja con los pliegues en la base del lado derecho. Dobla el extremo superior izquierdo hacia adentro y hacia abajo para formar un bolsillo. **Figura B**
3. Da vuelta a todo y pliega el extremo superior derecho hacia adentro y hacia abajo para formar un bolsillo. Repite los pasos del 1 al 3 con las demás hojas de cartulina.
4. Recorta dos trozos de papel de tarjetas que midan 15 cm por 23 cm. Con la perforadora, haz cuatro agujeros ubicados a la misma distancia entre sí a lo largo de la parte inferior de cada trozo. De modo similar, haz cuatro agujeros ubicados a la misma distancia entre sí en cada bolsillo, como se muestra. **Figura C**
5. Apila los seis bolsillos y coloca las tapas de cartulina al principio y al final de la pila. Pasa cierres de alambre por los agujeros para unir todo.

A



B



C

Tomar notas de matemáticas

Dobla las hojas de papel blanco en tres, como un folleto. Usa los folletos para tomar notas de las lecciones del capítulo. Guarda los folletos en los bolsillos de tu organizador.

CAPÍTULO

3

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

segmentos	90
ángulos	90
bisectriz	94
teorema de la desigualdad de un triángulo	98
vértices	104
alturas	104
ortocentro	104
simetrales	108
punto medio	108
circuncentro	108
transversal de gravedad	112
lados de un triángulo	112
simetral	112
baricentro	112
rayo	116
incentro	116
circunferencia inscrita	116
teorema de Pitágoras	120
triángulo rectángulo	120
cateto	120
hipotenusa	120
longitud diagonal	124

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. Dos rayos que tienen un origen común forman un ________.

2. Las rectas en el mismo plano que no se intersecan son ________.

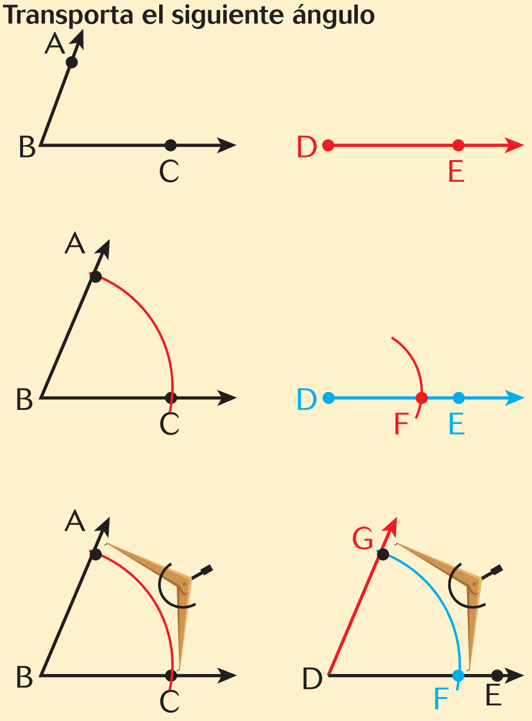
3. El punto donde se cortan las alturas de un triángulo es el ________________.

EJEMPLOS

EJERCICIOS

3-1 **Transporte y construcción de segmentos y ángulos.**

- Transporta el siguiente ángulo



Transporta los ángulos.

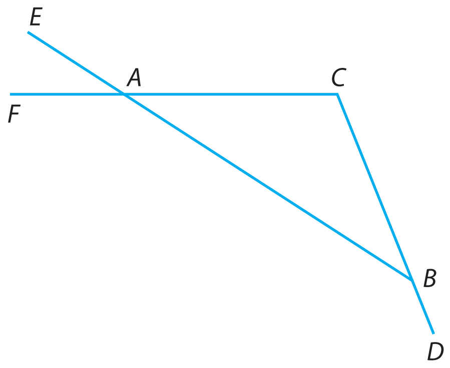
4. $\measuredangle EAF$

5. $\measuredangle CAB$

6. $\measuredangle FAB$

7. $\measuredangle ACB$

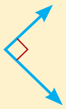
8. $\measuredangle ABD$



EJEMPLOS **EJERCICIOS**

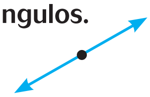
3-2 Construcción de la bisectriz de un ángulo.

- **Usando transportador y regla dibuja la bisectriz del ángulo dado**

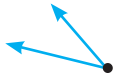


Usando transportador y regla dibuja la bisectriz de los ángulos.

9.



10.



3-3 Construcción de triángulos.

- **Determina si con los siguientes lados es posible construir un triángulo.**

25 cm, 38 cm, 40 cm

Según el teorema de desigualdad de un triángulo si la suma de dos de los lados es mayor que el tercer lado entonces es posible construir el triángulo.

34 cm, 15 cm, 40 cm
$34 + 15 = 49 > 40$
$34 + 40 = 74 > 15$
$15 + 40 = 55 > 34$

Determina si con los siguientes criterios es posible construir un triángulo.

11. 50 cm, 5 cm y 10 cm

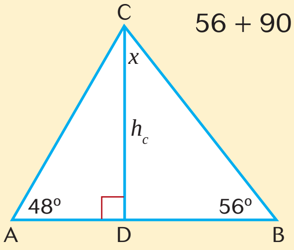
12. 50 cm, 0,5 cm y 500 cm

13. 10 cm, 15 cm y ∢60º

14. 10 cm, ∢60º y ∢120º

3-4 y 3-5 Alturas en un triángulo. Simetrales de un triángulo.

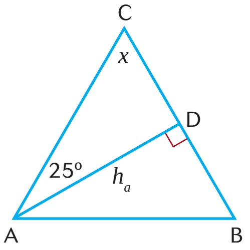
Encuentra el valor de x.



$$56 + 90 + x = 180º$$
$$x = 180º - 90º - 56º$$
$$x = 34º$$

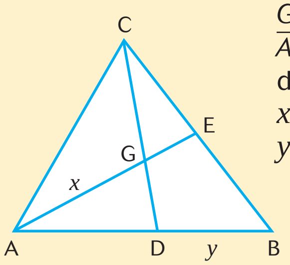
Encuentra el valor de x.

15.



3-6 Transversales de gravedad en un triángulo.

Encuentra el valor de los segmentos.



Si $\overline{AB} = 8$ cm
$\overline{GE} = 1,5$ cm
$\overline{AE}$ y $\overline{CD}$ son transversales de gravedad
$x = ?$
$y = ?$

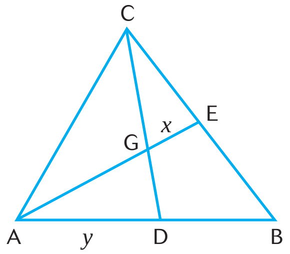
$$\frac{AG}{GE} = \frac{2}{1} = \frac{x}{1,5} \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

$\overline{AD} = \overline{DB}$ porque D es punto medio

$$\overline{AD} = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

Encuentra el valor de los segmentos.

16.



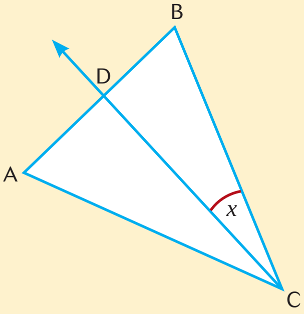
Si AG = 5 cm
AB = 10 cm
CD y AE son transversales de gravedad

EJEMPLOS

EJERCICIOS

3-7 Bisectriz en un triángulo.

Encuentra el valor de *x*.



$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\measuredangle B = 36^{\circ}$

$\overline{CD}$ bisectriz del $\measuredangle C$

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\Downarrow$

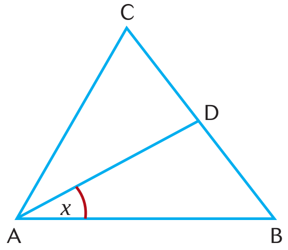
$\measuredangle B = \measuredangle A$

$\Downarrow$

$\measuredangle A = 36^{\circ}$

$$\begin{aligned} \text{y} \quad 36 + 36 + x + x &= 180^{\circ} \\ 2x &= 180 - 72 \\ x &= \frac{108}{2} \\ x &= 54 \end{aligned}$$

17. Encuentra el valor de *x*:



$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\measuredangle C = 50^{\circ}$

$\overline{AD}$ bisectriz del $\measuredangle A$

3-8 El teorema de Pitágoras

- Determinar el tercer valor de un trío pitagórico.

(3, 4)

$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = c^2$

$9 + 16 = c^2$

$25 = c^2$

c = (raíz cuadrada) 25

$c = 5$

por *Teorema de Pitágoras*
Sustituyendo

Determina el valor aproximado de la hipotenusa si los catetos miden:

18. 5 cm y 6 cm
19. 12 cm y 15 cm
20. 8 cm y 12 cm
21. 9 cm y 15 cm
22. 11 cm y 12 cm
23. 3 cm y 5 cm
24. 8 cm y 15 cm
25. 2 cm y 7 cm
26. 1 cm y 4 cm

3-9 Cómo aplicar el teorema de Pitágoras y su recíproco

- Comprueba si las siguientes medidas corresponden a un triángulo rectángulo.

9cm, 12cm, 15cm.

$a^2 + b^2 = c^2$ por *Teorema de Pitágoras*

$9^2 + 12^2 = 15^2$

$81 + 144 = 225$

$225 = 225$

Por lo tanto, las medidas corresponden a las de un triángulo rectángulo.

Indica si las longitudes de los lados forman un triángulo rectángulo.

27. 8, 9, 10 **28.** 12, 5, 13 **29.** 9, 12, 15

30. Se agrega una pieza diagonal a un marco de 7,5 cm por 10 cm para determinar si los lados del marco se juntan en un ángulo recto. La pieza mide 12,5 cm de longitud. ¿Los lados se juntan en un ángulo recto? Explica.

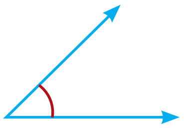
31. Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo si uno de sus catetos mide 8 cm y la hipotenusa mide 10 cm.

Prueba de capítulo

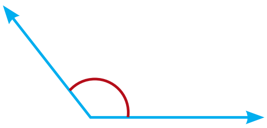
CAPÍTULO
3

Construye ángulos congruentes a los ángulos que se muestran.

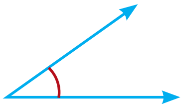
1.



2.



3.



Determina si las condiciones dadas son adecuadas para la construcción de un triángulo.

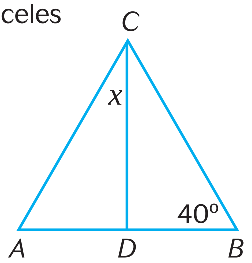
4. 5 cm, 8 cm, 18 cm

5. 3 cm, 4 cm, 5 cm

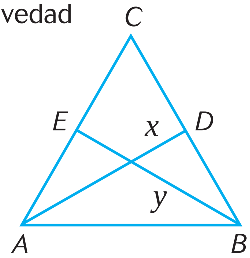
6. 4 cm, 6 cm, 8 cm

Encuentra el valor de x.

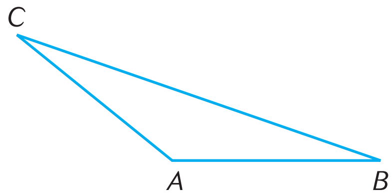
7. ABC es un triángulo isósceles
$\overline{CD}$ Bisectriz de ∢C
∢CBD = 40º



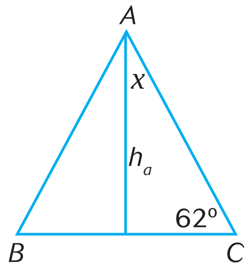
8. $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ transversales de gravedad
$\overline{AD} = 6$ cm, $\overline{BE} = 9$ cm
$x = ?, y = ?$



9. En tu cuaderno, dibuja las simetrales del $\triangle ABC$.



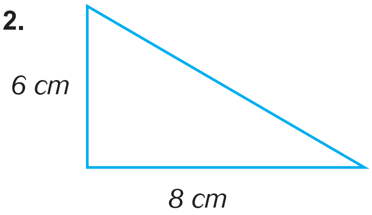
10. Encuentra el valor de x.



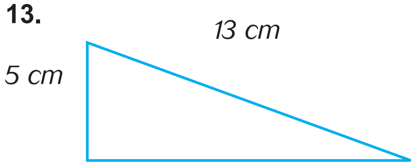
11. En tu cuaderno, dibuja las medianas en un triángulo escalenos con regla y compás.

Determina la longitud del lado que falta en los siguientes triángulos rectángulos.

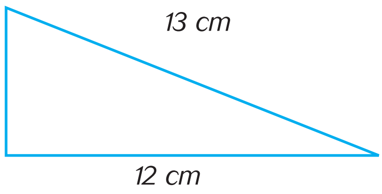
12.



13.



14.

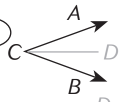


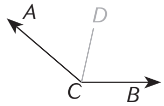
Prueba del capítulo

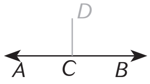
CAPÍTULO
3

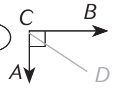
Evaluación acumulativa Capítulos 1-3

1. ¿Cuándo la recta BD no es bisectriz del ángulo ABC?

Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

2. Halla el valor de: $-3 + 5 - 15 - (-12) + 42$

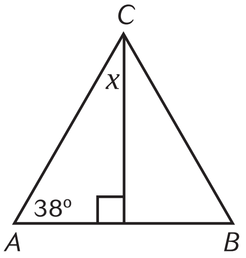
Ⓐ 17

Ⓑ 24

Ⓒ 59

Ⓓ 41

3. Encuentra el valor de x.



Ⓐ 42º

Ⓑ 52º

Ⓒ 62º

Ⓓ 108º

4. Nelson tardó $\frac{1}{2}$ hora en viajar a la consulta de su ortodoncista. Estuvo $\frac{3}{5}$ de hora en la consulta y el viaje de regreso a su casa duró $\frac{3}{4}$ de hora. ¿Cuánto tiempo le llevó en total la cita con su ortodoncista?

Ⓐ $\frac{7}{11}$ hora

Ⓑ $\frac{37}{60}$ hora

Ⓒ $1\frac{17}{20}$ horas

Ⓓ $\frac{13}{5}$ horas

5. Una tienda ofrece dos docenas de rollos de papel higiénico a $ 10 488. ¿Cuál es el valor de un rollo de papel higiénico?

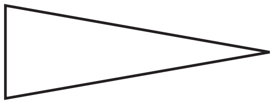
Ⓐ $874/rollo de papel higiénico

Ⓑ $524/rollo de papel higiénico

Ⓒ $437/rollo de papel higiénico

Ⓓ $349/rollo de papel higiénico

6. En el siguiente triángulo, ¿qué trío de medidas no puede corresponder a las medidas de sus lados?



Ⓐ 12 cm, 5 cm, 13 cm

Ⓑ 12 cm, 9 cm, 15 cm

Ⓒ 15 cm, 16 cm, 17 cm

Ⓓ 15 cm, 8 cm, 17 cm

7. ¿Qué expresión representa “dos veces la diferencia entre un número y 8”?

Ⓐ $2(x + 8)$ Ⓑ $2(x - 8)$

Ⓒ $2x - 8$ Ⓓ $2x + 8$

8. ¿Para qué ecuación NO es la solución $x = 1$?

Ⓐ $3x + 8 = 11$

Ⓑ $8 - x = 9$

Ⓒ $-3x + 8 = 5$

Ⓓ $8 + x = 9$

9. ¿Qué razones forman una proporción?

Ⓐ $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{6}$ Ⓑ $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{16}$

Ⓒ $\frac{4}{12}$ y $\frac{7}{15}$ Ⓓ $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{8}$

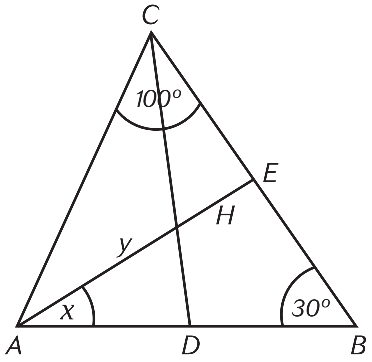
10. Encuentra el valor de x e y.

AE es bisectriz del <A

CD transversal de gravedad

AE = 7,5 cm

<B = 30° y <C = 100°



Ⓐ $x = 50; y = 5$

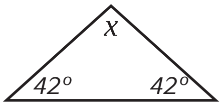
Ⓑ $x = 25; y = 4$

Ⓒ $x = 25; y = 5$

Ⓓ $x = 50; y = 4$

Respuesta gráfica

11. ¿Cuál es la medida del ángulo desconocido?



12. Construye un triángulo dados sus lados.
7 cm, 8 cm, 12 cm.

13. Una vendedora de papelería compró una partida de sobres a $ 85. Luego, vendió la partida de sobres en su tienda a un precio que superaba en un 45% el precio de compra. ¿Cuál fue el precio de la partida de sobres al peso entero más cercano?

14. ¿Cuál es el valor de la expresión $-4x - 2y - y$ para $x = -2$ e $y = -5$?

15. Determina si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justifica tu respuesta.

- **a.** Un triángulo rectángulo puede ser isósceles.
- **b.** Un triángulo equilátero puede ser rectángulo.
- **c.** En un triángulo equilátero, la circunferencia inscrita y la circunscrita tienen el mismo centro.
- **d.** Un ángulo de un triángulo es obtuso si la transversal de gravedad correspondiente a ese ángulo es menor que la mitad del lado opuesto.

16. El objetivo de Teresa es poder ahorrar mensualmente algún dinero de su sueldo. Si Teresa gana $ 370 000 al mes, gasta $ 125 000 en alimentos y 52 500 en cuentas de luz, agua y gas. También recibe una pensión de viudez de $ 150 000, deja para veranear un monto de $ 87 000 y se compra algo de ropa con $ 50 000. ¿Cuánto dinero puede ahorrar finalmente Teresa? Escribe una expresión que muestre los ingresos y egresos de dinero que tiene Teresa.

17. Resuelve:

- **a.** $636 \cdot 15 + 382 : 191 =$
- **b.** $(6\,530 - 3\,824) : 6 - (41 - 11) =$
- **c.** $2 - (-5) - 3 + 14 - (-17) + (-3) - 1 =$

18. En San José de Maipo, pueblo de la Cordillera de los Andes, cierto día se registró una temperatura de 8° a las 18:00 hr. A las 22:00. se comprobó un descenso de 15°. ¿Cuál fue la temperatura registrada a esa hora?

19. Euclides, matemático griego nació en el año 330 a.C y murió en el año 275 a.C. ¿Cuántos años vivió Euclides? ¿Cuántos años tendría hoy?

Responde verdadero (V) o falso (F)

20. ______ La bisectriz de un ángulo lo divide en dos ángulos de igual medida.

21. ______ El punto donde se cortan las transversales de gravedad de un triángulo se llama ortocentro.

22. ______ Las simetrales de un triángulo se cortan en un punto llamado circuncentro.

CAPÍTULO

4

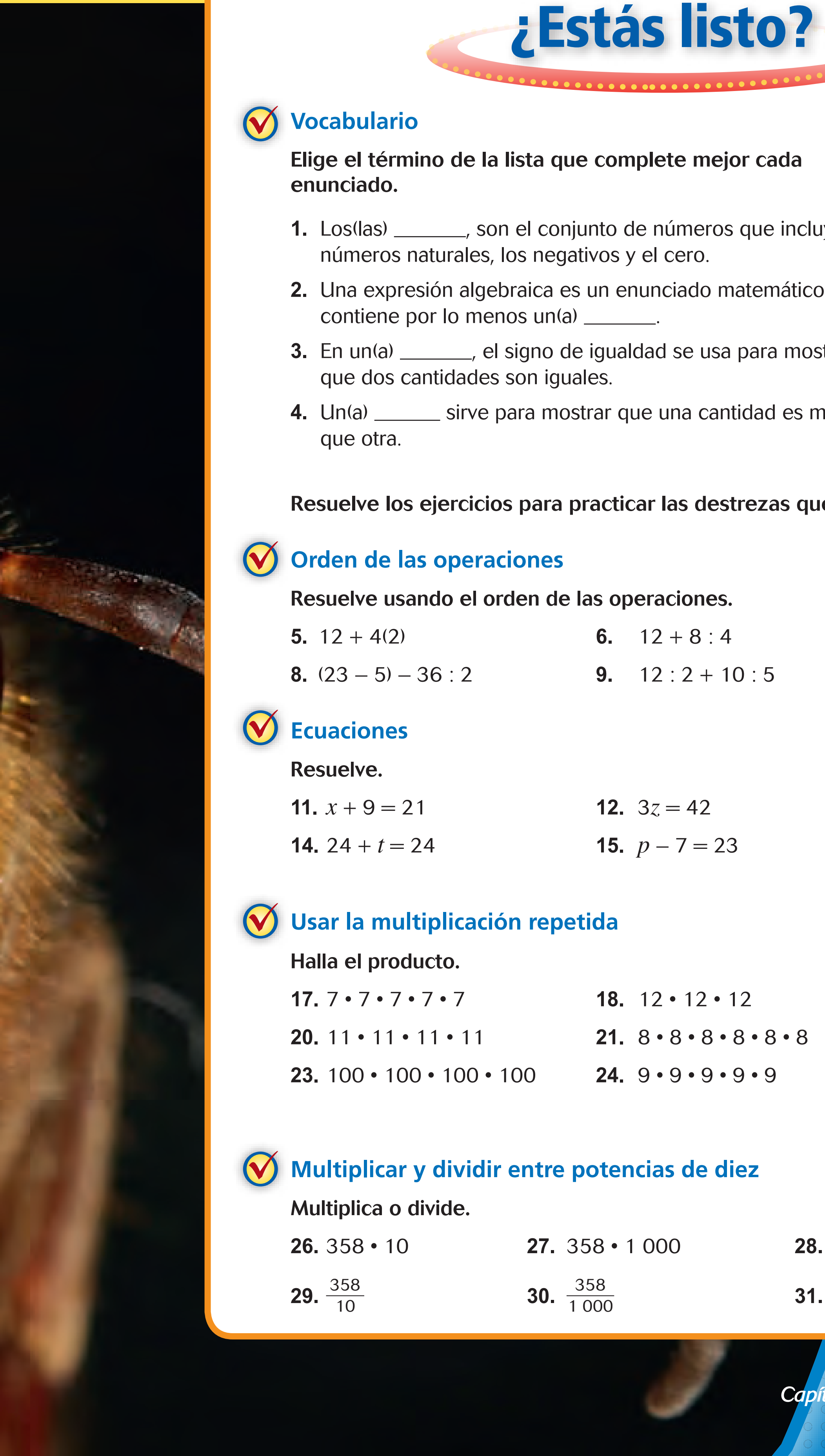
Potencias y raíces

Enfoque del capítulo

- Usar potencias y la notación científica para describir números.

En el mundo

La notación científica se puede usar para expresar un número tan pequeño como el peso del ala de un avispón o tan grande como la cantidad de insectos que hay en el mundo.



¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

1. Los(las) _______, son el conjunto de números que incluyen los números naturales, los negativos y el cero.

2. Una expresión algebraica es un enunciado matemático que contiene por lo menos un(a) _______.

3. En un(a) _______, el signo de igualdad se usa para mostrar que dos cantidades son iguales.

4. Un(a) _______ sirve para mostrar que una cantidad es mayor que otra.

decimal
enteros
variable
expresión
signo >

Resuelve los ejercicios para practicar las destrezas que usarás en este capítulo.

Orden de las operaciones

Resuelve usando el orden de las operaciones.

5. $12 + 4(2)$
6. $12 + 8 : 4$
7. $15(14 - 4)$
8. $(23 - 5) - 36 : 2$
9. $12 : 2 + 10 : 5$
10. $40 : 2 \cdot 4$

Ecuaciones

Resuelve.

11. $x + 9 = 21$
12. $3z = 42$
13. $w/4 = 16$
14. $24 + t = 24$
15. $p - 7 = 23$
16. $12m = 0$

Usar la multiplicación repetida

Halla el producto.

17. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
18. $12 \cdot 12 \cdot 12$
19. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
20. $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11$
21. $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$
22. $2 \cdot 2 \cdot 2$
23. $100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100$
24. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$
25. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

Multiplicar y dividir entre potencias de diez

Multiplica o divide.

26. $358 \cdot 10$
27. $358 \cdot 1\,000$
28. $358 \cdot 100\,000$
29. $\frac{358}{10}$
30. $\frac{358}{1\,000}$
31. $\frac{358}{100\,000}$

CAPÍTULO

4

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Calculaste el valor de expresiones que incluían orden de las operaciones y exponentes.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo multiplicar o dividir potencias de igual base o igual exponente.
- Cómo expresar números en notación científica.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para resolver potencias y raíces cuadradas.
- Para expresar como notación científica números extremadamente grandes como la masa de un planeta y números tan pequeños como la masa de un virus.

Vocabulario

exponente
base
potencia
multiplicación de potencias
división de potencias
potencia de una potencia
notación científica
raíz cuadrada
cuadrado perfecto

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

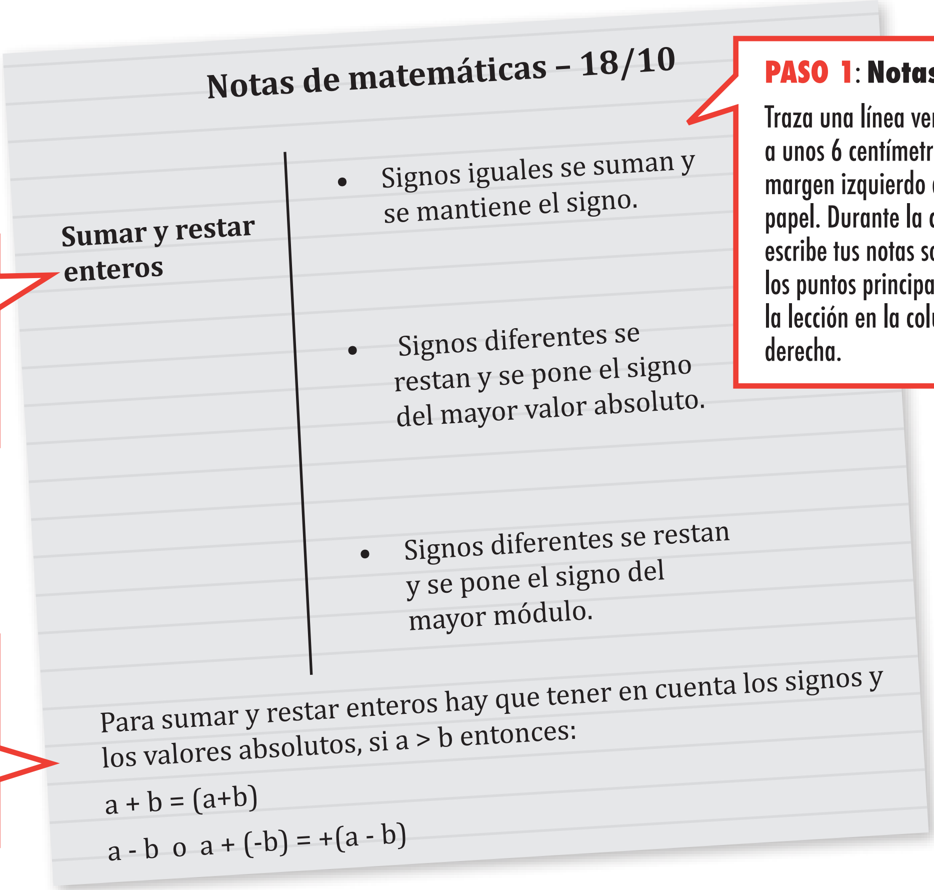
1. Cuando hablamos de un elemento o situación que se potencia, nos referimos a que puede crecer de manera importante. En ese contexto, ¿cómo podríamos definir lo que significa la **potencia** de un número?

2. Sabemos que un número cuadrado es un número multiplicado por sí mismo. ¿Qué crees tú que significa un **cuadrado perfecto**?

CAPÍTULO
4

Estrategia de estudio: Toma notas útiles

Tomar notas correctamente es una estrategia de estudio importante. El sistema Cornell es una forma muy eficaz de tomar notas, organizar y repasar ideas principales. Este método sugiere dividir el cuaderno en tres secciones (http://canasto.es/2011/10/tomar-notas-con-el-metodo-cornell/). Durante la lección, toma notas en la columna para tomar notas. Cuando repases tus notas, anota preguntas y frases clave en la columna de claves. Escribe un resumen de la lección en la zona de resumen.



Notas de matemáticas – 18/10

Sumar y restar enteros

- Signos iguales se suman y se mantiene el signo.
- Signos diferentes se restan y se pone el signo del mayor valor absoluto.
- Signos diferentes se restan y se pone el signo del mayor módulo.

Para sumar y restar enteros hay que tener en cuenta los signos y los valores absolutos, si $a > b$ entonces:

$a + b = (a+b)$

$a - b$ o $a + (-b) = +(a - b)$

PASO 1: Notas

Traza una línea vertical a unos 6 centímetros del margen izquierdo del papel. Durante la clase, escribe tus notas sobre los puntos principales de la lección en la columna derecha.

PASO 2: Claves

Después de la clase, anota frases clave o preguntas en la columna de la izquierda.

PASO 3: Resumen

Usa las claves para volver a escribir los puntos principales con tus propias palabras.

Inténtalo

1. Investiga y escribe un párrafo en el que describas el sistema Cornell para tomar notas. Explica cómo puedes aprovechar este tipo de sistema.
2. En tu próxima clase, usa el sistema Cornell para tomar notas. Compara tus notas con las de una lección anterior. ¿Crees que te servirán más tus notas anteriores o las que tomaste usando el sistema Cornell para prepararte para las pruebas y los exámenes?

CAPÍTULO

4–1 Potencias

Aprender a evaluar expresiones con exponentes.

Vocabulario

exponente
base
potencia

Dobla por la mitad una hoja tamaño carta. Si lo pliegas nuevamente, el papel tendrá 4 capas. Después de doblarlo por la mitad por tercera vez, el papel tendrá 8 capas. ¿Cuántas capas tendrá el papel después de plegarlo 7 veces?

Con cada pliegue se duplica la cantidad de capas.

$$2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 = 128 \text{ capas después de 7 pliegues}$$

Este problema de multiplicación también se puede escribir como potencia.

$$2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 = 2^7$$ *El número 2 es factor 7 veces.*

En un número que está en forma de potencia, el **exponente** representa la cantidad de veces que se usa la **base** como factor. Un número que es el producto de elevar una base a un exponente se llama **potencia**. Tanto 2^7 como 3^3 representan una potencia.

EJEMPLO 1

Escribir exponentes

Escribe como potencia.

A $\mathbf{5 \bullet 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$

$5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 = 5^7$ *Identifica cuántas veces 5 es un factor.*

B $\mathbf{4 \bullet 4 \bullet 4}$

$4 \bullet 4 \bullet 4 = 4^3$ *Identifica cuántas veces 4 es un factor.*

C $\mathbf{8 \bullet 8 \bullet 8 \bullet 8 \bullet p \bullet p \bullet p}$

$8 \bullet 8 \bullet 8 \bullet 8 \bullet p \bullet p \bullet p = 8^4p^3$ *Identifica cuántas veces 8 y p son factores.*

EJEMPLO 2

Desarrollar potencias

Desarrolla.

A 3^4

$$\begin{aligned} 3^4 &= 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 \\ &= 81 \end{aligned}$$ *Halla el producto de cuatro 3*

B $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4}\right)^2 &= \left(\frac{1}{4}\right) \bullet \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{1}{16} \end{aligned}$$ *Halla el producto de dos $\frac{1}{4}$*

Calcula.

C $(8)^2$

$(8)^2 = (8) \cdot (8)$ *Halla el producto de dos 8.*

$= 64$

D 2^3

$2^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2)$ *Halla el producto de tres 2.*

$= 8$

EJEMPLO 3 Calcular el valor de las expresiones considerando la prevalencia de las operaciones

Calcula el valor de la expresión si $x = 20$, $y = 4$ y $z = 2 = 20$, $y = 4$, y $z = 2$.

$= x - y(z \cdot y^z)$

$= 20 - 4(2 \cdot 4^2)$ *Sustituye x por 20, y por 4 y z por 2.*

$= 20 - 4(2 \cdot 16)$ *Desarrolla la potencia.*

$= 20 - 4(32)$ *Multiplica dentro de los paréntesis.*

$= 20 - 128$ *Multiplica de izquierda a derecha.*

$= -108$ *Resta de izquierda a derecha.*

EJEMPLO 4 Aplicación a la Geometría

La cantidad de diagonales en una figura de n lados es $\frac{1}{2}(n^2 - 3n)$. Usa la expresión para hallar la cantidad de diagonales en una figura de 6 lados.

$= \frac{1}{2}(n^2 - 3n)$

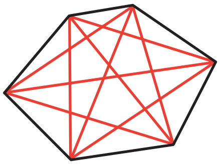
$= \frac{1}{2}(6^2 - 3 \cdot 6)$ *Sustituye n por la cantidad de lados.*

$= \frac{1}{2}(36 - 18)$ *Desarrolla dentro de los paréntesis.*

$= \frac{1}{2}(18)$ *Resta dentro de los paréntesis.*

$= 9$ *Multiplica.*

Una figura de 6 lados tiene 9 diagonales. Puedes comprobar tu respuesta trazando las diagonales.



Razonar y comentar

1. **Explica** la diferencia entre (5^2) y 2^5.
2. **Compara** $3 \cdot 2$, 3^2 y 2^3.
3. **Muestra** que $(4 - 11)^2$ no es igual a $4^2 - 11^2$.

4–1 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Escribe en forma de potencia.**

1. 12　**2.** $18 \cdot 18$　**3.** $2b \cdot 2b \cdot 2b \cdot 2b$　**4.** $(3) \cdot (3)$

Ver ejemplo 2 **Desarrolla.**

5. 2^6　**6.** $(7)^2$　**7.** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$　**8.** 7^4　**9.** 8^4

Ver ejemplo 3 **Evalúa cada expresión para los valores dados de las variables.**

10. $a^5 + 4b$ para $a = 3$ y $b = 12$

11. $2x^9 - (y + z)$ para $x = -1$, $y = 7$ y $z = -4$

12. $s + (t^u - 1)$ para $s = 13$, $t = 5$, $u = 3$

13. $100 - n(p^{q-4})$ para $n = 10$, $p = 3$ y $q = 8$

Ver ejemplo 4 **14.** La suma de los primeros enteros positivos n es $\frac{1}{2}(n^2 + n)$. Comprueba la expresión para los primeros 5 enteros positivos. Luego usa la expresión para hallar la suma de los primeros 14 enteros positivos.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Escribe usando potencias.**

15. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$　**16.** $(-9) \cdot (-9) \cdot (-9)$　**17.** $3d \cdot 3d \cdot 3d$

18. 8　**19.** $(-4) \cdot (-4) \cdot c \cdot c \cdot c$　**20.** $x \cdot x \cdot y$

Ver ejemplo 2 **Desarrolla.**

21. 4^4　**22.** $(-3)^6$　**23.** $\left(\frac{1}{6}\right)^5$　**24.** 2^9　**25.** $\left(\frac{1}{6}\right)^2$

Ver ejemplo 3 **Evalúa cada expresión para los valores dados de las variables.**

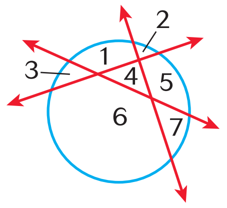
26. b^2 para $b = -7$

27. $2c + 3d(g + 2)$ para $c = 7$, $d = 5$ y $g = 1$

28. $m + n^p$ para $m = 12$, $n = 11$ y $p = 2$

29. $x : y^z$ para $x = 9$, $y = 3$ y $z = 2$

Ver ejemplo 4 **30.** Un círculo se puede dividir en n líneas hasta un máximo de $\frac{1}{2}(n^2 + n) + 1$ regiones. Usa la expresión para hallar la cantidad máxima de regiones para 7 líneas.



3 líneas → 7 regiones

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Escribe usando potencias.

31. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$　**32.** $5h \cdot 5h \cdot 5h$

33. $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$　**34.** $(4) \cdot (4) \cdot (4) \cdot (4) \cdot (4)$

Escribe sin usar potencias. Luego, calcula.

35. 5^3 **36.** 8^2 **37.** $(-14)^3$ **38.** 4^5

Desarrolla.

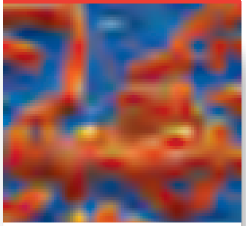
39. $44 - (5 \cdot 4^2)$ **40.** $(4 + 4^4)$ **41.** $(6 - 7^1)$ **42.** $84 - [8 - (-2)^3]$

Calcula el valor de cada expresión para los valores dados de las variables.

43. $m[p - n^q)$ para $m = 2$, $n = 6$, $p = 3$ y $q = 3$

44. $r + (t \cdot s^v)$ para $r = 42$, $s = 4$, $t = 3$ y $v = 2$

CONEXIÓN Biológia



La mayoría de las bacterias se reproducen mediante un tipo de división celular simple conocido como fisión binaria. Cada especie se reproduce mejor a una temperatura y nivel de humedad determinados.

45. **Biología** Las bacterias se pueden dividir cada 20 minutos, por lo que 1 bacteria se puede multiplicar por 2 en 20 minutos, por 4 en 40 minutos, etc. ¿Cuántas bacterias habrá en 6 horas? Escribe tu respuesta usando potencias y luego desarrolla.

46. **Razonamiento crítico** Dado un número natural n, $5^n - 1$ es divisible entre 4. Comprueba esto para $n = 4$ y $n = 6$.

47. **Estimación** Un regalo con forma de cubo tiene lados de 11,93 cm de largo. ¿Cuál es el volumen aproximado del regalo? (Pista: $V_{\text{cubo}} = l^3$)

48. Escribe la descomposición en factores primos de 768 usando potencias.

49. **Elige una estrategia** Coloca los números 1, 2, 3, 4 y 5 en los siguientes casilleros para que el enunciado sea verdadero: $\blacksquare \cdot \blacksquare^3 = \blacksquare^2 - \blacksquare^{\blacksquare}$

50. **Escríbelo** Compara 10^2 y 2^{10}. Dados dos números, haz una conjetura sobre qué operación da como resultado el número más grande: usar el número más grande como base o como exponente. Indica una excepción como mínimo: $3^2 > 2^3$

51. **Desafío** Escribe $(4^2)^3$ como potencia de 4 usando sólo un exponente.

Repaso

52. ¿Qué expresión tiene el valor más grande?

Ⓐ 2^5 Ⓑ 3^4 Ⓒ 4^3 Ⓓ 5^2

53. El volumen de un cubo se calcula usando la fórmula $V = l^3$, donde l es la longitud de los lados del cubo. ¿Cuál es el volumen de un cubo con lados de 8 metros de largo?

Ⓐ 24 m^3 Ⓑ 512 m^3 Ⓒ 888 m^3 Ⓓ 6 561 m^3

54. ¿Cuál es el valor de 5^4?

Suma.

55. $-18 + -65$ **56.** $-123 + 95$ **57.** $87 - (-32)$ **58.** $-74 - (-27)$

Escribe cada fracción como decimal.

59. $\frac{7}{50}$ **60.** $\frac{4}{15}$ **61.** $\frac{3}{8}$ **62.** $\frac{5}{24}$

CAPÍTULO

4–2

Multiplicación de potencias con igual base o exponente

Aprender a multiplicar potencias.

Los factores de una potencia, como 7^4, se pueden agrupar de diferentes formas usando la propiedad asociativa. Observa la relación de los exponentes en cada producto.

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$$
$$(7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot 7 = 7^3 \cdot 7^1 = 7^4$$
$$(7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7^2 \cdot 7^2 = 7^4$$

Vocabulario

multiplicar potencias

potencias de igual base

potencias de igual exponente

Cómo multiplicar potencias

En palabras	Con números	En álgebra
Para **multiplicar potencias de igual base**, se mantiene la base y se suman los exponentes.	$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$ $3{,}2^2 \cdot 3{,}2^5 = 3{,}2^{2+5} = 3{,}2^7$ $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{2+5} = \left(\frac{3}{5}\right)^7$	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Para multiplicar **potencias de igual exponente**, se multiplican las bases y se mantiene el exponente.	$3^5 \cdot 2^5 = (3 \cdot 2)^5 = 6^5$ $3{,}2^5 \cdot 2{,}5^5 = (3{,}2 \cdot 2{,}5)^5 = 8^5$ $\left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}\right)^5 = \left(\frac{6}{25}\right)^5$	$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

¡Recuerda!

Aprendiste acerca de la propiedad asociativa de la multiplicación en cursos anteriores:

$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

EJEMPLO 1

Multiplicación de potencias de igual base, cuando la base es un número natural

Multiplica. Escribe el producto como potencia.

A $5^4 \cdot 5^3$

5^{4+3}

5^7

B $a^{10} \cdot a^4$

a^{10+4}

a^{14}

EJEMPLO 2

Multiplicación de potencias de igual base, cuando la base es un número decimal

Multiplica. Escribe el producto como potencia.

A $2{,}5^4 \cdot 2{,}5^3$

$2{,}5^{4+3}$

$2{,}5^7$

EJEMPLO **3**

Multiplicación de potencias de igual base, cuando la base es una fracción

Multiplica. Escribe el producto como potencia.

A $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 3}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^7$

B $\left(\frac{a}{b}\right)^{10} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^{10 \cdot 4}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{10} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^{14}$

EJEMPLO **4**

Multiplicación de potencias de igual exponente, cuando la base es un número natural

Multiplica. Escribe el producto como potencia.

A $5^4 \cdot 6^4$

$(5 \cdot 6)^4$

30^4

B $a^{10} \cdot b^{10}$

$(a \cdot b)^{10}$

ab^{10}

EJEMPLO **5**

Multiplicación de potencias de igual exponente, cuando la base es un número decimal

Multiplica. Escribe el producto como potencia.

A $2{,}5^4 \cdot 5{,}1^4$

$(2{,}5 \cdot 5{,}1)^4$

$12{,}75^4$

B $10{,}5^3 \cdot 2^3$

$(10{,}5 \cdot 2)^3$

21^3

EJEMPLO **6**

Multiplicación de potencias de igual base, cuando la base es una fracción

Multiplica. Escribe el producto como potencia.

A $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}\right)^3$

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3$

B $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^4 = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^4$

$\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^4 = \left(\frac{ac}{bd}\right)^4$

Razonar y comentar

1. **Explica** por qué no se pueden sumar los exponentes en el producto $14^3 \cdot 18^3$.
2. **Escribe** dos formas de expresar 4^5 como un producto de potencias.

4–2 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

1. $6^4 \bullet 6^7$ **2.** $4^8 \bullet 4^9$ **3.** $10^2 \bullet 10^5$ **4.** $20^1 \bullet 20^7$

5. $8^2 \bullet 8^0$ **6.** $11^7 \bullet 11^3$ **7.** $9^9 \bullet 9^5$ **8.** $3^3 \bullet 3^4$

Ver ejemplo **2** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

9. $6{,}1^5 \bullet 6{,}1^6$ **10.** $4{,}3^7 \bullet 4{,}3^{10}$ **11.** $10{,}4^3 \bullet 10{,}4^6$ **12.** $2{,}7^2 \bullet 2{,}7^8$

13. $8{,}1^2 \bullet 8{,}1^0$ **14.** $1{,}9^6 \bullet 1{,}9^3$ **15.** $8{,}2^7 \bullet 8{,}2^8$ **16.** $2{,}5^3 \bullet 2{,}5^4$

Ver ejemplo **3** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

17. $\left(\frac{6}{3}\right)^5 \bullet \left(\frac{6}{3}\right)^6$ **18.** $\left(\frac{1}{2}\right)^7 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ **19.** $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \bullet \left(\frac{2}{7}\right)^6$ **20.** $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^8$

21. $\left(\frac{8}{5}\right)^2 \bullet \left(\frac{8}{5}\right)^0$ **22.** $\left(\frac{1}{9}\right)^5 \bullet \left(\frac{1}{9}\right)^4$ **23.** $\left(\frac{8}{2}\right)^6 \bullet \left(\frac{8}{2}\right)^2$ **24.** $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \bullet \left(\frac{2}{5}\right)^5$

Ver ejemplo **4** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

25. $6^6 \bullet 3^6$ **26.** $2^7 \bullet 10^7$ **27.** $7^6 \bullet 2^6$ **28.** $3^2 \bullet 8^2$

29. $5^2 \bullet 8^2$ **30.** $9^5 \bullet 3^5$ **31.** $8^6 \bullet 2^6$ **32.** $5^4 \bullet 10^4$

Ver ejemplo **5** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

33. $6{,}4^6 \bullet 3{,}8^6$ **34.** $2{,}3^7 \bullet 10{,}1^7$ **35.** $7{,}2^6 \bullet 2{,}12^6$ **36.** $3{,}14^2 \bullet 8{,}5^2$

37. $5{,}03^2 \bullet 8{,}9^2$ **38.** $9{,}1^5 \bullet 3{,}09^5$ **39.** $8{,}25^6 \bullet 2{,}83^6$ **40.** $5{,}55^4 \bullet 10{,}32^4$

Ver ejemplo **6** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

41. $\left(\frac{4}{7}\right)^6 \bullet \left(\frac{3}{8}\right)^6$ **42.** $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \bullet \left(\frac{4}{3}\right)^5$ **43.** $\left(\frac{7}{2}\right)^7 \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^7$ **44.** $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \bullet \left(\frac{8}{5}\right)^2$

45. $\left(\frac{5}{3}\right)^5 \bullet \left(\frac{8}{9}\right)^5$ **46.** $\left(\frac{9}{3}\right)^5 \bullet \left(\frac{3}{9}\right)^5$ **47.** $\left(\frac{8}{5}\right)^3 \bullet \left(\frac{2}{8}\right)^3$ **48.** $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \bullet \left(\frac{11}{2}\right)^4$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

49. $7^4 \bullet 7^7$ **50.** $6^8 \bullet 6^9$ **51.** $12^2 \bullet 12^6$ **52.** $10^3 \bullet 10^7$

Ver ejemplo **2** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

53. $6{,}5^5 \cdot 6{,}5^7$ **54.** $4{,}4^7 \cdot 4{,}4^8$ **55.** $1{,}4^3 \cdot 1{,}4^6$ **56.** $3{,}1^2 \cdot 3{,}1^5$

Ver ejemplo **3** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

57. $\left(\frac{6}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^6$ **58.** $\left(\frac{1}{4}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ **59.** $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^6$ **60.** $\left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^8$

Ver ejemplo **4** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

61. $6^5 \cdot 5^5$ **62.** $20^7 \cdot 2^7$ **63.** $5^7 \cdot 6^7$ **64.** $8^3 \cdot 7^3$

Ver ejemplo **5** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

65. $6{,}3^6 \cdot 4{,}8^6$ **66.** $1{,}3^6 \cdot 7{,}1^6$ **67.** $5{,}4^8 \cdot 2{,}12^8$ **68.** $3{,}7^3 \cdot 7{,}1^3$

Ver ejemplo **6** **Multiplica. Escribe el producto como una potencia.**

69. $\left(\frac{4}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$ **70.** $\left(\frac{4}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^5$ **71.** $\left(\frac{9}{2}\right)^7 \cdot \left(\frac{9}{3}\right)^7$ **72.** $\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^3$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

73. Existen 26^3 formas de crear una “palabra” de 3 letras (de *aaa* a *zzz*) y 26^5 formas de crear una palabra de 5 letras. ¿Cuántas formas más hay de crear palabras de 5 letras que de 3 letras?

74. **Desafío** La masa del Sol es aproximadamente 10^{27} toneladas métricas, o 10^{30} kilogramos. ¿Cuántos kilogramos hay en una tonelada métrica?

75. Las bacterias son organismos unicelulares (compuestos por una sola célula) y muchas de ellas se reproducen mediante un proceso llamado división celular. Suponemos una bacteria que se divide cada una hora. Pasadas dos horas tendríamos cuatro bacterias y a las 3 horas ocho bacterias. Construye un esquema y predice cuántas bacterias habrán luego de 12 horas. Expresa como potencia.

76. La distancia entre A y B es de aproximadamente 22^4 km. La distancia entre A y C es de aproximadamente 22^7 km. ¿Qué distancia es mayor? ¿Cuántas veces mayor, aproximadamente?

Repaso

77. En informática, un *kilobyte* equivale a 2^{10} *bytes*. Un *gigabyte* equivale a 2^{30} *bytes*. El tamaño de un *terabyte* es el producto del tamaño de un *kilobyte* y el tamaño de un *gigabyte*. ¿Cuál es el tamaño de un *terabyte*?

Ⓐ 2^{20} *bytes* Ⓑ 2^{40} *bytes* Ⓒ 2^{300} *bytes* Ⓓ 4^{300} *bytes*

78. Un estudiante dice que $10^3 \cdot 10^{-5}$ es mayor que 1. Explica si está en lo cierto.

Evalúa cada expresión para los valores dados de las variables.

79. $19{,}4 - x$ para $x = -5{,}6$ **80.** $11 - r$ para $r = 13{,}5$ **81.** $p + 65{,}1$ para $p = -42{,}3$

82. $-\frac{3}{7} - t$ para $t = 1\frac{5}{7}$ **83.** $3\frac{5}{11} + y$ para $y = -2\frac{4}{11}$ **84.** $-\frac{1}{19} + g$ para $g = \frac{18}{19}$

Desarrolla.

85. $(3)^2$ **86.** $(2)^3$ **87.** 1^3 **88.** 2^4

CAPÍTULO

4–3

División de potencias con igual base o exponente

Aprender a dividir potencias y a determinar la potencia de una potencia.

En la lección anterior aprendiste que era posible multiplicar las potencias, pero es importante que tengas en cuenta que también es posible dividirlas.

Cómo dividir potencias

En palabras	Con números	En álgebra
Para **dividir potencias** de igual base, conserva la base y resta los exponentes.	$\frac{6^9}{6^4} = 6^{9-4} = 6^5$	*b* distinto de cero. $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$
Para dividir potencias de igual exponente, se dividen las bases y se mantiene el exponente.	$\frac{50^5}{10^5} = \left(\frac{5\cancel{0}}{1\cancel{0}}\right)^5 = (5)^5$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Vocabulario

dividir potencias

elevar una potencia a otra potencia

EJEMPLO 1

División de potencias de igual base, cuando la base es un número natural

Divide. Escribe el resultado como potencia.

A $5^4 : 5^3$

5^{4-3}

5^1

B $a^{10} : a^4$

a^{10-4}

a^6

EJEMPLO 2

División de potencias de igual base, cuando la base es un número decimal

Divide. Escribe el resultado como potencia.

A $2{,}5^4 : 2{,}5^3$

$2{,}5^{4-3}$

$2{,}5^1$

B $10{,}5^5 : 10{,}5^3$

$10{,}5^{5-3}$

$10{,}5^2$

EJEMPLO 3

División de potencias de igual base, cuando la base es una fracción

Divide. Escribe el producto como potencia.

A $\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^1$

B $\left(\frac{a}{b}\right)^{10} : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^{10-4}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{10} : \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \left(\frac{a}{b}\right)^6$

EJEMPLO 4

División de potencias de igual exponente, cuando la base es un número natural

Divide. Escribe el resultado como potencia.

A $25^4 : 5^4$

$(25 : 5)^4$

5^4

B $a^{10} : b^{10}$

$(a : b)^{10}$

Atención

Todo número elevado al exponente 0 es igual a 1.

EJEMPLO 5

División de potencias de igual exponente, cuando la base es un número decimal o una fracción

Divide. Escribe el resultado como potencia.

A $2{,}5^4 : 0{,}1^4$

$(2{,}5 : 0{,}1)^4$

25^4

B $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{2}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{4}\right)^3 = 2^3$

Leer matemáticas

$(9^4)^5$ se lee "nueve elevado a la cuarta, a la quinta”.

Cómo elevar una potencia a otra potencia

En palabras	Con números	En álgebra
Para **elevar una potencia a otra potencia**, se conserva la base y multiplican los exponentes.	$(9^4)^5 = 9^{4 \cdot 5} = 9^{20}$	$(b^m)^n = b^{m \cdot n}$

EJEMPLO 6

Elevar una potencia a otra potencia

Desarrolla.

A $(7^5)^3$

$(7^5)^3$

$7^{5 \cdot 3}$ *Multiplica los exponentes*

7^{15}

B $(8^9)^{11}$

$(8^9)^{11}$

$8^{9 \cdot 11}$ *Multiplica los exponentes*

8^{99}

C $(2^7)^2$

$(2^7)^2$

$2^{7 \cdot (2)}$ *Multiplica los exponentes*

2^{14}

D $(x^{10})^6$

$(x^{10})^6$

$x^{10 \cdot (6)}$ *Multiplica los exponentes*

x^{60}

Razonar y comentar

1. ¿Cómo puedes expresar 3 • 3 • 3 • 3 • 3 • 3 como una potencia de potencias?
2. Idea el enunciado de un problema basado en una situación cotidiana y que tenga que ser resuelto utilizando la potencia de potencias que resultó del ejercicio anterior.

4–3 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

1. $6^9 : 6^7$ **2.** $4^{15} : 4^9$ **3.** $21^9 : 21^5$ **4.** $16^3 : 16^1$

5. $8^6 : 8^0$ **6.** $2^7 : 2^5$ **7.** $8^7 : 8^5$ **8.** $3^{17} : 3^4$

Ver ejemplo 2 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

9. $6{,}1^8 : 6{,}1^6$ **10.** $9{,}3^{20} : 9{,}3^{10}$ **11.** $1{,}4^7 : 1{,}4^6$ **12.** $3{,}5^{12} : 3{,}5^8$

13. $8{,}1^2 : 8{,}1^0$ **14.** $10{,}9^6 : 10{,}9^3$ **15.** $9{,}02^{17} : 9{,}02^8$ **16.** $8{,}5^6 : 8{,}5^4$

Ver ejemplo 3 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

17. $\left(\frac{8}{3}\right)^5 : \left(\frac{8}{3}\right)^2$ **18.** $\left(\frac{5}{2}\right)^{13} : \left(\frac{5}{2}\right)^{10}$ **19.** $\left(\frac{2}{7}\right)^9 : \left(\frac{2}{7}\right)^6$ **20.** $\left(\frac{1}{3}\right)^8 : \left(\frac{1}{3}\right)^8$

21. $\left(\frac{9}{5}\right)^2 : \left(\frac{9}{5}\right)^0$ **22.** $\left(\frac{1}{9}\right)^5 : \left(\frac{1}{9}\right)^4$ **23.** $\left(\frac{3}{2}\right)^6 : \left(\frac{3}{2}\right)^2$ **24.** $\left(\frac{7}{5}\right)^{11} : \left(\frac{7}{5}\right)^5$

Ver ejemplo 4 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

25. $9^6 : 3^6$ **26.** $2^7 : 10^7$ **27.** $16^6 : 2^6$ **28.** $3^2 : 1^2$

29. $72^2 : 8^2$ **30.** $9^5 : 3^5$ **31.** $8^6 : 2^6$ **32.** $100^4 : 10^4$

Ver ejemplo 5 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

33. $6{,}4^6 : 3^6$ **34.** $10{,}5^7 : 2{,}5^7$ **35.** $16{,}2^6 : 8^6$ **36.** $3{,}14^2 : 2^2$

37. $\left(\frac{5}{6}\right)^2 : \left(\frac{8}{9}\right)^2$ **38.** $\left(\frac{9}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{9}\right)^5$ **39.** $\left(\frac{8}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^2$ **40.** $\left(\frac{5}{4}\right)^4 : \left(\frac{10}{2}\right)^4$

Ver ejemplo 6 **Desarrolla.**

41. $(4^6)^6$ **42.** $(5^7)^3$ **43.** $(2^6)^7$ **44.** $(3^2)^5$

45. $(5^2)^8$ **46.** $(9^5)^0$ **47.** $(8^6)^3$ **48.** $(4^4)^3$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

49. $7^7 : 7^2$ **50.** $3^{11} : 3^8$ **51.** $2^9 : 2^7$ **52.** $6^8 : 6^1$

Ver ejemplo 2 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

53. $3{,}2^6 : 3{,}2^4$ **54.** $5{,}3^{10} : 5{,}3^{10}$ **55.** $0{,}4^6 : 0{,}4^6$ **56.** $3{,}9^{22} : 3{,}9^{18}$

Ver ejemplo 3 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

57. $\left(\frac{5}{3}\right)^6 : \left(\frac{5}{3}\right)^1$ **58.** $\left(\frac{8}{2}\right)^{12} : \left(\frac{8}{2}\right)^8$ **59.** $\left(\frac{3}{7}\right)^9 : \left(\frac{3}{7}\right)^8$ **60.** $\left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left(\frac{2}{3}\right)^6$

Ver ejemplo 4 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

61. $6^6 : 2^6$ **62.** $10^7 : 5^7$ **63.** $20^6 : 2^6$ **64.** $9^5 : 3^5$

Ver ejemplo 5 **Divide. Escribe el resultado como potencia.**

65. $3{,}4^3 : 2^3$ **66.** $12{,}5^4 : 1{,}2^4$ **67.** $\left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{8}{4}\right)^4$ **68.** $\left(\frac{10}{11}\right)^2 : \left(\frac{3}{9}\right)^2$

Ver ejemplo 6 **Desarrolla.**

69. $(3^2)^4$ **70.** $(10^3)^2$ **71.** $(5^0)^7$ **72.** $(10^2)^3$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Simplifica si es posible. Escribe el producto como una potencia.

73. $\frac{4^7}{4^3}$ **74.** $\frac{a^4}{a^3}$ **75.** $\frac{10^{18}}{10^9}$ **76.** $(7^4)^3$

77. $\frac{10^4}{5^4}$ **78.** $\frac{11^7}{11^6}$ **79.** $\frac{y^8}{y^8}$

Repaso

Halla el exponente que falta.

80. $b^{\square} \cdot b^4 = b^8$ **81.** $(v^2)^{\square} = v^{-6}$ **82.** $\frac{w^{\square}}{w^3} = w^{-3}$ **83.** $(a^4)^{\square} = a^0$

84. Un *googol* es el número 1 seguido de 100 ceros.

a. ¿Cómo se escribe un *googol* como una potencia de 10?

b. ¿Cuánto es un *googol* multiplicado por un *googol* escrito como una potencia de 10?

Peanuts: © United Features Syndicate, Inc.

85. **¿Dónde está el error?** Un estudiante dijo que $\frac{3^5}{9^5}$ es igual a $\frac{1}{3}$. ¿Qué error cometió el estudiante?

86. **Escríbelo** ¿Por qué restas los exponentes cuando divides potencias de igual base?

87. **Desafío** Un número elevado a la 11ª potencia y dividido entre el mismo número a la 8ª potencia es igual a 64. ¿Cuál es ese número?

CAPÍTULO

4–4 Notación científica

Aprender a expresar números grandes y pequeños en notación científica y a comparar dos números escritos en notación científica.

Vocabulario

notación científica

Una moneda común de cien pesos contiene aproximadamente 97 700 000 000 000 000 000 000 de átomos. En promedio, un átomo mide aproximadamente 0,00000003 centímetros de ancho.

La longitud de estos números expresada en forma estándar dificulta su uso. La **notación científica** es una forma abreviada de estos números.

Los números escritos en notación científica se escriben como dos factores. Un factor es un número mayor o igual a 1 y menor que 10. El otro factor es una potencia de 10.

$$9{,}77 \cdot 10^{22}$$

Leer matemáticas

$9{,}77 \cdot 10^{22}$ se lee "nueve coma setenta y siete por diez elevado a la vigésima segunda potencia".

Ya sabes que al aumentar en una unidad el exponente en una potencia de 10 es lo mismo que multiplicar el número por 10. Observa cómo se mueve la coma decimal en los siguientes ejemplos.

$2{,}345 \cdot 10^0 = 2{,}3\ 4\ 5$

$2{,}345 \cdot 10^1 = 2\ 3{,}4\ 5$

$2{,}345 \cdot 10^2 = 2\ 3\ 4{,}5$

$2{,}345 \cdot 10^3 = 2\ 3\ 4\ 5{,}$

Se mueve un lugar hacia la derecha con cada potencia de 10 en aumento.

$2{,}345 \cdot 10^0 = 2{,}3\ 4\ 5$

$2{,}345 \cdot 10^{-1} = 0{,}2\ 3\ 4\ 5$

$2{,}345 \cdot 10^{-2} = 0{,}0\ 2\ 3\ 4\ 5$

$2{,}345 \cdot 10^{-3} = 0{,}0\ 0\ 2\ 3\ 4\ 5$

Se mueve un lugar hacia la izquierda con cada potencia de 10 en descenso.

EJEMPLO 1 Convertir entre notación científica y forma habitual (estándar)

Escribe cada número en forma habitual.

A $3{,}12 \cdot 10^9$

$= 3{,}12 \cdot 10^9$

$= 3{,}12 \cdot 1\ 000\ 000\ 000$ *$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$*

$= 3\ 120\ 000\ 000$ *Razona: Mueve la coma 9 lugares hacia la derecha.*

B $1{,}35 \cdot 10^{-4}$

$= 1{,}35 \cdot 10^{-4}$

$= 1{,}35 \cdot \frac{1}{10\ 000}$ *$10^{-4} = \frac{1}{10\ 000}$*

$= 1{,}35 \div 10\ 000$ *Divide entre el recíproco.*

$= 0{,}0\ 0\ 0\ 1\ 3\ 5$ *Razona: Mueve la coma 4 lugares hacia la izquierda.*

Cómo escribir números en notación científica

Para números mayores o iguales a 10, usa un exponente positivo.	Para números menores que 1, usa un exponente negativo.
$15\,237 = 1{,}5237 \cdot 10^{4}$ *la coma se mueve 4 lugares a la izquierda*	$0{,}00396 = 3{,}96 \cdot 10^{-3}$ *la coma se mueve 3 lugares a la derecha*

EJEMPLO 2

Convertir entre forma habitual y notación científica

Escribe 0,0000003 en notación científica.

0,0000003

3 *Razona: Es necesario mover la coma 7 lugares para obtener un número entre 1 y 10.*

$3 \cdot 10^{-7}$___ *El número es menor que 1; por lo tanto, el exponente de 10 será negativo.*

Por lo tanto, 0,0000003 escrito en notación científica es $3 \cdot 10^{-7}$.

Comprueba. $3 \cdot 10^{-7} = 3 \cdot 0{,}0000001$

$= 0{,}0000003$ ✓

Para comparar dos números escritos en notación científica, primero compara las potencias de diez. El número con la potencia de diez más grande es mayor. Si las potencias de diez son iguales, compara los valores entre uno y diez.

$2{,}7 \cdot 10^{13} > 2{,}7 \cdot 10^{9}$ $3{,}98 \cdot 10^{22} > 2{,}52 \cdot 10^{22}$

$10^{13} > 10^{9}$ *$3{,}98 > 2{,}52$*

EJEMPLO 3

Aplicación a la Biología

Los principales componentes de la sangre humana son los glóbulos rojos, los glóbulos blancos, las plaquetas y el plasma. Un glóbulo rojo común tiene un diámetro de aproximadamente $7 \cdot 10^{-6}$ metros. Una plaqueta común tiene un diámetro de aproximadamente $2{,}33 \cdot 10^{-6}$ metros. ¿Cuál tiene el diámetro mayor: el glóbulo rojo o la plaqueta?

$7 \cdot 10^{-6}$ ■ $2{,}33 \cdot 10^{-6}$

$10^{-6} = 10^{-6}$ *Compara las potencias de 10.*

$7 > 2{,}33$ *Compara los valores entre 1 y 10.*

$7 \cdot 10^{-6} > 2{,}33 \cdot 10^{-6}$

Un glóbulo rojo tiene un diámetro mayor que el de una plaqueta común.

Razonar y comentar

1. **Explica** la ventaja de escribir los números en notación científica.
2. **Escribe** $2{,}977 \cdot 10^{6}$ en forma habitual.
3. **Determina** qué medición es menos probable que se escriba en notación científica: el tamaño de una bacteria, la velocidad de un automóvil o la cantidad de estrellas de una galaxia.

4–4 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1**

Escribe cada número en forma habitual.

1. $4{,}17 \cdot 10^{3}$ **2.** $1{,}33 \cdot 10^{-5}$ **3.** $6{,}2 \cdot 10^{7}$ **4.** $3{,}9 \cdot 10^{-4}$

Ver ejemplo **2**

Escribe cada número en notación científica.

5. 0,000057 **6.** 0,0004 **7.** 6 980 000 **8.** 0,000000025

Ver ejemplo **3**

9. La longitud máxima de una partícula capaz de atravesar una máscara quirúrgica es $1 \cdot 10^{-4}$ milímetros. La longitud promedio de un ácaro es aproximadamente $1{,}25 \cdot 10^{-1}$ milímetros. ¿Qué es más largo: la partícula más grande capaz de atravesar una máscara quirúrgica o un ácaro de longitud promedio?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1**

Escribe cada número en forma habitual.

10. $9{,}2 \cdot 10^{6}$ **11.** $6{,}7 \cdot 10^{-4}$ **12.** $3{,}6 \cdot 10^{-2}$ **13.** $5{,}24 \cdot 10^{8}$

Ver ejemplo **2**

Escribe cada número en notación científica.

14. 0,00007 **15.** 6 500 000 **16.** 100 000 000 **17.** 0,00000003

Ver ejemplo **3**

18. Las órbitas de Neptuno y Plutón se cruzan entre sí. La distancia promedio de Neptuno al Sol es de aproximadamente $4{,}5 \cdot 10^{9}$ kilómetros. La distancia promedio de Plutón al Sol es de aproximadamente $5{,}87 \cdot 10^{9}$ kilómetros. ¿Cuál de los dos planetas tiene la mayor distancia promedio al Sol?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Escribe cada número en forma habitual.

19. $1{,}4 \cdot 10^{5}$ **20.** $3{,}24 \cdot 10^{-2}$ **21.** $7{,}8 \cdot 10^{1}$ **21.** $2{,}1 \cdot 10^{-6}$

23. $5{,}3 \cdot 10^{-8}$ **24.** $8{,}456 \cdot 10^{-4}$ **25.** $5{,}59 \cdot 10^{5}$ **26.** $7{,}1 \cdot 10^{3}$

27. $7.{,}13 \cdot 10^{6}$ **28.** $4{,}5 \cdot 10^{-1}$ **29.** $2{,}9 \cdot 10^{-4}$ **30.** $5{,}6 \cdot 10^{2}$

Compara

31. $7{,}6 \cdot 10^{-1}$ ________ $7{,}7 \cdot 10^{-1}$ **32.** $8{,}2 \cdot 10^{-7}$ ________ $8{,}1 \cdot 10^{-6}$

33. $2{,}8 \cdot 10^{-6}$ ________ $2{,}8 \cdot 10^{-7}$ **34.** $5{,}5 \cdot 10^{-2}$ ________ $2{,}2 \cdot 10^{-5}$

Resuelve

35. $43{,}7 \cdot 10^{6}$ **37.** $3{,}85 \cdot 10^{2}$

36. $1 \cdot 10^{7}$ **38.** $0{,}5 \cdot 10^{9}$

Halla los números que faltan.

39. $24\,500 = 2{,}45 \cdot 10^{\blacksquare}$

40. $16\,800 = \blacksquare \cdot 10^4$

41. $\blacksquare = 3{,}40 \cdot 10^2$

42. $280\,000 = 2{,}8 \cdot 10^{\blacksquare}$

43. $5{,}4 \cdot 10^2 = \blacksquare$

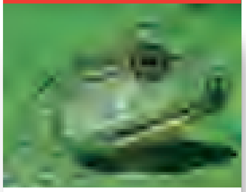
44. $60\,000\,000 = \blacksquare \cdot 10^{\blacksquare}$

45. **Historia** Los antiguos egipcios martillaban el oro hasta formar láminas tan delgadas que se necesitaban $3{,}67 \cdot 10^5$ láminas para formar una pila de 2,5 centímetros de alto. Escribe la cantidad de láminas en forma estándar.

46. Marte está a $7,\ 83 \cdot 10^7$ kilómetros de la Tierra. Venus está a $4{,}14 \cdot 10^7$ kilómetros de la Tierra. ¿Qué planeta está más cerca de la Tierra?

47. En el vacío, la luz viaja a una velocidad de alrededor de doscientos noventa y nueve mil kilómetros por segundo. Escribe esta velocidad en notación científica.

CONEXIÓN Biología



Esta rana está cubierta de unas algas llamadas lentejas de agua, las cuales pueden crecer tanto al sol como a la sombra y producen pequeñas flores blancas.

48. **Biología** Las algas llamadas lentejas de agua viven en la superficie de pantanos calmos y son las plantas con flores más pequeñas del mundo. Estas algas pesan aproximadamente 0,00015 g.

a. Escribe este número en notación científica.

b. Si no se le controla, una lenteja de agua, que se reproduce cada 30–36 horas, podría producir $1 \cdot 10^{30}$ (un quintillón) de plantas en cuatro meses. ¿Cuánto pesaría un quintillón de lentejas de agua?

49. **Biología** El diámetro de un glóbulo rojo humano varía entre aproximadamente $6 \cdot 10^{-6}$ y $8 \cdot 10^{-6}$ metros. Escribe este rango en forma estándar.

50. **Física** La masa atómica de un elemento es la masa, en gramos, de un mol, o $6{,}02 \cdot 10^{23}$ átomos.

a. ¿Cuántos átomos hay en 2,5 mol de helio?

b. Si sabes que 2,5 mol de helio pesan 10 gramos, ¿cuál es la masa atómica del helio?

c. Usando tu respuesta de la parte b, halla la masa aproximada de un átomo de helio.

TAIWÁN

Población: 22 858 872
(estimación de julio de 2007)
Área: 35 980 km^2
Capital: Taipei
Idiomas: taiwanés (min), mandarín, dialectos hakka

51. **Sociedad** Taiwán se encuentra ubicado en el Océano Pacífico y frente a las costas de la provincia china de Fujian:

a. Expresa la población y el área de Taiwán en notación científica.

b. Divide la cantidad de kilómetros cuadrados entre la población para hallar la cantidad de kilómetros cuadrados por persona que hay en Taiwán. Expresa tu respuesta en notación científica.

Escribe cada número en notación científica.

52. 0,00858 **53.** 0,0000063 **54.** 5 900 000

55. 7 045 000 000 **56.** 0,0076 **57.** 400

58. **Estimación** La distancia de la Tierra al Sol es de aproximadamente $1,5 \bullet 10^{7}$ kilómetros. ¿Esta distancia es más cercana a 15 000 000 de km o a 150 000 000 de km? Explica.

59. Ordena la siguiente lista de números del menor al mayor.

$$1,5 \bullet 10^{-2},\ 1,2 \bullet 10^{6},\ 5,85 \bullet 10^{-3},\ 2,3 \bullet 10^{-2},\ 5,5 \bullet 10^{6}$$

60. **Escribe un problema** Un electrón tiene una masa de aproximadamente $9,11 \bullet 10^{-31}$ kg. Usa esta información para escribir un problema.

61. **Escríbelo** Hay dos números escritos en notación científica. ¿Cómo puedes distinguir cuál es el más grande?

62. **Desafío** ¿En qué lugar de una recta numérica se ubica el valor de un número positivo escrito en notación científica con un exponente negativo?

Repaso

63. Explica cómo determinar el signo del exponente si 29 600 000 000 000 lo escribimos en notación científica.

64. La distancia que puede recorrer la luz en un año es $9,46 \bullet 10^{12}$ kilómetros. ¿Cómo se expresa esta distancia en forma habitual?

(A) 94 600 000 000 000 000 km

(C) 9 460 000 000 000 km

(B) 946 000 000 000 km

(D) 0,000000000946 km

Usa cada tabla para hacer una gráfica y escribir una ecuación.

65.

x	0	5	6	8
y	–4	11	14	20

66.

x	0	1	3	6
y	6	7	9	12

Desarrolla. Escribe cada producto o cociente como una potencia.

67. $\frac{7^{4}}{7^{2}}$ **68.** $5^{3} \bullet 5^{8}$ **69.** $\frac{t^{8}}{t^{5}}$ **70.** $10^{9} \bullet 10^{-3}$

Laboratorio de

TECNOLOGÍA

4-4

Multiplicar y dividir números en notación científica

Para usar con la lección 4-4

Puedes usar una calculadora científica para realizar operaciones con números escritos en notación científica. Usa la combinación de teclas **ENG** o **EXP** para escribir números en notación científica. En una calculadora científica, $9,5 \bullet 10^{16}$ se muestra como 9,5E16.

Actividad 1

Usa una calculadora para hallar $(4,8 \bullet 10^{12})\ (9,4 \bullet 10^{9})$.

Oprime 4,8 **ENG** o **EXP** 12 **x** 9,4 **ENG** o **EXP** 9 **=**

En la calculadora, se muestra la respuesta 4,512 E22, que es igual a $4,512 \bullet 10^{22}$.

Razonar y comentar

1. Cuando usas la propiedad asociativa y la propiedad conmutativa para multiplicar $4,8 \bullet 10^{12}$ y $9,4 \bullet 10^{9}$, obtienes $(4,8 \bullet 9,4)\ (10^{12} \bullet 10^{9}) = 45,12 \bullet 10^{21}$. Explica por qué esta respuesta es diferente de la respuesta obtenida en la actividad anterior.

Inténtalo

Usa una calculadora científica para multiplicar o dividir.

1. $(5,76 \bullet 10^{13})\ (6,23 \bullet 10^{-20})$

2. $\dfrac{9,7 \bullet 10^{10}}{2,9 \bullet 10^{7}}$

3. $(1,6 \bullet 10^{1})\ (9,65 \bullet 10^{9})$

4. $\dfrac{5,25 \bullet 10^{13}}{6,14 \bullet 10^{8}}$

5. $(1,1 \bullet 10^{9})(2,2 \bullet 10^{3})$

6. $\dfrac{8,96 \bullet 10^{97}}{2,34 \bullet 10^{80}}$

7. $(2,74 \bullet 10^{11})\ (3,2 \bullet 10^{-5})$

8. $\dfrac{5,82 \bullet 10^{-11}}{8,96 \bullet 10^{11}}$

9. $(4,5 \bullet 10^{12})\ (3,7 \bullet 10^{8})$

10. La estrella Betelgeuse, de la constelación de Orión, está a aproximadamente $5,67 \bullet 10^{15}$ km de la Tierra. Esto es cerca de $24 \bullet 10^{6}$ veces más que la distancia mínima entre Plutón y la Tierra. ¿Cuál es la distancia mínima aproximada entre Plutón y la Tierra? Escribe tu respuesta en notación científica.

11. Si 8,5 millones de usuarios del servicio telefónico en Chile hicieran 446 mil millones de llamadas telefónicas, ¿qué cantidad promedio de llamadas haría cada usuario?

CAPÍTULO 4

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 4-1 a 4-4

4–1 Potencias

Simplifica.

1. 10^1

2. 8^6

3. 3^4

4. $(-5)^3$

5. Escribe $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ usando potencias.

6. Encuentra el valor de la expresión $a^7 - 4b$ para $a = 3$ y $b = -1$.

4-2 Multiplicación de potencias con igual base o exponente

Desarrolla. Escribe el producto o cociente como una potencia.

7. $9^3 \cdot 9^5$

8. $\frac{5^{10}}{5^{10}}$

9. $q^9 \cdot q^6$

10. $3^3 - 3^2$

4-3 División de potencias con igual base o exponente

Resuelve.

11. $(3^3)^2$

12. $(4^2)^0$

13. $(x^2)^4$

14. $(4^2)^5$

15. $(2{,}5^3 \cdot 3)^3$

16. $\frac{16^5}{88^5}$

17. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^2$

18. $\frac{\left(\frac{6}{9}\right)^4}{\left(\frac{9}{5}\right)^4}$

19. La masa del universo conocido es aproximadamente 10^{23} masas solares, lo que equivale a 10^{50} toneladas. ¿A cuántas toneladas equivale una masa solar?

4-4 Notación científica

Escribe cada número en notación científica.

20. 0,00000015

21. 99 980 000

22. 0,434

23. 100

Escribe cada número en forma estándar.

24. $1{,}38 \cdot 10^5$

25. $4 \cdot 10^6$

26. $1{,}2 \cdot 10^{-3}$

27. $9{,}37 \cdot 10^{-5}$

28. La población promedio de la Región del Biobío es de casi 2 millones y el ingreso per cápita es de aproximadamente $ 280 400. Escribe el ingreso total estimado para los residentes de la Región del Biobío en notación científica.

29. **Desafío** El plancton es el conjunto de organismos microscópicos que flotan en aguas saladas o dulces. Los fitoflagelados son organismos que pertenecen al plancton y son considerados nanoplancton, pudiendo medir 0,000001 cm. Los radiolarios son otros organismos que pertenecen al plancton y son considerados microplancton, y son aproximadamente 100 veces más grandes que el nanoplancton. ¿Cuánto mide aproximadamente un radiolario? Expresa tu respuesta como notación científica.

Enfoque en resolución de problemas

Resuelve

- **Elige una operación**

Para decidir si es mejor sumar, restar, multiplicar o dividir para resolver un problema, es necesario determinar la acción que ocurre en el problema.

Acción	Operación
Combinar o reunir números	Suma
Quitar números o hallar la distancia entre dos números	Resta
Combinar grupos iguales	Multiplicación
Separar en grupos iguales o hallar cuántos grupos iguales se pueden obtener	División

Determina la acción para cada problema. Escribe el problema usando las acciones. Luego, muestra qué operación usaste para obtener la respuesta.

① María hace un collar de cuentas. Si cada cuenta mide $7,0 \cdot 10^{-1}$ cm de ancho, ¿cuántas cuentas necesita para hacer un collar de 35 cm de largo?

③ El área total de Chile es $1,25 \cdot 10^{6}$ kilómetros cuadrados. El área total de Argentina es $9,69 \cdot 10^{5}$ kilómetros cuadrados. ¿Cuál es el área total de ambos países?

② Supongamos que $\frac{1}{3}$ de los peces de un lago son aptos para la pesca deportiva. De esta cantidad, $\frac{2}{5}$ cumplen con el tamaño mínimo requerido por ley. ¿Qué fracción de los peces del lago son aptos para la pesca deportiva y cumplen con el tamaño mínimo?

④ Un curso ha decidido llevar por escrito la contabilidad para tener constancia del dinero con que cuentan para su paseo de fin de curso. En la siguiente tabla se muestra el movimiento de los primeros 3 meses. ¿Con cuánto dinero cuentan?

Ingresos y gastos	Marzo	Abril	Mayo
Ingreso por cuota mensual	\$ 20 000	\$ 20 000	\$ 20 000
Ingreso por recolección de latas vacías	\$ 10 000	\$ 5 500	\$ 6 000
Ingreso por ventas de completos	\$ 20 000	\$ 30 000	\$ 67 000
Gastos por actividades colectivas	\$ 45 000	\$ 35 000	\$ 55 000

CAPÍTULO
4–5
Cuadrados y raíces cuadradas

Aprender a hallar raíces cuadradas.

Vocabulario

raíz cuadrada

cuadrado perfecto

Piensa en la relación entre el área de un cuadrado y la longitud de uno de sus lados.

área = 36 unidades cuadradas

longitud del lado = 6 unidades

porque $6^2 = 36$

Los combates de karate pueden realizarse en una alfombra cuadrada con un área de 64 m^2.

Un número multiplicado por sí mismo que forma un determinado producto es la **raíz cuadrada** de ese producto. Hallar la raíz cuadrada de un número no negativo es lo opuesto a elevar ese número al cuadrado.

$$6^2 = 36 \qquad \sqrt{36} = 6$$

Todo número positivo tiene dos raíces cuadradas, una positiva y una negativa.

Puedes usar el símbolo *más* o *menos*, ±, para indicar ambas raíces cuadradas.

$$\sqrt{16} = 4 \qquad 4^2 = 16$$

$$-\sqrt{16} = -4 \qquad (-4)^2 = 16$$

$$\pm\sqrt{16} = \pm 4$$

Los números 16, 36 y 49 son ejemplos de cuadrados perfectos. Un **cuadrado perfecto** es un número que tiene enteros como raíces cuadradas. Otros cuadrados perfectos son 1, 4, 9, 25, 64 y 81.

¡Atención!

$\sqrt{-49}$ no es igual a $-\sqrt{49}$. Un número negativo no tiene raíces cuadradas reales.

EJEMPLO 1

Hallar las raíces cuadradas positivas y negativas de un número

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

A $\pm\sqrt{81} = \pm 9$

9 es una raíz cuadrada, ya que 9 • 9 = 81.

–9 también es una raíz cuadrada, ya que –9 • –9 = 81.

B $\pm\sqrt{1} = \pm 1$

1 es una raíz cuadrada, ya que 1 • 1 = 1.

–1 también es una raíz cuadrada, ya que –1 • –1 = 1.

C $\pm\sqrt{144} = \pm 12$

12 es una raíz cuadrada, ya que 12 • 12 = 144.

–12 también es una raíz cuadrada, ya que –12 • –12 = 144

EJEMPLO 2

Aplicación a la informática

¡Recuerda!

El área de un cuadrado es l^2 donde l es la longitud del lado.

El ícono cuadrado hecho por computadora tiene 676 píxeles. ¿Cuántos píxeles de altura tiene el icono?

Escribe y resuelve una ecuación para hallar la longitud de un lado.

$l^2 = 676$

$l = \sqrt{676}$

$l = \pm 26$ *676 es un cuadrado perfecto.*

Usa la raíz cuadrada positiva; una longitud negativa no tiene sentido. El ícono tiene 26 píxeles de altura.

El icono cuadrado hecho por computadora tiene 676 puntos de color que forman la imagen. Estos puntos se denominan *píxeles*.

En la prevalencia de las operaciones, todo elemento que está debajo del símbolo de la raíz cuadrada se trata como si estuviera encerrado entre paréntesis.

$$\sqrt{5 - 3} = \sqrt{(5 - 3)}$$

EJEMPLO 3

Desarrollar expresiones con raíces cuadradas

Desarrolla la siguiente expresión.

A $3\sqrt{25} + 4$

$3\sqrt{25} + 4 = 3(5) + 4$ *Simplifica la raíz cuadrada.*

$= 15 + 4$ *Multiplica.*

$= 19$ *Suma.*

B $\sqrt{\frac{16}{4}} + \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{16}{4}} + \frac{1}{2} = \sqrt{4} + \frac{1}{2}$ *$\frac{16}{4} = 4$.*

$= 2 + \frac{1}{2}$ *Simplifica las raíces cuadradas.*

$= 2\frac{1}{2}$ *Suma.*

Razonar y comentar

1. **Describe** qué significa un cuadrado perfecto. Da un ejemplo.
2. **Explica** cuántas raíces cuadradas puede tener un número positivo. ¿En qué se diferencian estas raíces cuadradas?
3. **Decide** cuántas raíces cuadradas tiene el número 0. Indica lo que sabes acerca de las raíces cuadradas de los números negativos.

4–5 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo **1** **Halla las dos raíces cuadradas de cada número mediante el cálculo mental, luego revisa tu resultado mediante el cálculo escrito.**

1. 4 **2.** 16 **3.** 64 **4.** 121

5. 1 **6.** 441 **7.** 9 **8.** 484

Ver ejemplo **2** **9. Un terreno cuadrado tiene una superficie o área de 296 m^2. ¿Cuánto mide cada lado del terreno?**

Ver ejemplo **3** **Desarrolla las expresiones.**

10. $\sqrt{5 + 11}$ **11.** $\sqrt{\frac{81}{9}}$ **12.** $3\sqrt{400} - 125$ **13.** $-(\sqrt{169} - \sqrt{144})$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo **1** **Halla las dos raíces cuadradas de cada número mediante el cálculo mental, luego revisa tu resultado mediante el cálculo escrito.**

14. 25 **15.** 144 **16.** 81 **17.** 169

18. 196 **19.** 400 **20.** 361 **21.** 225

Ver ejemplo **2** **22.** Elisa encontró una imagen digital cuadrada de una pintura famosa en un sitio Web. La imagen contiene 360 000 píxeles. ¿Cuántos píxeles de altura tiene la imagen?

Ver ejemplo **3** **Desarrolla las expresiones.**

23. $\sqrt{25} - 6$ **24.** $\sqrt{\frac{64}{4}}$ **25.** $-(\sqrt{36}\,\sqrt{9})$ **26.** $5(\sqrt{225} - 10)$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

27. 529 **28.** 289 **29.** 576 **30.** 324

Compara. Escribe <, > o =

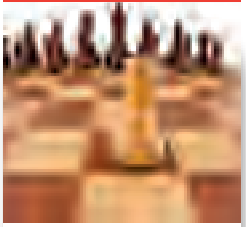
31. $4 + \sqrt{4}$ ■ $8 - \sqrt{4}$ **32.** $16\sqrt{9}$ ■ $9\sqrt{16}$ **33.** $-\sqrt{1}$ ■ $1 - \sqrt{36}$

34. Las habilidades matemáticas de Zacharias Dase se hicieron famosas a través del *Crelle's Journal* en 1844. Dase creó una tabla de factores con todos los números entre 7 000 000 y 10 000 000. Anotó 7 022 500 como cuadrado perfecto. ¿Cuál es la raíz cuadrada de 7 022 500?

35. Un combate de karate se realiza en una alfombra cuadrada con un área aproximada de 64 cm^2. ¿Cuál es la longitud de la alfombra?

36. **Estimación** El señor Parada compró una alfombra cuadrada. El área de la alfombra es de aproximadamente 49 m^2. Estimó que la longitud de cada lado es de aproximadamente 7 m. ¿Es razonable la estimación del señor Parada? Explica.

CONEXIÓN Juegos



En el juego de ajedrez, el número de diferentes partidas que pueden jugarse (alrededor de 10^{123}) excede el número de átomos en el universo (alrededor de 10^{80})

37. **Varios pasos** Un edificio de oficinas tiene un patio cuadrado con un área de 289 m^2. ¿Cuál es la distancia alrededor del borde del patio?

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

38. $\frac{1}{9}$ **39.** $\frac{1}{121}$ **40.** $\frac{16}{9}$ **41.** $\frac{81}{16}$

42. $\frac{9}{4}$ **43.** $\frac{324}{81}$ **44.** $\frac{1\,000}{100\,000}$ **45.** $\frac{169}{676}$

46. **Juegos** Un tablero de ajedrez tiene 32 cuadrados negros y 32 cuadrados blancos. ¿Cuántos cuadrados tiene cada lado del tablero?

47. Un fabricante de cubrecamas con retazos de tela quiere usar la mayor cantidad de los 65 pequeños cuadrados de género que tiene para confeccionar un gran cubrecama de retazos de tela cuadrada.

a. ¿Cuántos cuadrados pequeños puede usar? ¿Cuántos cuadrados pequeños quedarían sin usar?

b. ¿Cuántos cuadrados pequeños más necesitaría para confeccionar el próximo cubrecama de retazos de tela más grande posible?

48. **¿Dónde está el error?** Un estudiante dijo que, debido a que las raíces cuadradas de un número determinado son 1,5 y −1,5, el número debe ser su producto, −2,25. ¿Qué error cometió el estudiante?

49. **Escríbelo** Explica los pasos que seguirías para desarrollar la expresión $\sqrt{14 + 35} - 20$.

50. **Desafío** La raíz cuadrada de un número es tres por siete menos cuatro. ¿Cuál es el número?

Repaso

51. ¿Qué número NO tiene una raíz cuadrada que sea un número entero?

Ⓐ 81 Ⓑ 196 Ⓒ 288 Ⓓ 400

52. Javiera sabe que la superficie de su jardín es un cuadrado de 169 metros cuadrados de área. Podemos hallar el perímetro del jardín sumando las longitudes de todos sus lados. ¿Cuál es el perímetro del jardín de su casa? Explica tu respuesta.

Desarrolla las potencias.

53. 5^4 **54.** 8^7

55. 10^{10} **56.** 12^2

Escribe cada número en notación científica.

57. 1 970 000 000 **58.** 2 500 000

59. 31 400 000 000 **60.** 5 680 000 000 000 000

CAPÍTULO

4–6

Cómo estimar raíces cuadradas

Aprender a estimar raíces cuadradas y a resolver problemas usando raíces cuadradas.

Vocabulario

cuadrado perfecto

Una pareja desea instalar un vitral cuadrado enmarcado en madera. Puedes calcular la longitud del marco usando tus conocimientos de cuadrados y raíces cuadradas.

Recuerda que un **cuadrado perfecto** es un número cuyas raíces cuadradas son enteros. Por ejemplo, 25 y 100 son cuadrados perfectos.

Puedes usar las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos para estimar las raíces cuadradas de otros números.

EJEMPLO 1

Cómo estimar las raíces cuadradas de los números

$\sqrt{30}$ se encuentra entre dos enteros consecutivos. Nombra los enteros. Explica tu respuesta.

$\sqrt{30}$

$16, 25, 36, 49$ *Haz una lista de los cuadrados perfectos cercanos a 30.*

$25 < 30 < 36$ *Halla los cuadrados perfectos más cercanos a 30.*

$\sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36}$ *Halla las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos.*

$5 < \sqrt{30} < 6$

$\sqrt{30}$ está entre 5 y 6 porque 30 está entre 25 y 36.

EJEMPLO 2

Aplicación a la recreación

Un helicóptero cubre un área cuadrada de 390 km² mientras busca a un excursionista perdido. ¿Cuál es la longitud aproximada de cada lado del área cuadrada? Redondea tu respuesta al kilómetro más cercano.

$324, 361, 400, 441$ *Haz una lista de los cuadrados perfectos cercanos a 390.*

$361 < 390 < 400$ *Halla los cuadrados perfectos más cercanos a 390.*

$\sqrt{361} < \sqrt{390} < \sqrt{400}$ *Halla las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos.*

$19 < \sqrt{390} < 20$

$\sqrt{390} \approx 20$ *390 está más cerca de 400 que 361; por lo tanto, $\sqrt{390}$ está más cerca de 20 que 19.*

Cada lado del área mide aproximadamente 20 km de largo.

Puedes usar las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos para aproximar la raíz cuadrada de un valor que no es un cuadrado perfecto.

EJEMPLO 3

Cómo aproximar las raíces cuadradas al centésimo más cercano

Aproxima $\sqrt{200}$ a la centésima más cercana.

Paso 1: Halla el valor del número natural.

$196 < 200 < 225$	*Halla los cuadrados perfectos más cercanos a 200.*
$\sqrt{196} < \sqrt{200} < \sqrt{225}$	*Halla las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos.*
$14 < \sqrt{200} < 15$	*El número se encontrará entre 14 y 15.*

La parte entera de la respuesta es 14.

Paso 2: Halla el valor del decimal.

$200 - 196 = 4$	*Halla la diferencia entre el número dado, 200, y el cuadrado perfecto más bajo.*
$225 - 196 = 29$	*Halla la diferencia entre el cuadrado perfecto más alto y el cuadrado perfecto más bajo.*
$\frac{4}{29}$	*Escribe la diferencia como una razón.*
$4 : 29 \approx 0{,}138$	*Divide para hallar el valor decimal aproximado.*

Paso 3: Halla el valor aproximado.

$14 + 0{,}138 = 14{,}138$	*Combina el número natural y el decimal.*
$14{,}138 \approx 14{,}14$	*Redondea a la centésima más cercana.*

El valor aproximado al centésimo más cercano de $\sqrt{200}$ es 14,14.

Leer matemáticas

El símbolo $\approx$ significa “es aproximadamente igual a“.

También puedes usar una calculadora para aproximar la raíz cuadrada de un valor que no sea un cuadrado perfecto.

EJEMPLO 4

Usar una calculadora para estimar el valor de una raíz cuadrada

Usa una calculadora para hallar $\sqrt{700}$. Redondea el número al décimo más cercano.

$\sqrt{700} \approx 26{,}45751311$	*Usa una calculadora.*
$\sqrt{700} \approx 26{,}5$	*Redondea a la décima más cercana.*

$\sqrt{700}$

Razonar y comentar

1. **Comenta** si 9,5 es un buen cálculo a primera vista para $\sqrt{75}$.
2. **Determina** qué raíz o raíces cuadrada(s) tendría(n) a 7,5 como un buen cálculo a primera vista.

4–6 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Cada raíz cuadrada está entre dos números enteros consecutivos. Menciona los números enteros. Explica tu respuesta.**

1. $\sqrt{40}$ **2.** $\sqrt{90}$ **3.** $\sqrt{156}$ **4.** $\sqrt{306}$ **5.** $\sqrt{250}$

Ver ejemplo 2 **6.** Con 4 litros de sellador de agua se puede cubrir una terraza cuadrada con un área de 18 metros cuadrados. ¿Aproximadamente qué longitud tiene cada lado de la terraza? Redondea tu respuesta a la unidad más cercana.

Ver ejemplo 3 **Aproxima cada raíz cuadrada a la centésima más cercana.**

7. $\sqrt{42}$ **8.** $\sqrt{73}$ **9.** $\sqrt{156}$ **10.** $\sqrt{236}$ **11.** $\sqrt{275}$

Ver ejemplo 4 **Usa una calculadora para hallar cada valor. Redondea al décimo más cercano.**

12. $\sqrt{74}$ **13.** $\sqrt{341}$ **14.** $\sqrt{3\,600}$ **15.** $\sqrt{190}$ **16.** $\sqrt{5\,120}$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Cada raíz cuadrada está entre dos números enteros consecutivos. Menciona los números enteros. Explica tu respuesta.**

17. $\sqrt{52}$ **18.** $\sqrt{3}$ **19.** $\sqrt{600}$ **20.** $\sqrt{2\,000}$ **21.** $\sqrt{410}$

Ver ejemplo 2 **22.** El área de un campo cuadrado es 225 m^2. ¿Cuál es la longitud aproximada de cada lado del campo? Redondea tu respuesta a la unidad más cercana.

Ver ejemplo 3 **Aproxima cada raíz cuadrada a la centésima más cercana.**

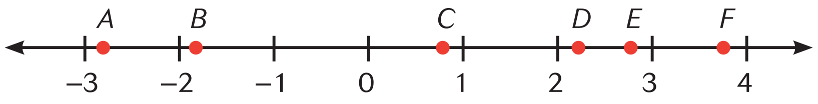
23. $\sqrt{19}$ **24.** $\sqrt{84}$ **25.** $\sqrt{123}$ **26.** $\sqrt{251}$ **27.** $\sqrt{290}$

Ver ejemplo 4 **Usa una calculadora para hallar cada valor. Redondea a la décima más cercana.**

28. $\sqrt{58}$ **29.** $\sqrt{915}$ **30.** $\sqrt{550}$ **31.** $\sqrt{150}$ **32.** $\sqrt{330}$

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Escribe la letra que identifica la posición de cada raíz cuadrada.



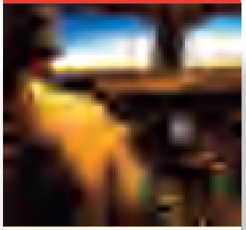
33. $-\sqrt{3}$ **34.** $\sqrt{5}$ **35.** $\sqrt{7}$ **36.** $-\sqrt{8}$ **37.** $\sqrt{14}$ **38.** $\sqrt{0{,}75}$

39. Se desea instalar un vitral cuadrado cuya área es 576 centímetros cuadrados. Redondeando al décimo de centímetro más cercano, ¿qué longitud de marco de madera se necesita para cubrir el borde vitral?

40. Cada cuadrado del tablero de ajedrez mural de Laura mide 13 centímetros cuadrados. Un tablero de ajedrez tiene 8 cuadrados por lado. Redondeando a la centésima más cercana, ¿cuál es el ancho del tablero de ajedrez de Laura?

41. En la sala de clase hay 3 dados. El dado rojo tiene un volumen de 125 centímetros cúbicos, el dado azul tiene un volumen de 343 centímetros cúbicos y el verde tiene un volumen de 1 331 centímetros cúbicos. ¿Que dimensiones tienen las aristas de cada uno de los dados?

CONEXIÓN Ciencias



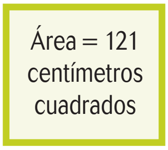
Los pilotos usan información visual e instrumentos para guiarse cuando vuelan.

Ordena los números del menor al mayor.

42. $\sqrt{50}$; $\frac{15}{2}$; 7,7 ; $\frac{\sqrt{160}}{2}$

43. 1,1 ; $\frac{1}{3}\sqrt{9}$; $\frac{8}{9}$; $\sqrt{2}$

44. **Varios pasos** Halla el perímetro del siguiente cuadrado.



45. **Ciencias** La fórmula $D = 0{,}013 \cdot \sqrt{A}$ da la distancia en kilómetros hacia el horizonte desde un avión que vuela a una altitud de *A* kilómetros. Si un piloto está volando a una altitud de 3 500 metros, ¿a qué distancia está el horizonte aproximadamente? Redondea tu respuesta al kilómetro más cercano.

46. **Varios pasos** Un cartel cuadrado está hecho de 40 hileras de 40 fotos cada una. El área de cada foto cuadrada es 4 cm². ¿Cuál es la longitud de cada lado del cartel?

47. **¿Dónde está el error?** Para hallar $\sqrt{5}$, Leonor dijo que como $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$, el número está entre 2 y 3 y; por lo tanto, la mejor estimación es $\frac{2+3}{2} = 2{,}5$. ¿Qué error cometió?

48. **Escríbelo** Explica cómo sabes si $\sqrt{29}$ está más cerca de 5 o de 6 sin usar la calculadora.

49. **Desafío** La rapidez de un tsunami en metros por hora puede hallarse con $V = \sqrt{9{,}8\,p}$, donde p es la profundidad del agua en metros. Supongamos que la profundidad del agua es de 118 metros.

a. ¿A qué rapidez se mueve el tsunami en metros por segundo?

b. ¿Cuánto tiempo le llevaría al tsunami recorrer 3 000 metros si la profundidad del agua fuera de unos 297 metros constantes?

Repaso

50. ¿Cuál de las siguientes raíces tiene un valor entre 14 y 25?

Ⓐ $\sqrt{188}$
Ⓑ $\sqrt{200}$
Ⓒ $\sqrt{227}$
Ⓓ $\sqrt{324}$

51. Halla el producto de $\sqrt{42} \cdot \sqrt{94}$ y aproxímalo a la centésima más cercana.

Calcula el valor de cada expresión para los valores dados de las variables.

52. $4x + 5y$ para $x = 3$ e $y = 9$

53. $7m - 2n$ para $m = 5$ y $n = 7$

54. $8h + 9j$ para $h = 11$ y $j = 2$

55. $6s - 2t$ para $s = 7$ y $t = 12$

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

56. 100

57. 64

58. 484

59. 1 296

CAPÍTULO 4

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 4-5 a 4-6

4–5 Cuadrados y raíces cuadradas

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

1. 16
2. 121
3. 9 801
4. 10 000
5. 10 404
6. 1 024
7. 529
8. 324
9. 484
10. 14 400
11. 8 100
12. 576
13. 3 721
14. 6 724
15. 5 625
16. 2 116
17. 1 521
18. 9 409
19. 11 664
20. 62 500

21. Si la sala de Juan mide 10 metros • 8 metros, ¿cabrá una alfombra de 85 metros cuadrados? Explica tu respuesta.

22. ¿Cuántos azulejos cuadrados de 2 centímetros • 2 centímetros cabrán a lo largo de un lado de un mosaico cuadrado cuya área es 196 centímetros cuadrados?

4–6 Cómo estimar raíces cuadradas

Cada raíz cuadrada está entre dos números enteros consecutivos. Menciona los números enteros. Explica tu respuesta.

23. $-\sqrt{72}$
24. $\sqrt{46}$
25. $\sqrt{200}$
26. $\sqrt{104}$
27. $-\sqrt{340}$
28. $\sqrt{19}$
29. $\sqrt{610}$
30. $\sqrt{29}$
31. $-\sqrt{26}$
32. $\sqrt{504}$
33. $\sqrt{353}$
34. $\sqrt{78}$
35. $-\sqrt{98}$
36. $\sqrt{235}$
37. $\sqrt{1\,480}$
38. $\sqrt{41}$
39. $-\sqrt{75}$
40. $\sqrt{780}$
41. $\sqrt{2\,300}$
42. $\sqrt{78}$
43. $-\sqrt{97}$
44. $\sqrt{1\,427}$
45. $\sqrt{4\,230}$

46. Tonga es un país que se encuentra ubicado en Oceanía y tiene una superficie de 747 km^2. Si tuvieras que construir un cuadrado que tuviera la misma superficie de Tonga, ¿qué longitud tendría cada uno de sus lados? Realiza el mismo cálculo para los países que se muestran en la tabla:

País	Área (km^2)	Longitud de lado si fuera un cuadrado
Chile	**756 102**	
Brasil	**8 514 877**	
Argentina	**2 780 400**	
Perú	**1 285 216**	

47. El área de un tablero de ajedrez es 576 centímetros cuadrados. Halla la longitud de un lado del tablero redondeando a la centésima más cercana.

48. El área de un jardín es 46 m^2. Si el jardín es rectangular y tiene un lado A de 8 metros, calcula su lado B.

CONEXIONES con el mundo real

El Museo Nacional de Historia Natural de la Quinta Normal

La atracción turística más visitada en la comuna de Quinta Normal es el Museo Nacional de Historia Natural fundado en 1830. Entre sus atracciones se encuentra la Colección Nacional de Insectos.

En la tabla se muestra la cantidad de algunos tipos de especímenes de la Colección Nacional de Insectos del museo. Usa la información de la tabla para resolver los problemas del 1 al 4.

Colecciones del Museo Nacional de Historia Natural

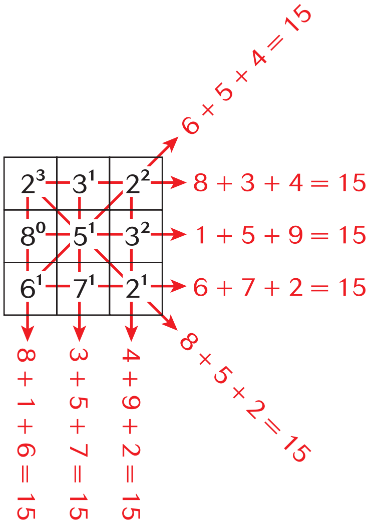
Categoría	Cantidad de especímenes
Coleópteros	$7{,}3 \cdot 10^4$
Dípteros	$1{,}5 \cdot 10^4$
Himenópteros	$4{,}5 \cdot 10^4$
Lepidópteros	$1 \cdot 10^4$
Arácnidos	$2{,}3 \cdot 10^4$

1. Escribe la cantidad de coleópteros en forma habitual.
2. ¿El museo contiene una cantidad mayor de dípteros o de himenópteros? Explica cómo lo sabes.
3. ¿Cuántos especímenes más de arácnidos que de lepidópteros hay en el museo?
4. El museo contiene un total de $16{,}6 \cdot 10^4$ insectos. ¿Aproximadamente, qué fracción de los especímenes del museo son lepidópteros? Explica cómo determinaste tu respuesta.
5. En el museo hay un esqueleto de una ballena de 35 metros de largo que se encuentra en una vitrina de exhibición. Si la vitrina tiene el mismo largo de la ballena y la longitud de la diagonal de la ventana rectangular es 37 m, ¿cuál sería la altura de la vitrina redondeada a la décima de metro más cercana?

¡Vamos a Jugar!

Cuadrados mágicos

Un cuadrado mágico es un cuadrado con números dispuestos de tal forma que las sumas de los números de cada fila, columna y diagonal son las mismas.



Según una antigua leyenda china, una tortuga del rio Lo tenía el diseño de este cuadrado mágico dibujado en su caparazón.

1 Completa los siguientes cuadrados mágicos.

$\sqrt{36}$	■	2^2
8^0	$\sqrt{9}$	■
■	$3^2 - 2$	■

■	$-(\sqrt{4} + 4)$	$-(9^0)$
$-(\sqrt{16})$	■	0^3
$-(\sqrt{9})$	$2^0 + 1$	■

2 Usa los números −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 y 4 para hacer un cuadrado mágico en el cual la suma de sus filas, columnas y diagonales sea 0.

Bingo de ecuaciones

ACTIVIDAD GRUPAL

Para jugar al Bingo de ecuaciones es necesarios que te juntes con varios compañeros y compañeras de curso. Cada tarjeta del bingo contiene varios números El coordinador tiene una lista de ecuaciones que leerá en voz alta. Cada vez que lea una ecuación, los jugadores la resuelven para hallar la variable y, si tienen la solución en sus tarjetas, colocan una ficha sobre ella. Gana el primer jugador que complete una hilera de fichas en forma vertical, horizontal o diagonal.

La copia completa de las reglas y las piezas del juego se encuentran disponibles en línea. (http://recursoseducativosdematemtica.blogspot.com/2012/01/bingo-de-ecuaciones-de-primer-grado.html)

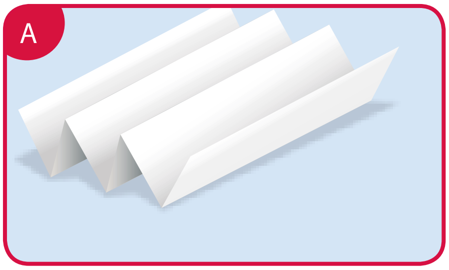
¡Está en la bolsa!

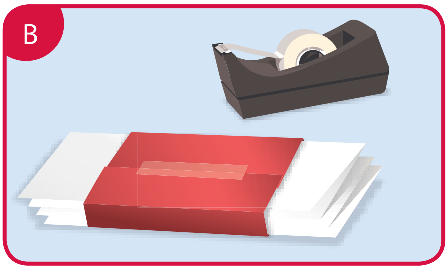
Materiales

- hoja de papel blanco (36 cm por 15 cm)
- trozo de papel decorativo (12 cm por 12 cm)
- cinta
- trocitos de papel decorativo
- marcadores
- pegamento

PROYECTO Paquetes matemáticos

Diseña tu propio paquete para guardar tus notas sobre potencias y raíces.





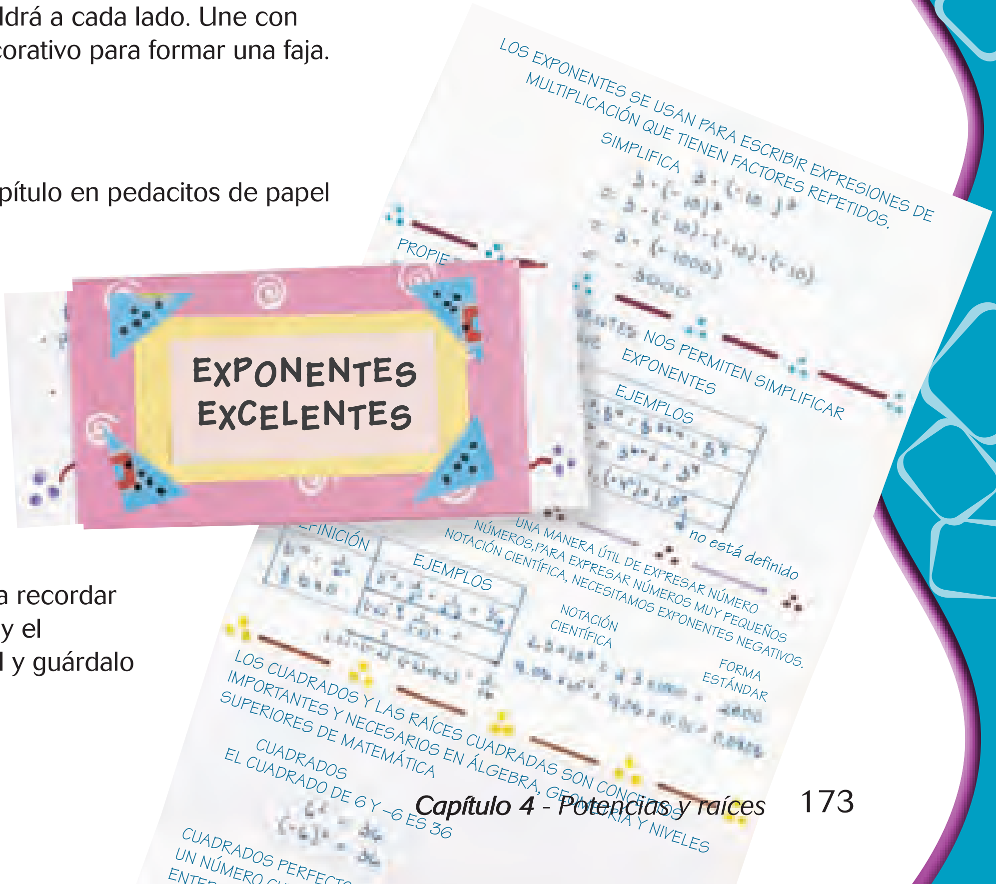
Instrucciones

① Haz pliegues tipo acordeón en el papel blanco de forma tal que queden seis paneles de aproximadamente 6 cm de ancho. **Figura A**

② Pliega el papel en forma de acordeón.

③ Envuelve la parte del medio del acordeón con el papel decorativo. El acordeón sobresaldrá a cada lado. Une con cinta los extremos del papel decorativo para formar una faja. **Figura B**

④ Escribe el número y título del capítulo en pedacitos de papel decorativo y pégalos a la faja.



Tomar notas de matemáticas

Usa los paneles del papel con forma de acordeón para tomar notas de los conceptos clave de este capítulo.

Incluye ejemplos que te servirán para recordar operaciones con exponentes, raíces y el teorema de Pitágoras. Pliega el papel y guárdalo nuevamente dentro de la faja.

CAPÍTULO 4

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

exponente	142
base	142
potencia	142
multiplicar potencias	146
potencias de igual base	146
potencias de igual exponente	146
dividir potencias	150
elevar una potencia a otra potencia	150
notación científica	154
raíz cuadrada	162
cuadrado perfecto	162

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. Una potencia consta de un(a) ___________ elevado(a) a un(a) ___________.

2. El/La ___________ es una forma abreviada de escribir números extremadamente grandes o pequeños.

3. Un___________ es un número que tiene enteros como raíces cuadradas.

4. En la multiplicación de ______________________ se mantienen las bases y se suman los exponentes.

5. En la división de ______________________ se dividen las bases y se mantiene el exponente.

EJEMPLOS

EJERCICIOS

4–1 Potencias

- **Escribe en forma de potencia.**

$4 \cdot 4 \cdot 4$

4^3 *Indica cuántas veces se usa el 4 como factor.*

- **Desarrolla.**

$(2)^3$

$(2) \cdot (2) \cdot (2)$

8 *Halla el producto de tres 2.*

Escribe en forma de potencias.

6. $7 \cdot 7 \cdot 7$

7. $(-3) \cdot (-3)$

8. $k \cdot k \cdot k \cdot k$

9. 9

10. $(-2) \cdot (-2) \cdot d \cdot d$

11. $3n \cdot 3n \cdot 3n$

12. $6 \cdot x \cdot x$

13. 10 000

Desarrolla.

14. 5^4

15. $(-2)^5$

16. $(-1)^9$

17. 2^8

18. $(3)^1$

19. 4^3

20. $(-3)^3$

21. $(5)^2$

22. 15^1

23. 6^4

24. 10^5

25. $(-2)^7$

EJEMPLOS **EJERCICIOS**

4-2 Multiplicación de potencias con igual base o exponente

Escribe el producto como una potencia.

- $2^5 \cdot 2^3$

  2^{5+3} *Suma los exponentes.*

  2^8

- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3$ *Multiplica las bases y mantén el exponente.*

  $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right)^3$

Escribe el producto como una potencia.

26. $4^2 \cdot 4^5$ **27.** $9^2 \cdot 9^4$ **28.** $p \cdot p^3$

29. $15 \cdot 15^2$ **30.** $6^2 \cdot 3^2$ **31.** $x^4 \cdot x^6$

32. $5^0 \cdot 5^3$ **33.** $5^0 \cdot 5^3$ **34.** $2^2 \cdot 5^2$

35. $2^2 : 5^2$ **36.** $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^2$ **37.** $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^2$

38. $(2,1)^5 \cdot (5,5)^5$ **39.** $2^5 : 5^5$ **40.** $\left(\frac{3}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$

41. $\left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$ **42.** $\left(\frac{1}{7}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^6$ **43.** $\left(\frac{6}{11}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{11}\right)^2$

4-3 División de potencias con igual base o exponente

Escribe el cociente como una potencia.

- $\frac{10^9}{10^2}$

  10^{9-2} *Resta los exponentes.*

  10^7

- $(2,5)^2 : (2)^2$

  $(2,5 : 2)^2 :$ *Divide las bases y mantén el exponente.*

  $(1,25)^2$

Escribe el cociente como una potencia.

44. $\frac{8^2}{8^5}$ **45.** $\frac{9^3}{9}$ **46.** $\frac{m^7}{m^2}$

47. $\frac{3^5}{3^{-2}}$ **48.** $\frac{4^{-5}}{4^{-5}}$ **49.** $\frac{y^6}{y^{-3}}$

50. $y^6 \div y$ **51.** $k^4 \div k^4$ **52.** $y^6 \div y$

53. $k^4 \div k^4$

4-4 Notación científica

Escribe en forma habitual.

- $3,58 \cdot 10^4$

  $3,58 \cdot 10\,000$

  $35\,800$

- $3,58 \cdot 10^{-4}$

  $3,58 \cdot \frac{1}{10\,000}$

  $3,58 : 10\,000$

  $0,000358$

Escribe en notación científica.

- $0,000007 = 7 \cdot 10^{-6}$
- $62\,500 = 6,25 \cdot 10^4$

Escribe en forma habitual.

54. $1,62 \cdot 10^3$ **55.** $1,62 \cdot 10^{-3}$

56. $9,1 \cdot 10^5$ **57.** $9,1 \cdot 10^{-5}$

Escribe en notación científica.

58. 385 **59.** 0,04

60. 0,000000008 **61.** 73 000 000

62. 0,0000096 **63.** 56 400 000 000

64. Un colibrí pesa aproximadamente 0,0068 kilogramos. Escribe el peso de 50 colibríes en notación científica.

65. Completa la tabla escribiendo como notación científica cada uno de los números:

	Notación científica
25 000 000 000	
4 000	
0,000012	
0,113	
0,0025	
789 000 000	

EJEMPLOS

EJERCICIOS

4-5 Cuadrado y raíces cuadradas

Halla las dos raíces cuadradas de 400.

■ $20 \cdot 20 = 400$

$(-20) \cdot (-20) = 400$

Las raíces cuadradas son 20 y –20.

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

66. 16
67. 900
68. 676

Simplifica y desarrolla las expresiones.

69. $\sqrt{4 + 21}$
70. $\frac{\sqrt{100}}{20}$
71. $\sqrt{3^4}$

Calcula.

72. $\sqrt{625}$
73. $\sqrt{49}$
74. $\sqrt{(10\ 000)}$
75. $\sqrt{100}$
76. $\sqrt{121}$
77. $\sqrt{841}$
78. $\sqrt{225}$
79. $\sqrt{729}$
80. $\sqrt{324}$
81. $\sqrt{64}$
82. $\sqrt{144}$
83. $\sqrt{81}$
84. $\sqrt{196}$
85. $\sqrt{484}$
86. $\sqrt{256}$

4-6 Cómo estimar raíces cuadradas

Halla la longitud de los lados de un cuadrado que tiene un área de 359 metros y exprésala con un solo lugar decimal. Luego halla el perímetro del cuadrado redondeando a la décima más cercana.

Lado $= \sqrt{359} \approx 18{,}9$

Perímetro $\approx 4(18{,}9) \approx 75{,}6$ metros

Halla el perímetro de cada cuadrado con el área dada. Redondea al décimo más cercano.

87. El área del cuadrado ABCD es 500 cm^2.

88. El área del cuadrado MNOP es 1 750 cm^2.

89. El área del cuadrado HIJK es 250 m^2.

90. El área del cuadrado QRST es 900 m^2.

91. El área del cuadrado FGHI es 496 m^2.

92. El área del cuadrado DEFG es 441 m^2.

93. El área del cuadrado VWXY es 6 561 m^2.

94. El área del cuadrado LMNÑ es 625 m^2.

95. El área del cuadrado DEFG es 1 024 m^2.

Estima las raíces. Comprueba tu resultado con la operación inversa.

96. $\sqrt{(6\ 225)}$
97. $\sqrt{490}$
98. $\sqrt{(100\ 000)}$
99. $\sqrt{28}$
100. $\sqrt{139}$
101. $\sqrt{745}$
102. $\sqrt{200}$
103. $\sqrt{90}$
104. $\sqrt{72}$
105. $\sqrt{60}$
106. $\sqrt{99}$
107. $\sqrt{111}$
108. $\sqrt{12}$
109. $\sqrt{79}$
110. $\sqrt{43}$
111. $\sqrt{225}$
112. $\sqrt{56}$
113. $\sqrt{150}$
114. $\sqrt{345}$
115. $\sqrt{140}$
116. $\sqrt{72\ 0}$
117. $\sqrt{258}$
118. $\sqrt{35}$
119. $\sqrt{20}$
120. $\sqrt{33}$
121. $\sqrt{40}$
122. $\sqrt{191}$
123. $\sqrt{59}$
124. $\sqrt{70}$
125. $\sqrt{10}$

Prueba de capítulo

CAPÍTULO 4

Desarrolla.

1. 10^9 **2.** 11^{-3} **3.** 2^7 **4.** 3^{-4}

Desarrolla. Escribe tu respuesta como una potencia.

5. $\frac{3^3}{3^6}$ **6.** $7^9 \cdot 7^2$ **7.** $(5^{10})^6$ **8.** $\frac{11^{-7}}{11^7}$

9. $27^3 \cdot 27^{18}$ **10.** $(52^7)^3$ **11.** $13^0 \cdot 13^9$ **12.** $\frac{8^{12}}{8^7}$

Escribe cada número en forma habitual.

13. $2{,}7 \cdot 10^{12}$ **14.** $3{,}53 \cdot 10^{-2}$ **15.** $4{,}257 \cdot 10^5$ **16.** $9{,}87 \cdot 10^{10}$

17. $4{,}8 \cdot 10^8$ **18.** $6{,}09 \cdot 10^{-3}$ **19.** $8{,}1 \cdot 10^6$ **20.** $3{,}5 \cdot 10^{-4}$

Escribe cada número en notación científica.

21. 19 000 000 000 **22.** 0,0000039 **23.** 1 980 000 000 **24.** 0,00045

25. Una bolsa de granos de cacao pesa aproximadamente 60 kilogramos. ¿Cuánto pesarían 1 000 bolsas de granos de cacao? Escribe tu respuesta en notación científica.

Halla las dos raíces cuadradas de cada número.

26. 196 **27.** 1 **28.** 10 000 **29.** 625

30. El área mínima de una colchoneta cuadrada para lucha es de 144 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud de los lados de la colchoneta?

Cada raíz cuadrada está entre dos números enteros consecutivos. Menciona los números enteros. Explica tu respuesta.

31. $\sqrt{230}$ **32.** $\sqrt{125}$ **33.** $\sqrt{89}$ **34.** $-\sqrt{60}$

35. Un cuadrado tiene un área de 13 m^2. Redondeando a la décima más cercana, ¿cuál es su perímetro?

Halla la longitud que falta de cada triángulo rectángulo. Redondea a la décima más cercana.

36. $a = 5, b = 7, c =$ ■ **37.** $a = 9, b= 10, c =$ ■ **38.** $a = 23, b = 25. c =$ ■

39. Lupe quiere instalar una cerca para dividir su jardín cuadrado por la mitad en forma diagonal. Si cada lado del jardín mide 16 metros de largo, ¿qué longitud deberá tener la cerca? Redondea tu respuesta a la centésima de metro más cercana.

CAPÍTULO

4

Evaluación acumulativa
Capítulos 1-4

1. ¿Qué expresión equivale a 3 • 3 • 3 • 3 • 3 • 3?

Ⓐ 3^6
Ⓑ 6^3
Ⓒ 9^3
Ⓓ 729

2. Un número elevado a la 8ª potencia dividido entre el mismo número elevado a la 4ª potencia es 16. ¿Cuál es ese número?

Ⓐ 2
Ⓑ 4
Ⓒ 6
Ⓓ 8

3. ¿Qué expresión equivale a 81?

Ⓐ 2^9
Ⓑ 9^2
Ⓒ $\left(\frac{1}{9}\right)^9$
Ⓓ $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

4. En los aeropuertos de Estados Unidos se investigó a más de 739 000 000 de personas en 2005. ¿Cuál de las siguientes opciones expresa el mismo número escrito en notación científica?

Ⓐ $7{,}39 \cdot 10^6$
Ⓑ $7{,}39 \cdot 10^{-8}$
Ⓒ $7{,}39 \cdot 10^8$
Ⓓ $7{,}39 \cdot 10^9$

5. La población de India es aproximadamente $1{,}14 \cdot 10^9$. ¿Cuál de las siguientes opciones representa esta cantidad escrita en forma habitual?

Ⓐ 1 140 000 000
Ⓑ 140 000 000
Ⓒ 1 140 000
Ⓓ 114 000

6. Matilde descubre que una cría de lagartija crece aproximadamente 0,15 cm por semana. ¿Qué ecuación representa mejor la cantidad de semanas que tardará la lagartija en alcanzar una longitud de 30 cm si medía 10 cm de largo cuando salió del cascarón?

Ⓐ $0{,}15x + 10 = 30$
Ⓑ $s + \frac{s + 10}{20} = 0{,}51$
Ⓒ $0{,}15 + 10 = 20$
Ⓓ $\frac{s}{1 + 10} = 30$

7. Se resta 8 de un número k y se multiplica el resultado por 8. Luego se divide el producto entre 2. ¿Cuál es el resultado final?

Ⓐ $8k - 4$
Ⓑ $4k - 32$
Ⓒ $4k - 8$
Ⓓ $8k - 64$

8. ¿Para qué par de catetos 15 es el valor de la hipotenusa en un triángulo rectángulo?

Ⓐ (5 y 7)
Ⓑ (8 y 11)
Ⓒ (9 y 12)
Ⓓ (10 y 12)

9. Se confecciona una colcha de retazos con 10 piezas cuadradas de género. Si el área de cada cuadrado es 169 milímetros cuadrados, ¿cuál es la longitud de cada cuadrado?

Ⓐ 12 mm
Ⓑ 14 mm
Ⓒ 13 mm
Ⓓ 15 mm

10. ¿Qué número NO está entre 1,5 y 1,75?

Ⓐ $1\frac{1}{4}$
Ⓑ 1,62
Ⓒ 1,73
Ⓓ $1\frac{13}{25}$

11. ¿Entre qué par de números se encuentra $\sqrt{18}$?

Ⓐ 8 y 9
Ⓑ 4 y 5
Ⓒ 7 y 8
Ⓓ 3 y 4

12. Gabriela compró una alfombra cuadrada para poner en el comedor de su casa. Según el fabricante la alfombra tiene un área 16 m^2. ¿Cuánto mide la alfombra por cada lado?

Cada lado de la alfombra mide:

Ⓐ 4 m

Ⓑ 12 m

Ⓒ 2 m

Ⓓ 8 m

13. ¿Qué exponente hace que el enunciado $3^? = 27^2$ sea verdadero?

14. El patio de Fernando tiene forma de cuadrado. Fernando quiere tomar una de las esquinas del patio para hacer un pequeño jardín japonés. Si cada cateto de triángulo rectángulo que forma el jardín mide 7 m y 8 m respectivamente, ¿cuántos metros mide aproximadamente la hipotenusa?

Explica el método que seguiste.

15. Laura tiene 25 años más que su perro. La suma de sus edades es 37. ¿Cuántos años tiene el perro de Laura?

16. Calcula el valor de la expresión, $\frac{4}{5} - \left(\frac{1}{2} - x\right)$ para $x = \frac{1}{5}$.

17. El área de un cuadrado es 169 centímetros cuadrados. ¿Cuál es la longitud de un lado?

18. Desde su casa, Eli recorrió en bicicleta 8 cuadras hacia el Norte y luego 15 cuadras hacia el Oeste hasta la casa de una amiga. ¿A qué distancia en cuadras estaba de su casa por un camino recto?

19. Una bolsa de porotos pesa 95 kilogramos.

a. ¿Cuánto pesan 10 000 bolsas de porotos Escribe tu respuesta en forma estándar.

b. Escribe los números 210 y 10 000 en notación científica.

c. Explica cómo usar las reglas de los exponentes para escribir el peso de 10 000 bolsas de porotos en notación científica.

20. Juan Ignacio trabaja medio día con su padre colocando alfombras industriales. Deben instalar una alfombra en una bodega cuadrada de aproximadamente 876 m^2. La alfombra sólo se puede encargar en metros cuadrados completos.

a. ¿Aproximadamente, cuántos metros de largo tiene la habitación?

b. ¿Aproximadamente, cuántos centímetros cuadrados de alfombra necesitarán Juan Ignacio y su padre para cubrir todo el piso de la habitación? Explica tu razonamiento.

21. El gato de Marisol está atrapado en una rama de un árbol a 7 metros del suelo. Marisol mide 1,67 metros de altura y tiene una escalera de 5 metros de altura.

a. Crea una tabla en la que se muestre la altura del árbol que podrá alcanzar el extremo superior de la escalera si Marisol coloca la base de la escalera a 1, 2, 3, 4 y 5 metros del árbol.

b. ¿A qué altura llegará Marisol si coloca la base de la escalera a las distancias indicadas en la parte **a** y se para sobre un peldaño a 1 metro del extremo superior de la escalera?

c. ¿Crees que Marisol puede usar esta escalera para rescatar a su gato? Explica tu razonamiento.

Responde verdadero (V) o falso (F)

22. ______ Una potencia corresponde al producto de elevar una base a un exponente.

23. ______ Un exponente negativo es un exponente que no produce cambios en la base.

24. ______ Al multiplicar dos potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes.

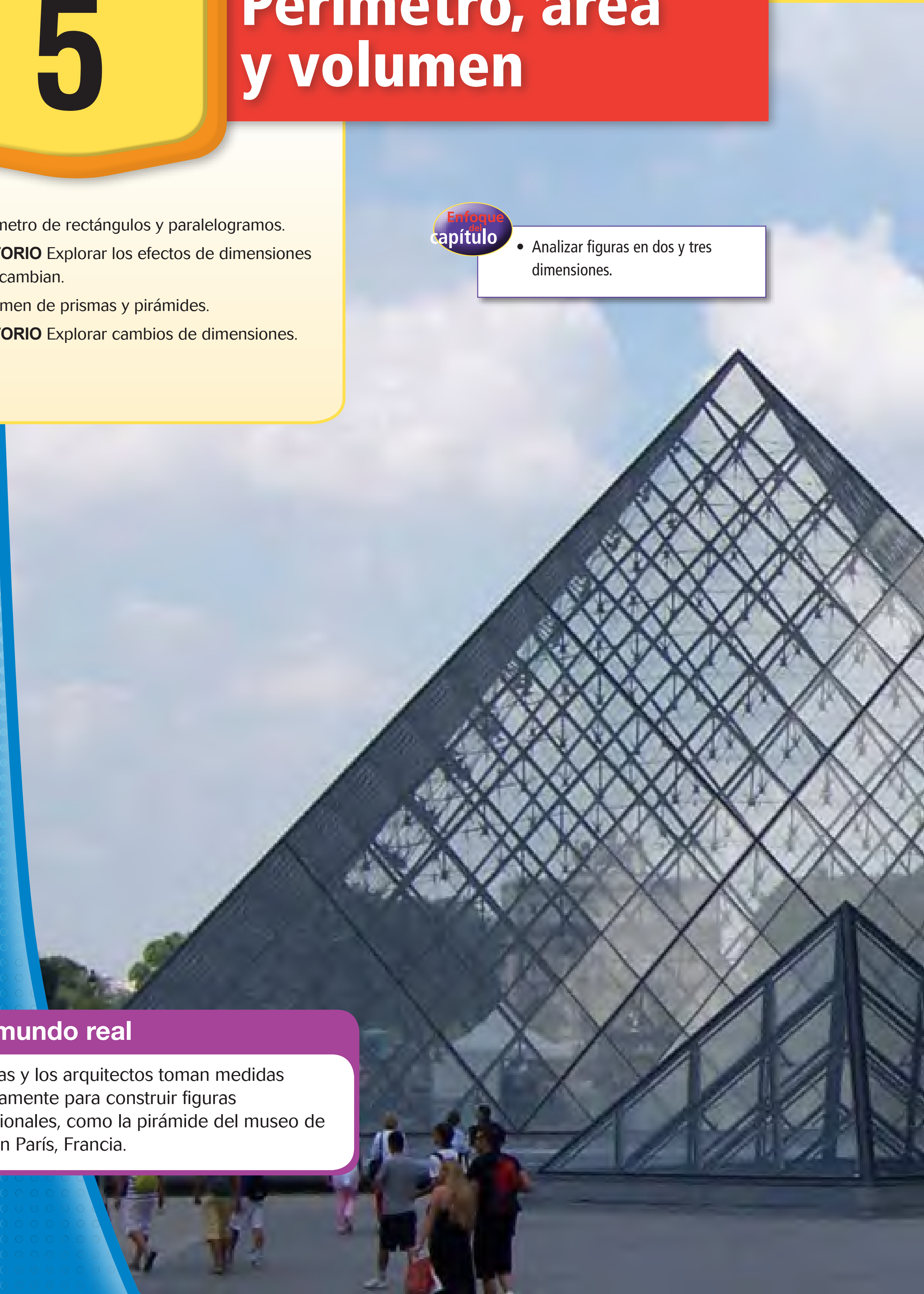
CAPÍTULO

5

Perímetro, área y volumen

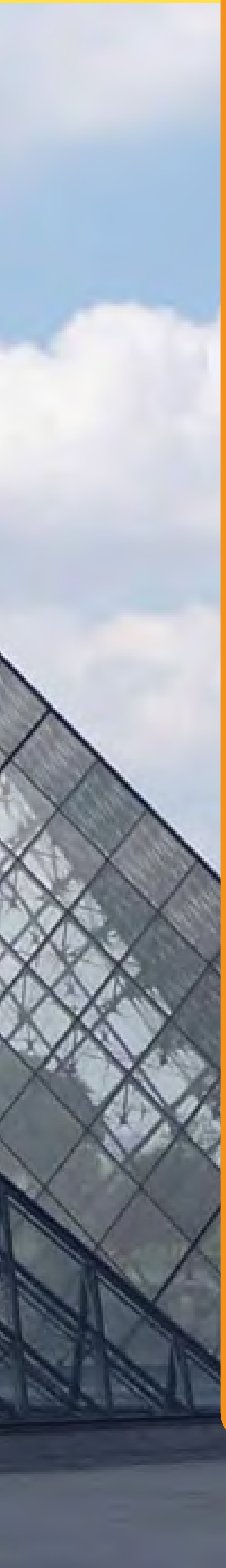
Enfoque del capítulo

- Analizar figuras en dos y tres dimensiones.



En el mundo real

Los artistas y los arquitectos toman medidas cuidadosamente para construir figuras tridimensionales, como la pirámide del museo de Louvre, en París, Francia.



¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

decimal
denominador
fracción
décimas
centésimas
numerador

1. Un(a) ________ es un número que representa una parte de un entero.

2. Un(a) ________ es otra forma de escribir una fracción.

3. Para multiplicar 7 por la fracción $\frac{2}{3}$, multiplica 7 por el/la ________ de la fracción y luego divide el resultado entre el/la ________ de la fracción.

4. Para redondear 7,836 a la décima más cercana, observa el dígito que está en el lugar de los/las ________.

Resuelve los ejercicios para practicar las destrezas que usarás en este capítulo.

Números elevados al cuadrado y al cubo

Evalúa.

5. 16^2
6. 9^3
7. $(4,1)^2$
8. $(0,5)^3$
9. $\left(\frac{1}{4}\right)^2$
10. $\left(\frac{2}{5}\right)^2$
11. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$
12. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

Multiplicar con fracciones

Multiplica.

13. $\frac{1}{2}(8)(10)$
14. $\frac{1}{2}(3)(5)$
15. $\frac{1}{3}(9)(12)$
16. $\frac{1}{3}(4)(11)$
17. $\frac{1}{2}(8^2)16$
18. $\frac{1}{2}(5^2)24$
19. $\frac{1}{2}(6)(3 + 9)$
20. $\frac{1}{2}(5)(7 + 4)$

Multiplicar con decimales

Multiplica. Escribe cada respuesta a la décima más cercana.

21. $2(3,14)(12)$
22. $3,14(5^2)$
23. $3,14(4^2)(7)$
24. $3,14(2,3^2)(5)$

Multiplicar con fracciones y decimales

Multiplica. Escribe cada respuesta a la décima más cercana.

25. $(3,14)(5^2)(7)$
26. $\frac{1}{3}(3,14)(5^3)$
27. $\frac{1}{3}(3,14)(3,2)^2(2)$
28. $\frac{4}{3}(3,14)(2,7)^3$
29. $\frac{1}{5}\left(\frac{22}{7}\right)(4^2)(5)$
30. $\frac{4}{11}\left(\frac{22}{7}\right)(3,2^3)$
31. $\frac{1}{2}\left(\frac{22}{7}\right)(1,7)^2(4)$
32. $\frac{7}{11}\left(\frac{22}{7}\right)(9,5)^3$

CAPÍTULO

5

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Construiste y comparaste triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o ángulos.
- Comprendiste el concepto de área de superficie en cubos y paralelepípedos.
- Calculaste la superficie de cubos y paralelepípedos expresando el resultado en cm^2 y m^2.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo hallar el perímetro de paralelogramos.
- Cómo describir los efectos en el perímetro cuando las dimensiones de una figuran cambian proporcionalmente.
- Cómo hallar el volumen de prismas y pirámides.
- Cómo describir el efecto en el volumen cuando las dimensiones de un cuerpo geométrico cambian proporcionalmente.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para determinar la cantidad de materiales necesarios para construir una casa para el perro.
- Para convertir las dimensiones de un modelo a dimensiones del mundo real.

Vocabulario

perímetro
altura
unidad cúbica
volumen

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos de vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. El prefijo *peri-* significa "alrededor" y la raíz *metro* significa "manera de medir". ¿Qué supones que significa **perímetro**?

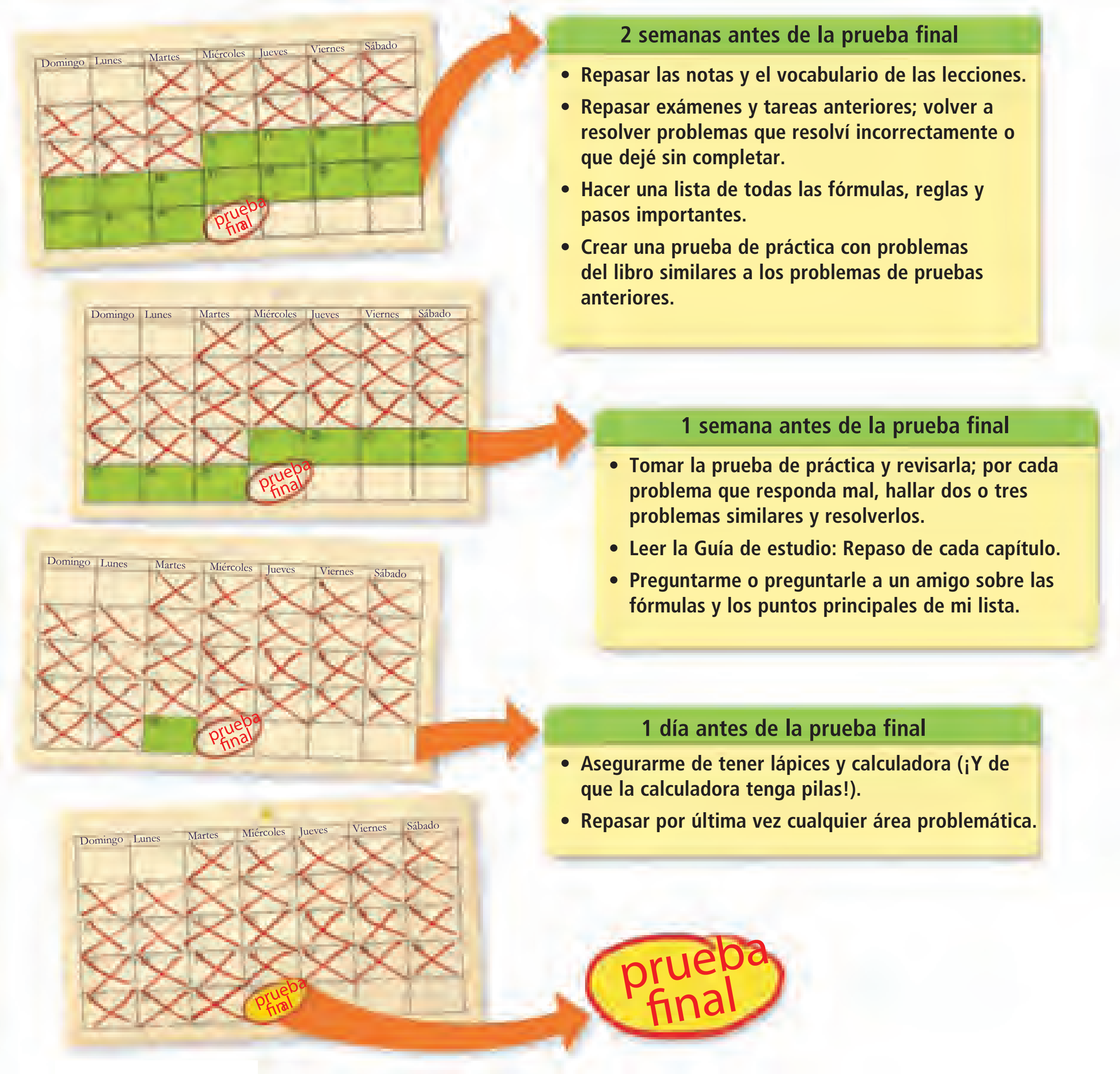
2. Cuando hablamos de altura nos referimos a la medida vertical de un objeto o cuerpo. ¿Cómo relacionas este concepto con la **altura** en geometría?

3. Ya conoces lo que es un cubo (figura tridimensional). ¿Qué podrías inferir que se trata de definir al hablar de **unidad cúbica**?

CAPÍTULO 5

Estrategia de estudio: Prepárate para la prueba final

Matemáticas es una materia acumulativa; por lo tanto, tu prueba abarcará todo lo que aprendiste desde el comienzo del curso. La clave para alcanzar el éxito en la prueba es estar preparado.



2 semanas antes de la prueba final

- Repasar las notas y el vocabulario de las lecciones.
- Repasar exámenes y tareas anteriores; volver a resolver problemas que resolví incorrectamente o que dejé sin completar.
- Hacer una lista de todas las fórmulas, reglas y pasos importantes.
- Crear una prueba de práctica con problemas del libro similares a los problemas de pruebas anteriores.

1 semana antes de la prueba final

- Tomar la prueba de práctica y revisarla; por cada problema que responda mal, hallar dos o tres problemas similares y resolverlos.
- Leer la Guía de estudio: Repaso de cada capítulo.
- Preguntarme o preguntarle a un amigo sobre las fórmulas y los puntos principales de mi lista.

1 día antes de la prueba final

- Asegurarme de tener lápices y calculadora (¡Y de que la calculadora tenga pilas!).
- Repasar por última vez cualquier área problemática.

Inténtalo

1. Crea una línea cronológica que usarás para estudiar para tu prueba final.

CAPÍTULO 5–1

Perímetro de rectángulos y paralelogramos

Aprender a hallar el perímetro de rectángulos y paralelogramos.

Vocabulario

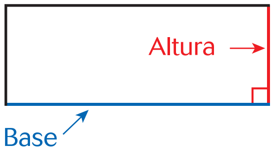
perímetro

altura

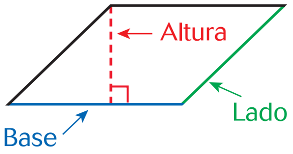
La colcha de retazos conmemorativa por las víctimas del sida de la Fundación Proyecto NAMES es un tributo a los que murieron a causa del sida. Esta colcha contiene más de 91 000 nombres escritos en más de 46 000 paneles rectangulares que miden 3 m por 6 m. Para hallar el tamaño de la colcha, debes hallar el perímetro y el área de un rectángulo.

Cualquier lado de un rectángulo o paralelogramo puede ser su base. La **altura** se mide a lo largo de una línea perpendicular a la base.

Rectángulo



Paralelogramo



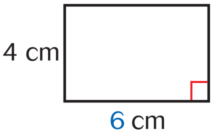
El **perímetro** es la distancia alrededor del contorno de una figura. Para hallar el perímetro de una figura, suma las longitudes de todos sus lados.

EJEMPLO 1

Hallar el perímetro de rectángulos y paralelogramos

Halla el perímetro de cada figura.

A



$P = 6 + 6 + 4 + 4$ *Suma las longitudes de todos los lados.*

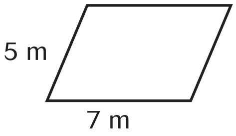
$= 20$ cm

o $P = 2b + 2h$ *Perímetro del rectángulo*

$= 2(6) + 2(4)$ *Sustituye b por 6 y h por 4.*

$= 12 + 8 = 20$ cm

B



$P = 5 + 5 + 7 + 7 = 24$ m *Suma las longitudes de todos los lados.*

¡Atención!

A veces, los términos longitud (l) y ancho (a) se usan en lugar de base (b) y altura (h). Por lo tanto, la fórmula para hallar el perímetro de un rectángulo se puede escribir como $P = 2b + 2h = 2l + 2a = 2(l + a)$.

EJEMPLO 2 Usar una gráfica para hallar el perímetro

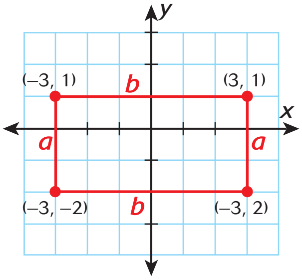
Representa gráficamente y halla el perímetro de cada figura con los vértices dados.

A **(–3, –2), (3, –2), (3, 1), (–3, 1)**

$P = a + a + b + b$ *Perímetro del rectángulo*

$= 3 + 3 + 6 + 6$ *Sustituye a por 3 y b por 6.*

$= 18$ unidades

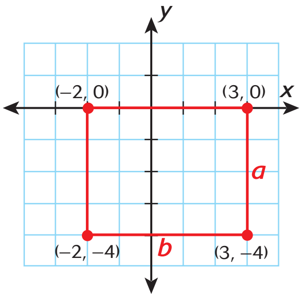


B **(–3, –2), (3, –2), (3, 1), (–3, 1)**

$P = a + a + b + b$ *Perímetro del rectángulo*

$= 6 + 6 + 4 + 4$ *Sustituye a por 6 y b por 4.*

$= 20$ unidades



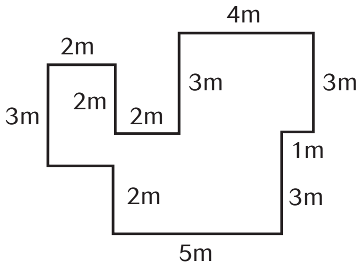
Pista útil

La fórmula para hallar el perímetro de un paralelogramo también se puede escribir como $P = 2a + 2b$.

EJEMPLO 3 Hallar el perímetro de una figura compuesta

Halla el perímetro de la figura

La longitud del lado que no está rotulado es igual a la longitud del lado opuesto, 2m.



$P = 3 + 2 + 2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 5 + 2 + 2$

$= 32$ m

Razonar y comentar

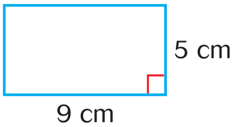
1. **Indica** cómo el conocimiento del cálculo de perímetro te puede ser de utilidad para la vida cotidiana, por ejemplo, en el campo.
2. **Explica** en qué caso es posible calcular el perímetro de un cuadrilátero conociendo la medida de sólo uno de sus lados.

5–1 Ejercicios

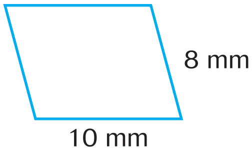
PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Halla el perímetro de cada figura.**

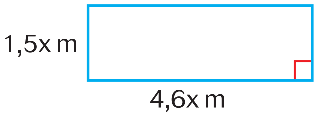
1.



2.



3.

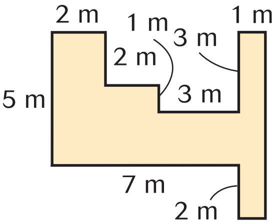


Ver ejemplo 2 **Representa gráficamente y halla el perímetro de cada figura con los vértices dados.**

4. (–2, –3), (–2, 0), (4, 0), (4, –3)

5. (–2, 3), (0, 3), (0, –4), (–2, –4)

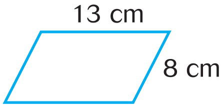
Ver ejemplo 3 **6.** Halla el perímetro de la figura.



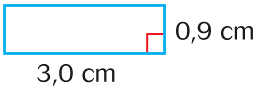
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Halla el perímetro de cada figura.**

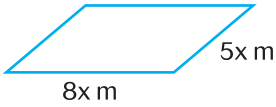
7.



8.



9.

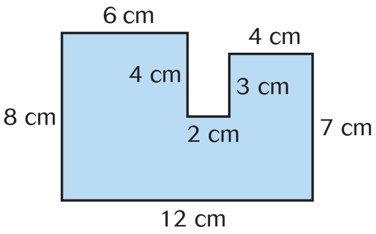


Ver ejemplo 2 **Representa gráficamente y halla el perímetro de cada figura con los vértices dados.**

10. (–1, –1), (–1, –6), (2, –6), (2, –1)

11. (3, –2), (6, –2), (6, 2), (3, 2)

Ver ejemplo 3 **12.** Halla el perímetro de la figura.

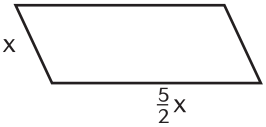


PRÁCTICA Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Halla el perímetro de las figuras.

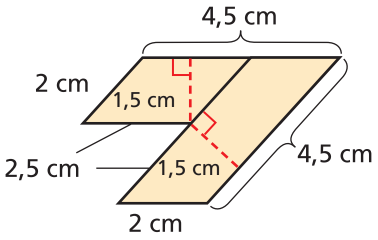
13.

14.

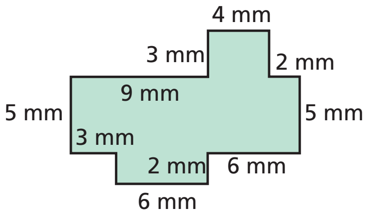


Halla el perímetro de cada figura.

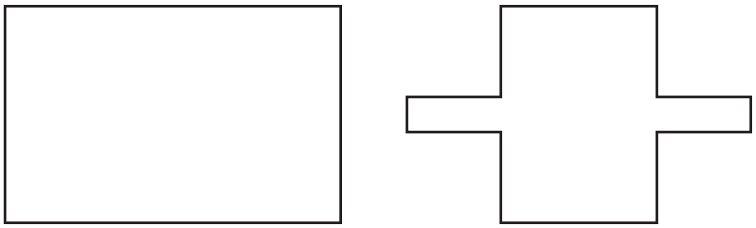
15.



16.



17. Observa las siguientes figuras e indica cuál de ellas, a tu juicio, tiene un perímetro mayor.

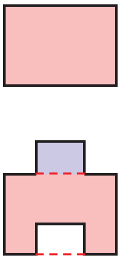


18. Mide las figuras del ejercicio anterior y comprueba si tu hipótesis era correcta.

19. **Varios pasos** Una pista rectangular de patinaje sobre hielo mide 50 metros por 75 metros. Cuesta $1 350 por metro instalar una valla protectora de plástico transparente alrededor de la pista. ¿Cuánto cuesta rodear la pista con la valla de plástico transparente?

20. **¿Cuál es la pregunta?** Un rectángulo tiene una base de 6 mm y una altura de 5,2 mm. Si la respuesta es 22,4 mm^2, ¿cuál es la pregunta?

21. **Escríbelo** Se muestran un rectángulo entero y otro igual al que se le recortó un pequeño rectángulo que se colocó sobre el borde superior. ¿Las dos figuras tienen el mismo perímetro? Explica.



22. **Desafío** Una regla mide 30 cm de largo y 5 cm de ancho. ¿Cuántas reglas de este tamaño se pueden hacer con un trozo de madera rectangular de 544 cm^2 con una base de 32 cm de longitud?

Repaso

23. Representa gráficamente la figura con los vértices (2, 5), (–3, 5), (–5, 1) y (0, 1). Halla el perímetro de la figura. Explica cómo hallaste el perímetro.

Resuelve. Comprueba tu respuesta.

24. $5x + 2 = -18$ **25.** $\frac{b}{-6} + 12 = 5$ **26.** $\frac{a+4}{11} = -3$ **27.** $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

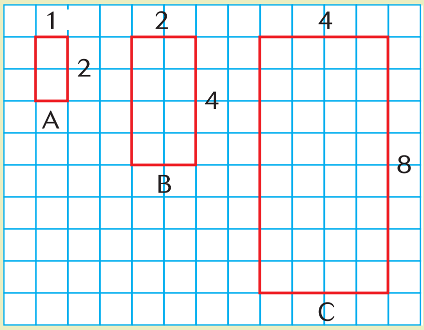
Laboratorio de PRÁCTICA

5-1

Explorar los efectos de dimensiones que cambian

Para usar con la lección 5-1

Puedes usar papel cuadriculado para explorar cómo el cambio de las dimensiones de una figura afecta el perímetro y el área de la figura.



Actividad

① Dibuja los siguientes rectángulos semejantes en papel cuadriculado.

A: 1 • 2 unidades, B: 2 • 4 unidades, C: 4 • 8 unidades

Copia la siguiente tabla. Completa la información que falta.

Rectángulo	Base	Altura	Perímetro	$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Base}}$
A				
B				
C				

② Dibuja otros dos rectángulos que sean semejantes a los rectángulos de la Parte 1. Llámalos Rectángulos *D* y *E*.

a. Halla la base, la altura y el perímetro.

b. Agrega esta información a tu tabla.

Razonar y comentar

1. Observa los rectángulos *B* y *C*. ¿Qué observas al comparar las bases, las alturas y los perímetros?
2. **Haz una conjetura** ¿Qué proporción relaciona el perímetro y la base de un rectángulo semejante con el perímetro y la base de *A*?

Inténtalo

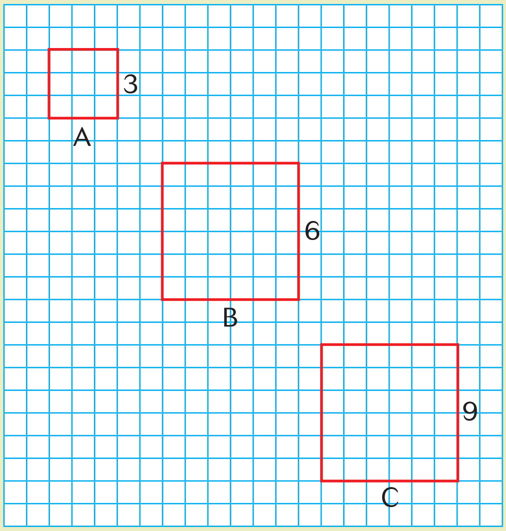
Usa papel cuadriculado para hacer cuatro figuras semejantes a cada figura dada. Haz una tabla de las bases, las alturas y los perímetros de cada una. ¿Es válida tu conjetura?

1. rectángulo: 2 • 6 unidades
2. cuadrado: 3 • 3 unidades
3. rectángulo: 2 • 8 unidades

Actividad

① Dibuja los siguientes cuadrados semejantes en papel cuadriculado.

A: 3 cm de lado B: 6 cm de lado C: 9 cm de lado



Completa la siguiente tabla con la información que falta.

Rectángulo	Base	Altura	Perímetro	Área
A				
B				
C				

② Dibuja otros dos cuadrados: el primero con lado 1,5 cm y el segundo con lado 18 cm. Llámalos cuadrados *D* y *E*.

a. Calcula su perímetro y área

b. Agrega esta información a tu tabla de datos anterior

Razonar y comentar

1. Al observar los cuadrados A y C, ¿qué relación puedes establecer entre las áreas y perímetros de cada uno de ellos?

2. **Haz una conjetura** ¿Qué relación puede existir entre el lado de un cuadrado y su perímetro? ¿Qué relación de proporción existe entre el cuadrado A y el cuadrado C?

Inténtalo

Dibuja tres cuadrados semejantes entre sí (no necesariamente semejantes a los del ejercicio anterior), y luego completa la tabla de datos con las bases, alturas, perímetros y áreas de cada uno de ellos. ¿Es válida tu conjetura para los cuadrados? Escribe tu respuesta en el cuaderno.

1. rectángulo: 2 • 6 unidades **2.** cuadrado: 3 • 3 unidades **3.** rectángulo: 2 • 8 unidades

CAPÍTULO

5–2

Volumen de prismas y pirámides

Aprender a hallar el volumen de prismas y pirámides

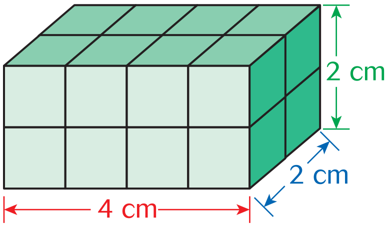
Cualquier figura tridimensional puede llenarse completamente con cubos congruentes y partes de cubos. El **volumen** de una figura tridimensional es la cantidad de cubos que puede contener. Cada cubo representa una unidad de medida llamada **unidad cúbica**.

Para hallar el volumen de un prisma rectangular, puedes contar los cubos o multiplicar las longitudes de las aristas.

Vocabulario

volumen

unidad cúbica



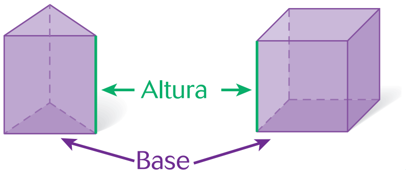
4 cm • 2 cm • 2 cm = 16 cm^3

longitud • ancho • altura = volumen

área de la base • altura = volumen

El **volumen** de un prisma es el área de su base multiplicada por su altura.

Volumen de un prisma

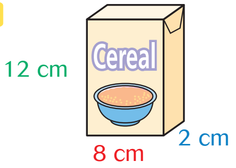
El volumen V de un prisma es el área de su base A_{base} por su altura h.	$V = Ah$	

EJEMPLO 1

Usar una fórmula para hallar el volumen de un prisma

Hallar el volumen de cada figura.

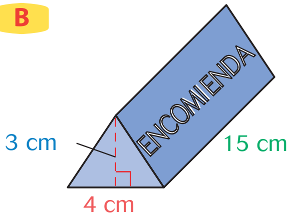
A



$V = Ah$	*Usa la fórmula. La base es un rectángulo:* $A_{base} = 8 \cdot 2 = 16$
$V = 16 \cdot 12$	*Sustituye A y h.*
$V = 192$	*Multiplica.*

El volumen de la caja de cereales es de 192 cm^3.

B



$V = A_{base} \cdot h$	*Usa la fórmula. La base es un triángulo:* $A_{base} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$.
$V = 6 \cdot 15$	*Sustituye B y h.*
$V = 90$	*Multiplica.*

El volumen de la encomienda es 90 cm^3.

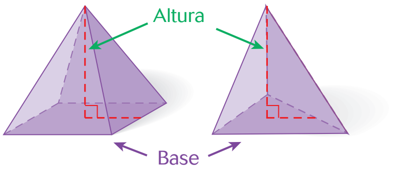
Leer matemáticas

Cualquier unidad de medida con un 3 como exponente es una unidad cúbica. Por ejemplo, m^3 significa "metro cúbico" y cm^3 significa "centímetro cúbico".

Volumen de una pirámide

El volumen V de una pirámide es un tercio el área de su base B por su altura h.

$$V = \frac{1}{3}(A_{base} \bullet h)$$

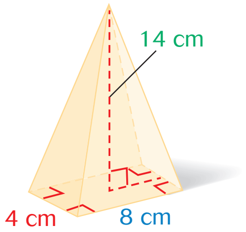


EJEMPLO 2

Hallar el volumen de una pirámide

Halla el volumen de cada pirámide redondeado a la décima más cercana. Estima para comprobar si tu respuesta es razonable.

A



$V = \frac{1}{3} \cdot (A_{base} \bullet h)$ *Usa la fórmula. La base es un rectángulo:* $A_{base} = 4 \bullet 8 = 32.$

$V = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 14$ *Sustituye B y h.*

$V \approx 149{,}3 \text{ cm}^3$ *Multiplica.*

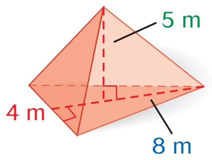
Estima.

$V \approx \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 15$ *Redondea las medidas.*

$\approx 150 \text{ cm}^3$ *La respuesta es razonable.*

Halla el volumen de la pirámide redondeado a la décima más cercana. Estima para comprobar si tu respuesta es razonable.

B



$V = \frac{1}{3}Bh$ *Usa la fórmula. La base es un triángulo; por lo tanto,* $B = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16.$

$V = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 5$ *Sustituye B y h.*

$V \approx 26.7 \text{ m}^3$ *Multiplica.*

Estima.

$V \approx \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 5$ *Redondea las medidas.*

$\approx 25 \text{ m}^3$ *La respuesta es razonable.*

Razonar y comentar

1. **Explica** qué es una unidad cúbica. ¿Qué unidades usarías para expresar el volumen de una figura medida en metros?
2. **Compara** y comenta las fórmulas del volumen de un prisma y de una pirámide. ¿En qué se parecen? ¿En qué se diferencian?

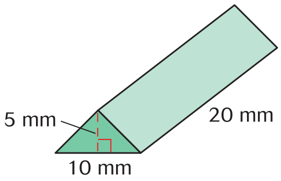
5–2 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

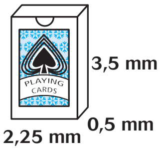
Ver ejemplo 1 **Halla el volumen de cada figura.**

1.

2.

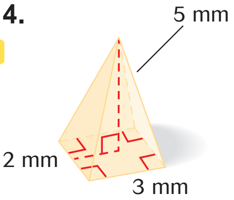


3.

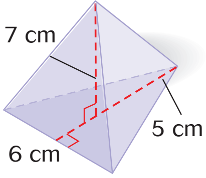


Ver ejemplo 2 **¿Cuál es el volumen de cada pirámide redondeado a la décima más cercana? Estima para comprobar si tu respuesta es razonable.**

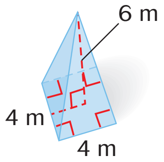
4. A



5.

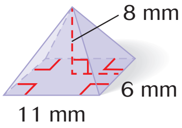


6.

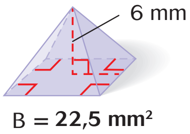


Calcula el volumen de cada pirámide redondeado a la décima más cercana. Estima para comprobar si tu respuesta es razonable.

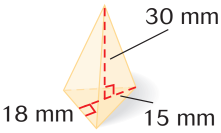
7. B



8.



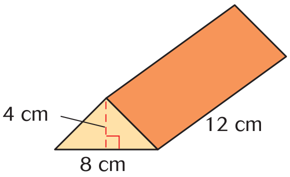
9.



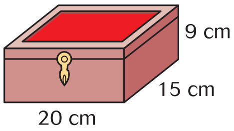
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Halla el volumen de cada figura.**

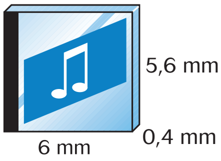
10.



11.

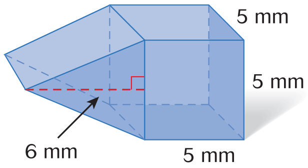


12.



Ver ejemplo 2 **Calcula el volumen de la figura compuesta.**

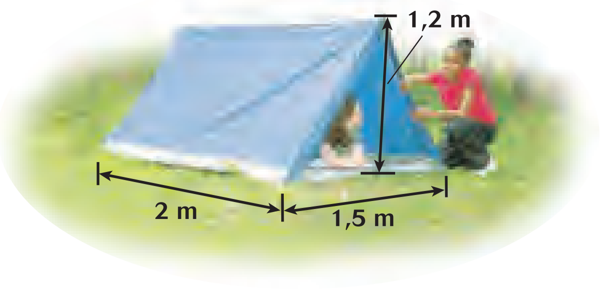
13.



PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

14. **Varios pasos** La base de un prisma triangular es un triángulo rectángulo con una hipotenusa de 10 m de largo y un cateto de 6 m de largo. Si la altura del prisma es 12 m, ¿cuál es el volumen del prisma?

15. **Recreación** La carpa de la figura tiene forma de prisma triangular. ¿Cuántos metros cúbicos de espacio hay en la carpa?



15. **Varios pasos** Halla el volumen de una pirámide triangular de 8 cm de altura que tiene como base un triángulo rectángulo con una hipotenusa de 5 cm y un cateto de 3 cm.

17. **Arquitectura** La torre de un edificio es una pirámide cuadrangular de 12 metros cuadrados de base y una altura de 15 metros. ¿Cuántos metros cúbicos de concreto se usaron para hacer la torre?

18. **Razonamiento crítico** Escribe una proporción de volúmenes para las figuras dadas.

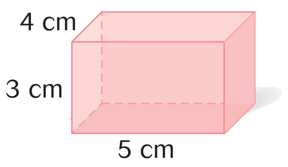


Figura 1

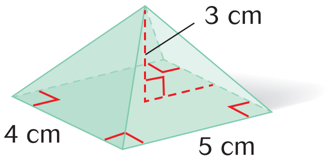


Figura 2

19. **Escríbelo** Explica las semejanzas y las diferencias entre hallar el volumen de una pirámide y hallar el volumen de un prisma triangular.

20. **Desafío** ¿Qué efecto tiene duplicar el área de la base de una pirámide en el volumen de la pirámide?

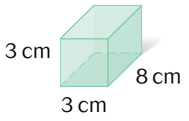
Repaso

21. ¿Cuál es el volumen de un prisma triangular de 10 cm de largo, 7 cm de ancho y 4 cm de altura?

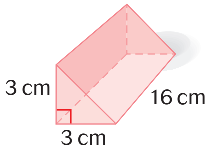
Ⓐ 110 cm^3 Ⓑ 140 cm^3 Ⓒ 205 cm^3 Ⓓ 280 cm^3

22. ¿Qué figuras tienen el mismo volumen?

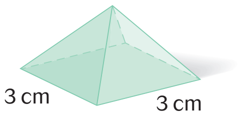
I



II



III



Ⓐ I y II Ⓑ I y III Ⓒ II y III Ⓓ I, II y III

23. ¿Cuál es el volumen de un cubo que tiene 20 cm de arista?

Ⓐ 40 cm^3 Ⓑ 8 000 cm^3 Ⓒ 200 cm^3 Ⓓ 800 cm^3

Laboratorio de

PRÁCTICA

5-2

Explorar cambios de dimensiones

Para usar con la lección 5-2

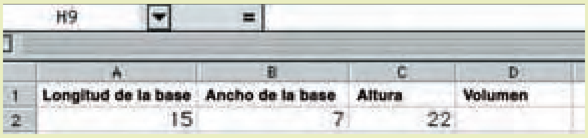
Puedes usar una hoja de cálculo para explorar qué ocurre con el volumen de una pirámide de base rectangular cuando se cambian sus dimensiones.

Actividad

① En una hoja de cálculo, escribe los siguientes títulos:

Longitud de la base en la celda A1,
Ancho de la base en la celda B1,
Altura en la celda C1 y
Volumen en la celda D1.

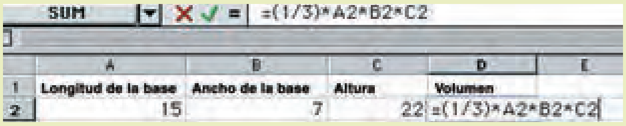
En la fila 2, escribe los números 15, 7 y 22, como se muestra a la derecha.



H9 =

	A	B	C	D
1	Longitud de la base	Ancho de la base	Altura	Volumen
2	15	7	22	

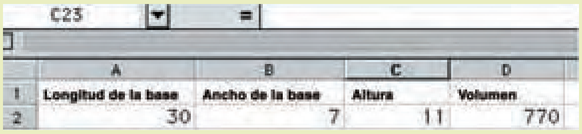
② Luego, escribe la fórmula del volumen de una pirámide en la celda D2. Para hacerlo, escribe **(1/3) *A2*B2*C2**. Oprime **ENTER** y observa que el volumen es 770.



SUM = =(1/3)*A2*B2*C2

	A	B	C	D	E
1	Longitud de la base	Ancho de la base	Altura	Volumen	
2	15	7	22	=(1/3)*A2*B2*C2	

③ Escribe 30 en la celda A2 y 11 en la celda C2 para hallar qué sucede con el volumen cuando duplicas la longitud de la base y reduces la altura a la mitad.



C23 =

	A	B	C	D
1	Longitud de la base	Ancho de la base	Altura	Volumen
2	30	7	11	770

Razonar y comentar

1. Explica por qué el volumen de la pirámide no cambia al duplicar la longitud de la base y reducir la altura a la mitad.

2. ¿De qué otras maneras puedes cambiar las dimensiones de la pirámide sin que cambie su volumen?

Inténtalo

Usa una hoja de cálculo para calcular y analizar los cambios de dimensiones de cada prisma dado:

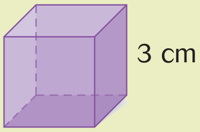
1. Longitud de la base = 12 cm; ancho de la base = 8 cm; altura = 4 cm.

2. Longitud de la base triangular = 10 cm; ancho de la base triangular = 6 cm; altura del prisma triangular = 8 cm.

Actividad

Utilizaremos nuestros conocimientos de área y perímetro para explorar los cambios que ocurren en el volumen de un cubo (prisma recto), cuando se alteran sus dimensiones.

① Dibuja en tu cuaderno el cubo de la figura, **respetando las dimensiones** (la imagen se muestra a escala, es decir, con dimensiones que no corresponden, por lo tanto no debes copiarla exactamente igual).



② Aplicando las fórmulas de volumen de prismas rectos, calcula esta dimensión del cubo.

Área de la base • altura = volumen

$9 \text{ cm}^2 \cdot 3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^3$

③ Duplica la medida de la altura del cubo (y por ende de todo el cuerpo geométrico) y calcula nuevamente su volumen. Una vez hecho el cálculo, compara el volumen de la figura inicial con el volumen de la figura con los cambios realizados.

Razonar y comentar

1. Explica cuál es el efecto que produce la alteración de la altura de un cubo, y establece, si es que hay un cambio, la proporción entre las alturas de ambos cubos y su volumen.

2. **Haz una conjetura** ¿Que pasaría con el cubo si la altura inicial se redujera a la mitad?

Inténtalo

Dibuja los siguientes cubos en tu cuaderno y aplica los cambios que se indican en cada caso para confirmar tu conjetura.

1. Cubo de altura 6, que luego se reduce en $\frac{1}{3}$.

2. Cubo de altura 1, que luego se aumenta 4 veces.

CAPÍTULO 5

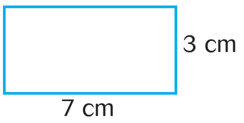
¿Listo para seguir?

Prueba de las Lecciones 5-1 a 5-2

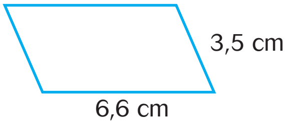
5-1 Perímetro de rectángulos y paralelogramos

Halla el perímetro de cada figura

1.



2.



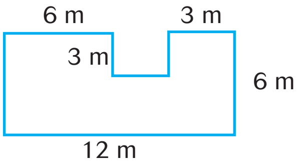
Representa gráficamente cada figura con los vértices dados.

3. (–5, 0), (–1, 0), (–6, –3), (–2, –3)

4. (–3, 4), (1, 4), (–4, –3), (0, –3)

Halla el perímetro de las siguiente figura

5.



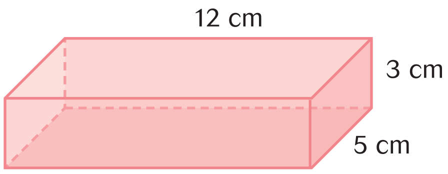
5-2 Volumen de prismas y pirámides

6. Una caja tiene forma de prisma rectangular. Mide 60 cm de largo, 20 cm de ancho y 30 cm de altura. Halla su volumen.

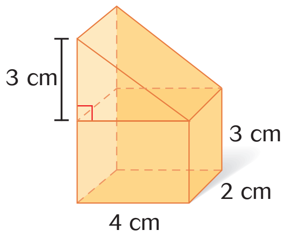
7. Una caja con forma de pirámide triangular se desea llenar con caramelos. Encuentra su volumen si su base mide 5 cm, la altura 8 cm y la altura de la pirámide es de 7 cm.

Halla el volumen de cada figura compuesta redondeado a la décima más cercana.

8.

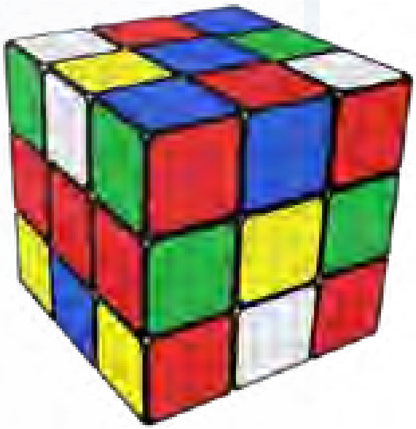


9.



CONEXIONES con el mundo real

El cubo Rubik en Chile



En nuestro país, existen diferentes agrupaciones que se dedican a crear comunidades, competencias e incluso colecciones de diferentes cubos Rubik. Basta con investigar por internet para encontrarse con que en Chile son muchos los fanáticos de este popular juego.

En todo el mundo, se conoce el cubo Rubik como uno de los juegos más entretenidos, y que genera incluso concursos para comprobar quién es capaz de armarlo en el menor tiempo posible.

El cubo Rubik es un rompecabezas mecánico tridimensional inventado por el escultor y profesor de arquitectura húngaro Ernö Rubik en 1974. Originalmente llamado "cubo mágico", el rompecabezas fue licenciado por Rubik para ser vendido en 1980 y ganó el premio alemán a mejor juego del año en la categoría Mejor rompecabezas ese mismo año. Se han vendido más de 350 millones de cubos en todo el mundo, haciéndolo el juego de rompecabezas más vendido . Por otra parte, se ha comprobado que el cubo Rubik es un excelente material para comprender matemática, permitiendo conocer, entre otros temas, el volumen de prismas regulares.

La medida oficial del cubo Rubik tiene una altura de 5,6 cms por lado. Existen diferentes versiones, de acuerdo a los lanzamientos que el producto ha ido generando.

1. Completa la tabla con la información de diferentes posibilidades de cubo rubik, de acuerdo a su altura.

Altura	Base	Perímetro	Área	Volumen
5,6 cm				
3 cm				
7 cm				

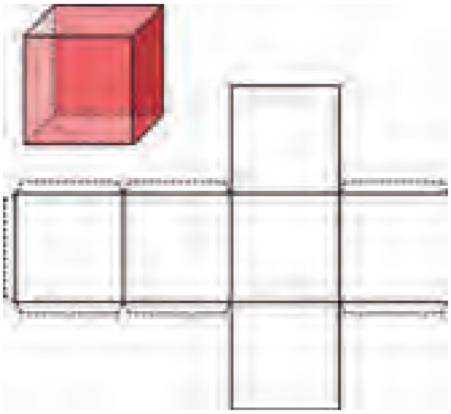
2. Compara el volumen de cada uno de los cubos Rubik del ejemplo y responde si efectivamente el proporcional el cambio de altura con el cambio de volumen.
3. Crea tu propia versión del cubo Rubik asignando la medida de la altura que desees, calcula su área y su volumen para comprobar nuevamente la proporcionalidad de un cambio en la altura y el volumen del prisma rectangular.
4. Dibuja en tu cuaderno el cubo Rubik con las dimensiones que definiste en el ejercicio anterior.

¡Vamos a Jugar!

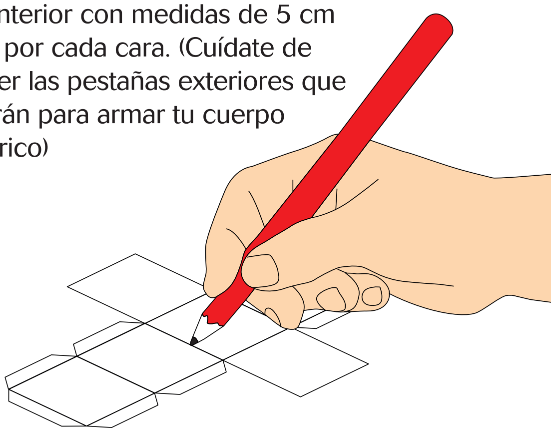
Construyendo cuerpos geométricos

Es posible, usando las medidas adecuadas, construir cuerpos geométricos a partir de un modelo plano. A estos modelos planos a partir de los cuales es posible construir cuerpos geométricos se les denomina redes.

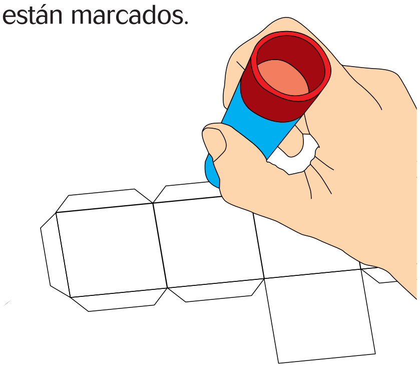
Para construir un cubo podemos usar una red como la que se muestra.



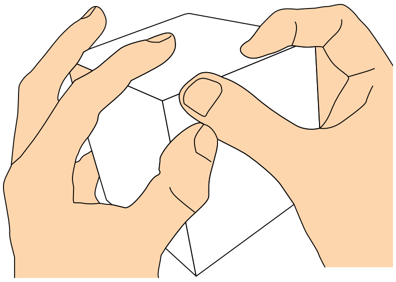
Toma un trozo de cartulina y dibuja la red anterior con medidas de 5 cm de lado por cada cara. (Cuídate de mantener las pestañas exteriores que te servirán para armar tu cuerpo geométrico)



Recorta la red y dobla por los lados que están marcados.



Pega las pestañas exteriores al interior de las caras correspondientes.



Pinta con tempera tu cubo y dibuja en sus caras los adornos que prefieras.

ACTIVIDAD GRUPAL

Bingo de ecuaciones

El objetivo de este juego es formar tríos pitagóricos, que son grupos de tres números naturales a, b y c tales que $a^2 + b^2 = c^2$. Se coloca una baraja de cartas con los números hacia abajo. Los jugadores levantan 3 cartas por turno para intentar formar un trío pitagórico. Si las cartas no forman un trío pitagórico, se vuelven a colocar en su posición original. Una versión de este juego lo puedes encontrar en http://anagarciaazcarate.wordpress.com/2012/07/25/bingo-de-ecuaciones-equivalentes/

Materiales

- papel blanco
- tijeras
- papel decorativo
- corchetera
- perforadora
- cordel o hilo
- tubo de cartón
- pegamento
- plumones

¡Está en la bolsa!

PROYECTO El diario tubular

Usa este diario para tomar notas sobre perímetro, área y volumen. Luego, ¡enrolla el diario y guárdalo en un tubo!

Instrucciones

1. Toma varias hojas de papel. Recorta el extremo de cada hoja.
2. Apila las hojas y dóblalas por la mitad a lo largo para formar un diario. Cubre la parte exterior con papel decorativo, recórtalo si fuera necesario y corchetea todas las hojas por el borde. **Figura A**
3. Haz un orificio en la esquina superior izquierda del diario. Ata un cordel o hilo. **Figura B**
4. Usa pegamento para cubrir un tubo de cartón con papel decorativo. Luego, escribe el nombre y número del capítulo en el tubo.

Tomar notas de matemáticas

Usa tu diario para tomar notas sobre perímetro y volumen. Luego enrolla el diario y guárdalo en el tubo de cartón. Asegúrate de que el cordel cuelgue del tubo, de modo que el diario pueda extraerse fácilmente.

CAPÍTULO
5
Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

Perímetro	184
Altura	184
Volumen	190
Unidad cúbica	190

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. En una figura bidimensional, el/la______________es la distancia alrededor del contorno de la figura.

2. En una figura tridimensional, podemos llenar su espacio con cubos congruentes, cada uno de los cuales se conoce como______________

3. El espacio que ocupa un cuerpo geométrico, o la cantidad de unidades cúbicas que puede contener, recibe el nombre de ______________

EJEMPLOS

5-1 Perímetro de rectángulos y paralelogramos

- **Halla el área y el perímetro de un rectángulo con una longitud de 2 m y un ancho de 5 m.**

$P = 2l + 2a$

$= 2(5) + 2(2)$

$= 10 + 4 = 14$ m

Usa este ejemplo de modelo para resolver los ejercicios 5 al 14.

EJERCICIOS

Halla el perímetro de cada figura.

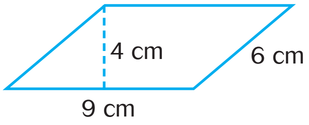
4. Un rectángulo con una base de $1\frac{2}{3}$ m y una altura de $4\frac{1}{3}$ m.

5. Un paralelogramo con una base de 18 m, una longitud lateral de 22 m y una altura de 11 m.

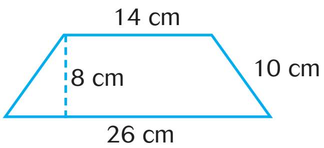
6. Un rectángulo con una base de 3,5 cm y una altura de 5,2 cm.

7. Un paralelogramo con una base de 4 cm, una longitud lateral de 14 cm y una altura de 9 cm.

8.



9.

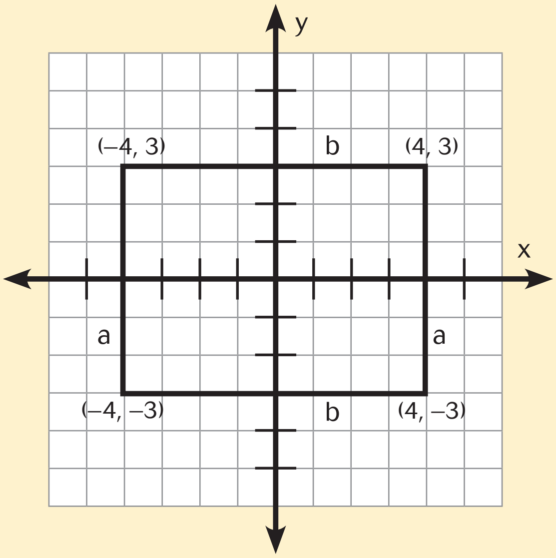


EJEMPLOS

- **Usa una gráfica para hallar el perímetro**

Halla el perímetro de la figura representada en la gráfica con los siguientes vértices:

(–4, –3), (4, –3), (4, 3), (–4, 3)



$P = a + a + b + b$ perímetro del rectángulo

$= 6 + 6 + 8 + 8$ sustituye a por 6 y b por 8

$= 48$ unidades

EJERCICIOS

10. Calcula el perímetro de un cuadrado de lado 8 cm.

11. Calcula el perímetro de un cuadrado de lado 16 m.

12. ¿Qué medida tienen los lados de un cuadrado que tiene un perímetro de 16 mm?

13. Si tengo un terreno cuadrado de lados de 11 metros y deseo cerrarlo con 5 corridas de alambre. ¿Cuánto alambre necesito?

Representa gráficamente y halla el perímetro de cada figura con los vértices dados.

14. (–5, –2), (5, –2), (5, 6), (–5, 6)

15. (–6, –3), (6, –3), (6, 4), (–6, 4)

16. (–2, –1), (2, –1), (2, 1), (–2, 1)

17. (–2, 4), (–2, –2), (1, –2), (1, 4)

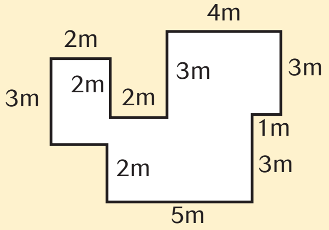
18. (–1, –3), (1, –3), (1, 1), (–1, 1)

19. (–3, –6), (0, –6), (0, 0), (–3, 0)

EJEMPLOS

- **Halla el perímetro de la figura compuesta.**
La longitud del lado que no está rotulado es igual a la longitud del lado opuesto, 2m.

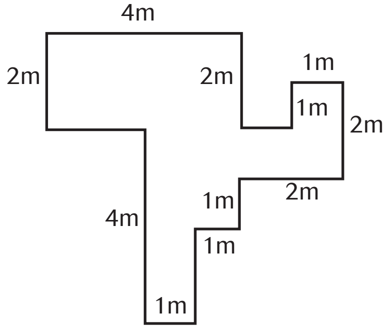
$$P = 3 + 2 + 2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 5 + 2 + 2$$
$$= 32\text{m}$$



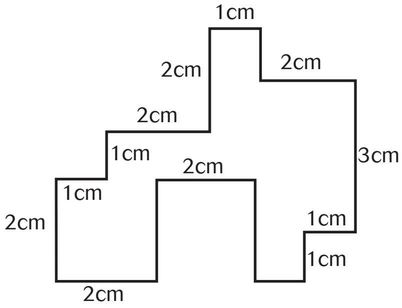
EJERCICIOS

Halla el perímetro de la figura compuesta.

20.



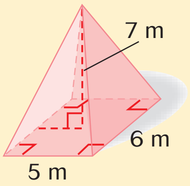
21.



5-2 Volumen de prismas y pirámides.

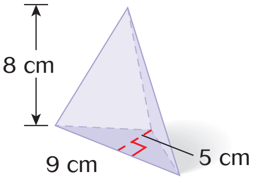
- **Halla el volumen a la décima más cercana.**

$$V = \frac{1}{3}A_{base}\ h = \frac{1}{3}(5)(6)(7)$$
$$= 70\ \text{m}^3$$

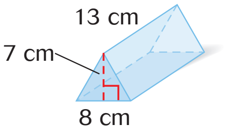


Halla el volumen a la décima más cercana.

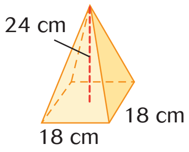
22.



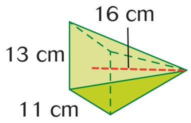
23.



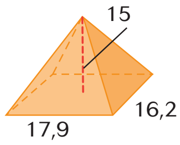
24.



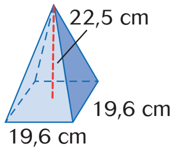
25.



26.



27.

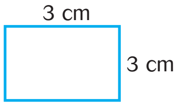


Prueba de capítulo

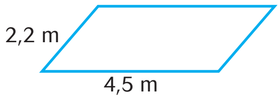
CAPÍTULO 5

Calcula el perímetro de las figuras.

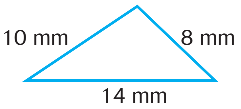
1.



2.



3.



Representa gráficamente y halla el perímetro de cada figura con los vértices dados.

4. (–3, 2), (–3, –2), (5, –2), (5, 2)

5. (2, 4), (7, 4), (5, 0), (0, 0)

6. (–5, 0), (0, 0), (4, 4)

7. (0, 4), (3, 6), (3, –3), (0, –3)

Halla el volumen de cada figura a la décima más cercana.

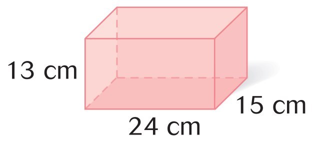
8. Un cubo con una longitud lateral de 8 cm.

9. Un prisma rectangular con una base de 5 m por 3 m y una altura de 6 m.

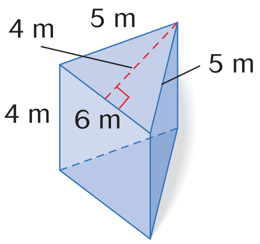
10. Una pirámide con una base cuadrada de 3 cm y una altura de 4 cm.

Calcula el perímetro total de cada figura.

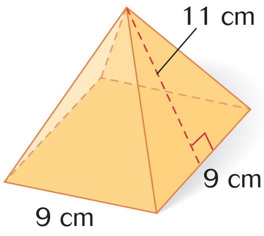
11.



12.



13.



CAPÍTULO
5

Evaluación acumulativa
Capítulos 1-5

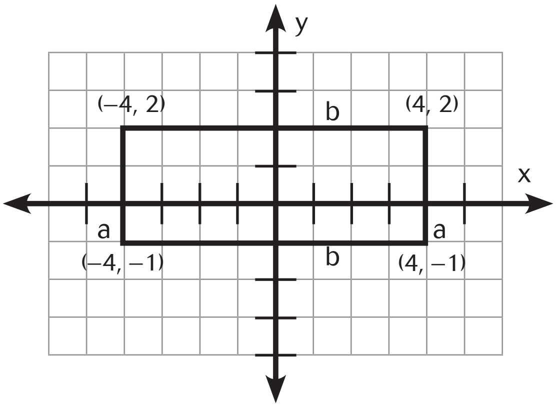
1. Si tenemos un rectángulo de lado a = 4 cm y lado b = 7 cm, entonces su perímetro es:

Ⓐ 11 cm
Ⓑ 15 cm
Ⓒ 18 cm
Ⓓ 22 cm

2. Si tenemos un cuadrado de lado 3 m, y triplicamos la medida de sus lados, el perímetro total de la nueva figura será de:

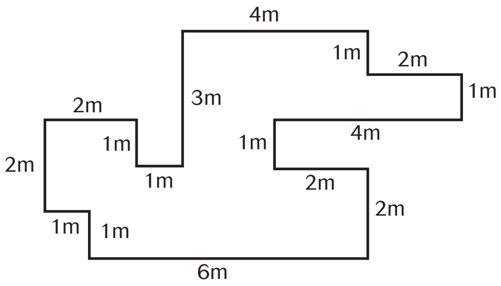
Ⓐ 48 m
Ⓑ 24 m
Ⓒ 12 m
Ⓓ 36 m

3. El perímetro de la figura representada en la gráfica es:



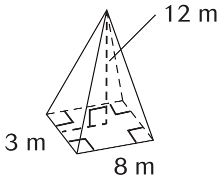
Ⓐ 22 unidades
Ⓑ 16 unidades
Ⓒ 24 unidades
Ⓓ 28 unidades

4. El perímetro de la figura representada en la gráfica es:



Ⓐ 29 m
Ⓑ 34 m
Ⓒ 32 m
Ⓓ 36 m

5. Si una pirámide rectangular tiene una base de 8 m • 3 m, y una altura de 12 m, tal como muestra la figura, entonces su volumen es:

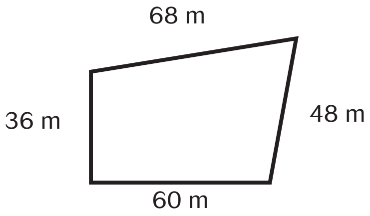


Ⓐ 24 m
Ⓑ 48 m
Ⓒ 96 m
Ⓓ 288 m

6. Si tenemos un cubo de lado 6 m, y duplicamos la medida de sus lados, entonces su volumen:

Ⓐ Se mantiene
Ⓑ Se multiplica por dos
Ⓒ Se multiplica por cuatro
Ⓓ se multiplica por ocho

7. Susana quiere instalar una cerca alrededor del perímetro de su terreno. ¿Cuánta cerca necesita?



Ⓐ 212 m

Ⓑ 368 m

Ⓒ 2 448 m

Ⓓ 2 800 m

8. Si tenemos una pirámide triangular de lado 4 m, y altura de 6 m, entonces su volumen es:

Ⓐ 16 m^2

Ⓑ 48 m^2

Ⓒ 96 m^2

Ⓓ 36 m^2

9. Representa en una gráfica el cuadrilátero que se forma con los siguientes puntos del plano:

(-3,-1), (3,-1), (3, 2), (-3,2)

10. Calcula el área de la figura dibujada, utilizando la fórmula aprendida en las lecciones anteriores.

11. Dibuja en una gráfica la misma figura anterior, pero reduciendo sus lados al 50%.

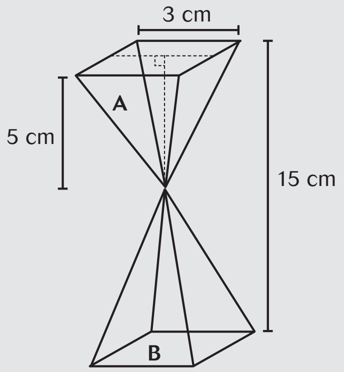
12. Calcula y escribe el perímetro de la nueva figura.

13. Dibuja un rectángulo con una longitud de base de 7 cm y 4 cm de alto. Luego, dibuja un rectángulo con una longitud de base de 14 cm y 1 cm de alto. ¿Qué rectángulo tiene el el perímetro más largo? Muestra tu trabajo o explica con palabras cómo determinaste tus respuestas.

14. Un poliedro tiene dos bases cuadradas paralelas con aristas de 9 metros de largo y una altura de 9 metros. Identifica la figura y halla su volumen. Muestra tu trabajo.

15. Dibuja una pirámide de base triangular de lado 3 cm (triángulo equilátero) y altura 4 cm. Calcula su volúmen total.

16. Usa la figura para resolver los siguientes problemas. Redondea tus datos a la centésima más cercana si es necesario.



a. ¿Qué figuras tridimensionales forma la escultura?

b. ¿Cuál es el volumen combinado de las figuras A y B? Muestra tu trabajo.

c. ¿Cuál es el volumen del espacio que rodea las figuras A y B? Muestra tu trabajo y explica tu respuesta.

Responde verdadero (V) o falso (F)

17. ______ El perímetro de un paralelogramo se calcula de la misma forma que el perímetro de un rectángulo.

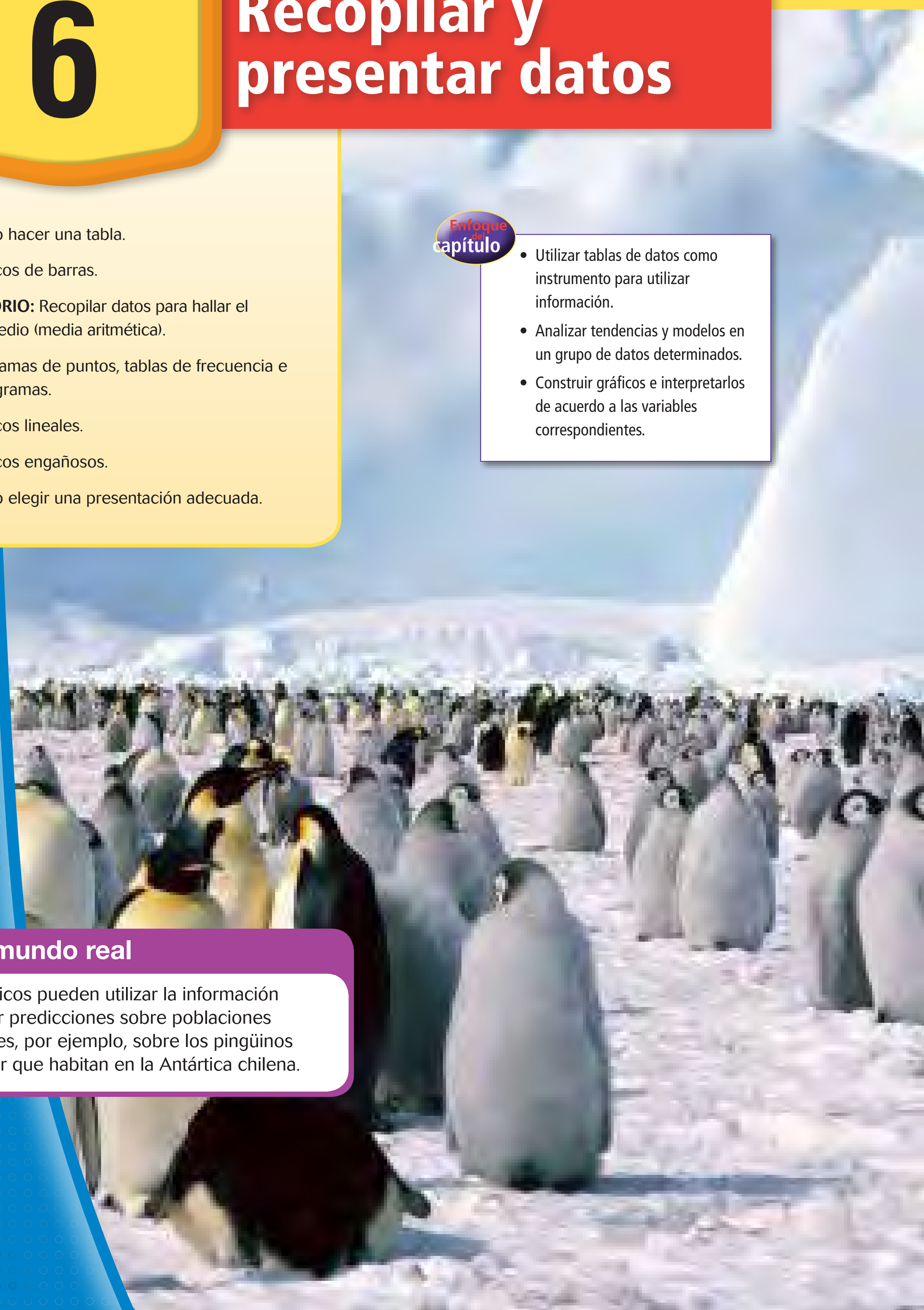
18. ______ Al doblar la medida de los lados de un rectángulo, su perímetro se duplica

19. ______ Al doblar la medida de los lados de un rectángulo, su área se duplica.

CAPÍTULO

6

Recopilar y presentar datos



Enfoque del capítulo

- Utilizar tablas de datos como instrumento para utilizar información.
- Analizar tendencias y modelos en un grupo de datos determinados.
- Construir gráficos e interpretarlos de acuerdo a las variables correspondientes.

En el mundo real

Los científicos pueden utilizar la información para hacer predicciones sobre poblaciones de animales, por ejemplo, sobre los pingüinos emperador que habitan en la Antártica chilena.

¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

1. Un ________________ es útil para comparar dos grupos de datos.
2. Un _________ sirve para comparar las partes de los datos con el todo y con otras partes.
3. Un ____________________ nos permite comparar dos grupos de datos que cambian con el tiempo.
4. Una ____________________ usa marcas para registrar los datos de un grupo de personas.

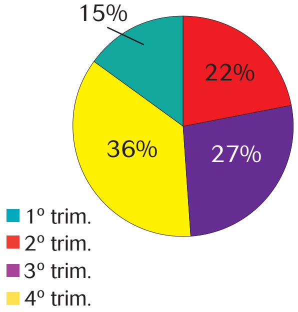
- tabla de conteo
- gráfico de barras
- gráfico de líneas doble
- gráfico circular

Leer gráficos circulares

Del 5 al 8, usa el gráfico de la derecha.

5. ¿En cuáles meses se vendieron más útiles escolares?
6. ¿En cuáles meses se vendieron menos útiles escolares?
7. ¿Qué porcentaje corresponde a las ventas de abril, mayo y junio?
8. ¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre los trimestres en que hubo más y menos ventas?

Ventas de útiles escolares



Leer e interpretar diagrama de tallo y hojas

Del 9 al 12, usa el diagrama de la derecha

9. ¿Cuál es el mayor número de excursionistas?
10. ¿Cuál es el menor número de excursionistas?
11. ¿En cuántos días hubo más de 70 excursionistas?
12. ¿Qué cantidad de excursionistas se dio con mayor frecuencia?

Cantidad diaria de excursionistas al volcán Villarrica

Tallo	Hojas
9	0 2 2
8	0 5 5 5 6 7
7	0 1 1 3 9
6	2 4 8
5	4 9

Decide qué tipo de gráfico o diagrama es el más adecuado para cada situación.

13. Cantidad de precipitaciones en los meses de junio y julio en la región Metropolitana.
14. Ventas de libros de historia, novelas y cuentos en la feria del libro infantil y juvenil que se realizó el mes de mayo.
15. Estaturas de niños de 7° básico de una escuela de la comuna de Santiago.
16. Cantidad de turistas que asisten durante enero y febrero a Isla de Pascua y a la región de Los Lagos.

CAPÍTULO 6

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Construiste gráficos de línea, barras y circulares.
- Seleccionaste escalas numéricas, adecuadas a los datos, para los ejes de un sistema de coordenadas.
- Comprendiste razones y proporciones.
- Calculaste porcentajes.
- Comparaste cantidades.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo construir una tabla de frecuencia para analizar información.
- Cómo resolver problemas recopilando, organizando y presentando datos.
- Cómo dibujar y comparar diferentes representaciones gráficas de los mismos datos.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para reconocer usos incorrectos de información gráfica y evaluar conclusiones basándote en el análisis de los datos.
- Para presentar los datos correctamente en proyectos de Estudios Sociales y Ciencias.

Vocabulario

tabla de datos	diagrama de puntos
patrón	histograma
gráfico de barras	gráfico lineal
gráfico de doble barra	gráfico de doble línea
frecuencia	gráfico engañoso
tabla de frecuencia	gráfico circular

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

1. Una **tabla de datos** se define como un rango de celdas que muestra los resultados de la sustitución de diferentes valores en una o más fórmulas. ¿Cómo podrías definir con tus palabras lo que es una tabla de datos, de acuerdo a tu experiencia con ellas?

2. Una barra puede ser una franja o banda recta. ¿Qué crees que se usa en un **gráfico de barras** para presentar los datos?

3. Cuando hablamos de un fenómeno que ocurre con cierta regularidad, decimos que es frecuente. ¿Para qué crees que se podría utilizar una **tabla de frecuencia**?

4. A lo largo de tu historia, seguramente has visto diferentes tipos de gráficos. Algunos son de barras, y existen otros como los **gráficos lineales**. ¿Qué crees que puede diferenciar al gráfico de líneas del gráfico de barras?

5. Desde pequeño/a has trabajado con los llamados gráficos de torta. El nombre correcto es **gráfico circular**. ¿Cómo podrías definir este tipo de gráfico?

Estrategia de lectura: Lee e interpreta gráficos

Las figuras, los diagramas, las tablas y los gráficos se usan para presentar datos. Al saber cómo se interpretan estas ayudas visuales, podrás comprender los hechos y detalles más importantes de un problema.

Tabla

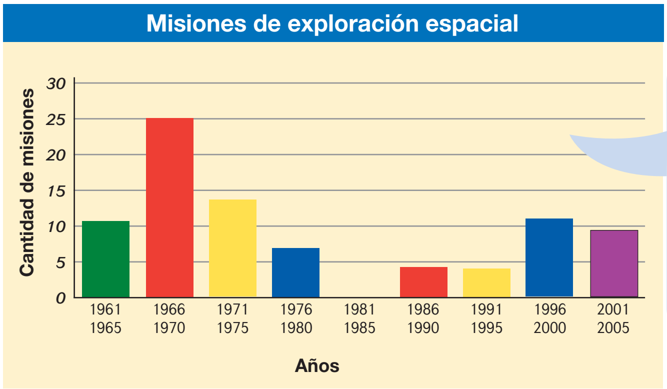
Papel para regalo de Gustavo

Tamaño del regalo	Papel necesario
Pequeño	$\frac{11}{12}$ cm^2
Mediano	$1\frac{5}{9}$ cm^2
Grande	$2\frac{2}{3}$ cm^2
Extra grande	$3\frac{1}{9}$ cm^2

Lee y comprende el título de cada columna y cada fila.

- **Título:** Papel para regalo de Gustavo.
- **Tamaño del regalo:** Pequeño, mediano, grande y extra grande.
- **Papel necesario (cm^2):** Indica cuánto papel se necesita para envolver un regalo del tamaño dado.

Gráfico



Los títulos de una gráfica describen la información que se presenta. Lee el rótulo de cada eje

- **Título:** Misiones de exploración espacial.
- **Eje x:** Años (a intervalos de 5 años).
- **Eje y:** Cantidad de misiones.

Inténtalo

Busca los ejercicios en tu libro de texto y responde las siguientes preguntas:

1. Capítulo 1-3, ejercicios 54 y 55: ¿Qué tipo de gráfico se muestra? ¿Cuál es el punto más alto de Marte?
2. Capítulo 1-1, ejercicio 45 gráfico “Deportes recreativos populares”: ¿Cuál es el deporte que tuvo una mayor baja en la cantidad de jóvenes que lo practicaban?

CAPÍTULO

6-1

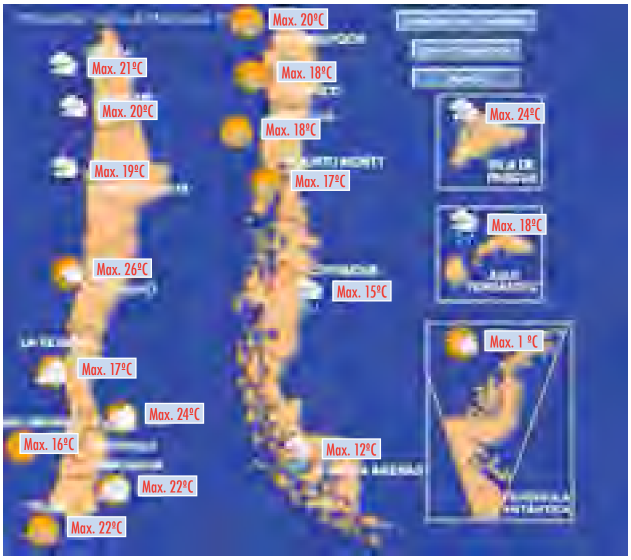
Cómo hacer una tabla

Aprender a usar tablas para anotar y organizar datos.

Vocabulario

tabla de datos

Los meteorólogos recopilan datos para pronosticar el tiempo. Al organizar e interpretar estos datos, a menudo pueden advertir a las personas sobre condiciones de mal tiempo antes de que ocurran. Esta advertencia, en algunos casos, puede salvar vidas y se puede utilizar una **tabla de datos** para organizar la información.



En esta imagen se muestra el pronóstico de temperaturas máximas de algunas ciudades de Chile para un día cualquiera de otoño.

EJEMPLO 1

Aplicación a la meteorología

Haz una tabla con los datos de las 5 temperaturas más altas de diferentes ciudades de Chile el día del ejemplo. Luego, establece cuál es el orden, de menor a mayor temperatura, para estabecer tu conclusión final.

Ciudad	Temperatura máxima
Arica	21 ºC
Copiapó	26 ºC
Santiago	24 ºC
Rancagua	22 ºC
Talca	22 ºC

En la tabla se observa que la temperatura más alta de ese día ocurrirá en Copiapó, en la cuarta región. ¿Por qué crees tu que no será en Arica, que se encuentra más al Norte? Justifica tu respuesta.

CONEXIÓN Meteorología

El **fenómeno del Niño** es un fenómeno climático cíclico que causa estragos a nivel mundial, provocando el calentamiento de las aguas sudamericanas y, por ende, de Chile, que ve afectadas incluso sus temperaturas.

EJEMPLO 2

Organizar datos en una tabla

Usa los datos de la temperatura para hacer una tabla. Luego usa la información de la tabla para hallar un patrón en los datos y sacar una conclusión.

A las 10 a.m., la temperatura era 16,6 °C. Al mediodía era 18,3 °C. A las 2 p.m., era 20 °C. A las 4 p.m. era 21,1 °C. A las 6 p.m. era 18,8 °C.

Hora	Temperatura (ºC)
10 a.m	16,6
12 p.m.	18,3
2 p.m	20
4 p.m	21,1
6 p.m	18,8

La temperatura aumentó hasta las 4 p.m. y luego descendió. Una conclusión es que la temperatura máxima del día fue por lo menos 21,1 °C.

Razonar y comentar

1. **Indica** cómo te ayuda una tabla a organizar los datos.
2. **Explica** por qué los datos del ejemplo 2 se ordenan de la menor a la mayor hora del día y no de la menor a la mayor temperatura.

6-1 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

1. El lunes, la temperatura máxima fue 22,2 °C. El martes, fue 23,8 °C. El miércoles, fue 20 °C. El jueves, fue 16,6 °C. El viernes, fue 12,7 °C. Usa los datos para hacer una tabla.

Ver ejemplo 2

2. Usa la tabla del ejercicio 1 para hallar un patrón en los datos y sacar una conclusión.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

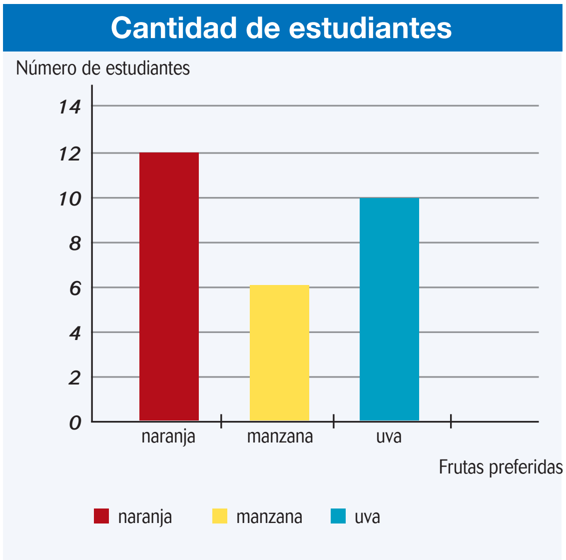
3. Investiga sobre las temperaturas que hubo durante la semana en el lugar donde vives y construye una tabla para registrar los datos. Luego establece el orden de menor a mayor y responde: ¿cuál fue el día que estuvo más caluroso?

Ver ejemplo 2

4. Usa la tabla que construiste y responde: ¿cuál fue la variación de temperatura durante la semana?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Observa la imagen que sigue para responder las preguntas 5 a 10.



5. Construye la tabla de datos que dio origen al gráfico que acabas de analizar.

6. Utiliza la misma información para construir otra tabla, que representa los datos de otra manera.

7. Agrupa los datos de acuerdo al criterio que te parezca más apropiado y luego realiza nuevamente una tabla con los cambios que generaste.

8. Utilizando la tabla que acabas de construir, dibuja el gráfico de barras correspondiente.

9. Utiliza la información de cualquiera de las tablas que has trabajado en esta sección y establece un patrón de los datos, si es que es posible.

10. A partir de la información obtenida en el gráfico inicial, construye la historia que puede haber dado origen a esta recopilación de datos y escríbela en tu cuaderno.

Joaquín realiza una encuesta en su curso para saber cuántos hermanos tienen sus compañeros. La información que recogió fue la siguiente:

2, 3, 1, 5, 3, 0, 4, 4, 3, 2, 2, 0, 0, 1, 1, 5, 2, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 1, 5, 3, 2, 0, 0.

11. Construye una tabla para ordenar los datos que recogió Joaquín.

12. Según la información, ¿cuántos niños tienen la mayor cantidad de hermanos?

13. ¿Cuántos niños no tienen hermanos?

14. ¿Cuál es la diferencia entre los que tienen 2 hermanos y los que tienen 3 hermanos?

15. Construye un gráfico de barras para la información.

16. **Varios pasos** Para cocinar las verduras en su punto exacto se necesitan tiempos de cocción precisos. Usa los siguientes datos de cocción de diferentes verduras para hacer una tabla.

Apio, 10 minutos; alcachofas, 25 minutos; repollo, 6 minutos; espinacas, 9 minutos; zapallo 8 minutos.

17. **Escríbelo** Usa los datos de la siguiente tabla para hacer una segunda tabla que organice la misma información de otra manera. Explica en qué casos puede ser útil cada tabla.

Hora	2 a.m.	6 a.m.	10 a.m.	2 p.m.	6 p.m.	10 p.m.
Temperatura (ºC)	10,5	12,7	20	23,8	16,6	14,4

18. **Desafío** Arturo, Victoria y Javier están en sexto, séptimo y octavo básico aunque no necesariamente en ese orden. El de sexto básico está en el coro con Arturo y en la banda con Victoria. ¿Qué estudiante está en cada curso? Haz una tabla como la que ves a la derecha, en la que escribas sí o no, para responder la pregunta.

	Arturo	Victoria	Javier
6º	■	■	■
7º	■	■	■
8º	■	No	■

Repaso

19. En 1999, hubo un terremoto en Turquía que alcanzó los 7,4 grados en la escala Richter. En 2001, hubo un terremoto en la India que alcanzó los 7,9 grados en la escala de Richter. En 2003, hubo otro en Irán que llegó a los 6,5 grados en la escala Richter. ¿En cuál de las siguientes tablas se muestran los datos con exactitud?

Ⓐ

País	Turquía	India	Irán
Medida	7,4	6,5	7,9

Ⓑ

País	Turquía	India	Irán
Medida	7,9	7,4	6,5

Ⓒ

País	Turquía	India	Irán
Medida	6,5	7,4	7,9

Ⓓ

País	Turquía	India	Irán
Medida	7,4	7,9	6,5

20. Haz una tabla para mostrar los datos que se presentan a continuación. Luis construye automóviles en miniatura. Construyó 2 en la primera semana, 5 en la segunda semana, 8 en la tercera semana y 11 en la cuarta semana. Usa una tabla para hallar un patrón en los datos y sacar una conclusión.

21. Crea una tabla con los siguientes números, e inventa los datos que podrían registrarse con ellos: 16, 24, 15, 19, 8, 12. Escríbela en tu cuaderno.

Resuelve

22. 5^3 **23.** 3^4 **24.** 2^6 **25.** 6^3

Inventa y escribe dos frases para cada expresión.

26. $b + 3$ **27.** $(2)(12)$ **28.** $26 - c$ **29.** $m \div 3$

CAPÍTULO

6-2

Gráficos de barras

Aprender a presentar y analizar datos en gráficos de barras.

Vocabulario

gráfico de barras

gráfico de doble barra

Un bioma es una región extensa caracterizada por un clima específico. Hay diez biomas en la Tierra. Algunos se muestran a la derecha. Cada uno recibe diferente cantidad de lluvia.

Se puede usar un *gráfico de barras* para presentar y comparar datos sobre la precipitación pluvial. En un **gráfico de barras** se muestran datos con barras verticales u horizontales.

EJEMPLO 1 Leer un gráfico de barras

Usa el gráfico de barras para responder cada pregunta.

A ¿Qué bioma del gráfico recibe la mayor cantidad de lluvia?

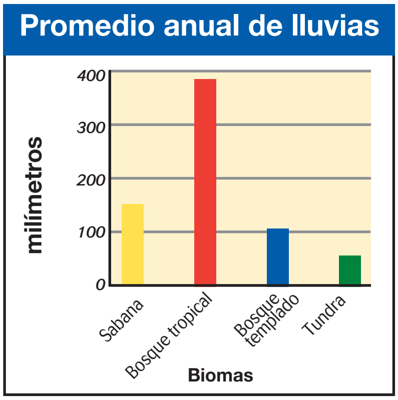
Halla la barra más alta.

El bosque tropical recibe la mayor cantidad de lluvia.

B ¿Qué bioma del gráfico tiene un promedio anual de lluvias de menos de 100 mm?

Halla la barra o las barras cuya altura mide menos de 100 ml

La tundra tiene un promedio anual de lluvias de menos de 100 mm.



EJEMPLO 2 Hacer un gráfico de barras

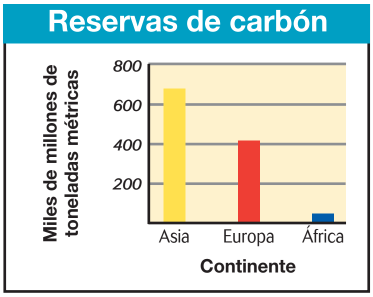
Usa los datos para hacer un gráfico de barras.

Paso 1: Halla una escala y un intervalo apropiados. La escala debe incluir todos los valores de los datos. El intervalo divide la escala en partes iguales.

Paso 2: Determina con los datos la longitud de las barras. Dibuja barras del mismo ancho. No deben tocarse.

Paso 3: Pon título a la gráfica y rotula los ejes.

Reservas de carbón (miles de millones de toneladas)		
Asia	Europa	África
695	404	66



En un **gráfico de doble barra** se muestran dos conjuntos de datos relacionados.

EJEMPLO 3

RESOLUCIÓN DE PROBLEMA

Aplicación a la resolución de problemas

Haz un gráfico de doble barra para comparar los datos de la tabla.

Expectativa de vida en países del Atlántico en América del Sur

	Brasil	Argentina	Uruguay	Paraguay
Hombres (años)	59	71	73	70
Mujeres (años)	69	79	79	74

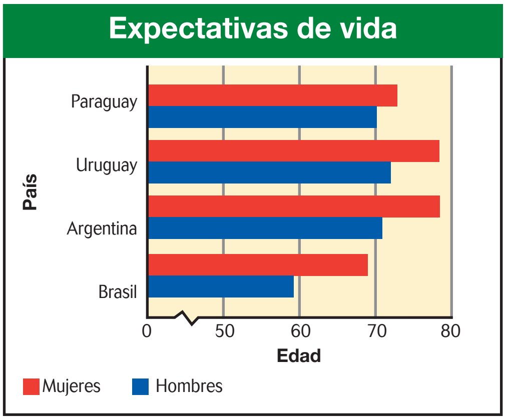
1 Comprende el problema

Se te pide usar un gráfico para comparar los datos de la tabla. Necesitarás usar toda la información que se da.

2 Haz un plan

Puedes hacer un gráfico de doble barra para representar los dos conjuntos de datos.

3 Resuelve



Determina las escalas apropiadas para los dos conjuntos de datos.

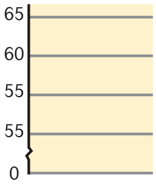
Usa los datos para determinar la longitud de las barras. Dibuja las barras del mismo ancho y en pares. Usa un color diferente para las edades de hombres y de mujeres. Pon título al gráfico y rotula ambos ejes.

Incluye una clave para mostrar lo que representa cada barra.

4 Repasa

Podrías hacer dos gráficos, una para hombres y otra para mujeres. Sin embargo, es más fácil comparar los dos conjuntos de datos si están en el mismo gráfico.

Leer matemáticas



Este símbolo significa que la escala es discontinua. Algunos intervalos se dejaron fuera porque no se necesitan para el gráfico.

Razonar y comentar

1. **Da** algunas comparaciones que puedas hacer al observar un gráfico de barras.
2. **Describe** el tipo de datos que presentarías en un gráfico de barras.
3. **Indica** por qué el gráfico del Ejemplo 3 necesita una clave.

6-2 Ejercicios

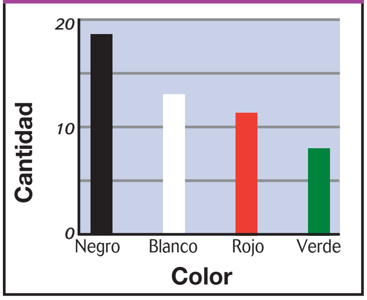
PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1 **Usa el gráfico de barras para responder cada pregunta.**

1. ¿Qué color fue el menos común en los automóviles del estacionamiento?

2. ¿Qué colores aparecen más de diez veces en el estacionamiento?

Automóvil del estacionamiento



Ver ejemplo 2 **3.** Usa los datos para hacer un gráfico de barras.

Estudiantes de la clase de Historia			
Periodo 1	28	Periodo 6	22
Periodo 2	27	Periodo 7	7

Ver ejemplo 3 **4.** Haz un gráfico de doble barra para comparar los datos de la tabla.

Tipos de películas que prefieren hombres y mujeres encuestados						
	Comedia	Acción	Ciencia ficción	Terror	Drama	Otras
Hombres	16	27	16	23	12	6
Mujeres	21	14	8	18	30	9

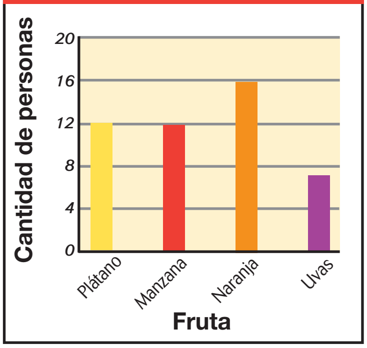
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1 **Usa el gráfico de barras para responder cada pregunta.**

5. ¿Qué fruta fue la preferida?

6. ¿Qué frutas son las preferidas de la misma cantidad de personas?

Frutas preferidas



Ver ejemplo 2 **7.** Usa los datos para hacer un gráfico de barras.

Días de lluvia			
Enero	14	Marzo	16
Febrero	12	Abril	23

Ver ejemplo 3 **8.** Haz un gráfico de doble barra para comparar los datos de la tabla.

Ritmo cardíaco antes y después de hacer ejercicio (latidos por minuto)						
	Jaime	Javier	Rosa	Antonia	Pedro	Bárbara
Antes	60	62	61	65	64	65
Después	131	140	128	140	135	120

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Estudios Sociales Usa el gráfico de barras para los ejercicios del 9 al 13.

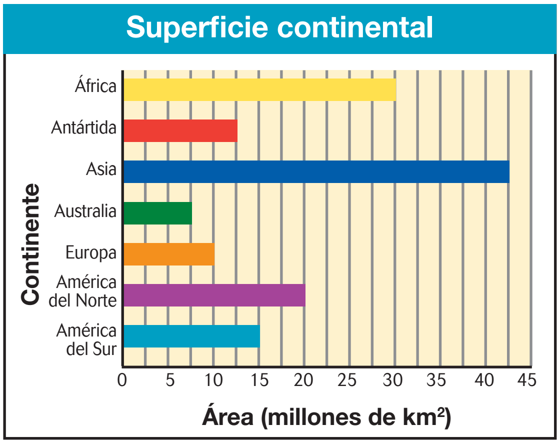
9. ¿Qué continente tiene mayor superficie?

10. ¿Qué continente tiene la menor superficie?

11. ¿Qué diferencia de superficie existe entre África y América del Sur?

12. ¿Cuál es la diferencia de superficie entre los continentes de mayor superficie y el de menor superficie?

13. Calcula el promedio de las superficies de los continentes.



14. El entrenador de básquetbol dividió el equipo en dos grupos de práctica: el Grupo Azul y el Grupo Verde. En la tabla se muestran los puntajes de 6 semanas de juegos de práctica.

a. Dibuja un gráfico de doble barra.

b. Halla el puntaje medio para cada grupo.

c. ¿Qué grupo elegirías para jugar en el próximo torneo? Explica tu razonamiento.

Puntajes de juegos de práctica

	Azul	Verde
Semana 1	62	40
Semana 2	40	44
Semana 3	42	44
Semana 4	54	48
Semana 5	36	52
Semana 6	50	56

15. Escríbelo Explica cómo harías un gráfico de barras de las cinco ciudades chilenas más pobladas.

16. Desafío Haz un gráfico de barras para presentar el número de socios platino, titanio, oro, plata y bronce de un club, de acuerdo a los puntos que obtienes en un sorteo. Los puntos obtenidos fueron los siguientes: 81, 87, 80, 75, 77, 98, 52, 78, 75, 82, 74, 95, 76, 52, 76, 53, 86, 77, 90, 83, 96, 83, 74, 67, 90, 65, 69, 93, 68 y 76.

Sistema de clasificación	
Platino	90-100
Titanio	80-89
Oro	70-79
Plata	60-69
Bronce	50-59

Repaso

Usa el gráfico de barras para los ejercicios 17, 18 y 19.

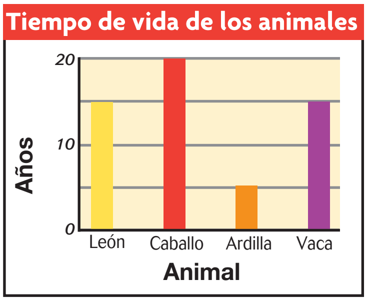
17. ¿Qué animal vive más?

Ⓐ León Ⓑ Caballo Ⓒ Ardilla Ⓓ Vaca

18. ¿Qué dos animales viven lo mismo?

Ⓐ León y caballo Ⓑ Ardilla y vaca

Ⓒ Caballo y ardilla Ⓓ León y vaca



19. De acuerdo al gráfico, ¿cuál cantidad es mayor, el número de animales domesticados o el número de animales no domesticados?

Laboratorio de

TECNOLOGÍA

6-2

Recopilar datos para hallar el promedio (media aritmética)

Para usar con la lección 6-2

Crear gráficos de barras

Puedes usar una hoja de cálculo electrónica para construir gráficos de barras. Desde el menú superior, podrás transformar una tabla de datos en diferentes tipos de gráficos. En este caso, trabajaremos en conjunto para crear un gráfico de barras utilizando Excel 2010.

Actividad

En el año 2012 se realizó en Chile un censo de la población: el resultado fue que a nivel de país, somos 16 572 475 de habitantes. En tanto, en algunas regiones, los habitantes son los que se indican en la tabla de datos que aparece en esta página.

Población en algunas regiones de Chile

Región	Habitantes
I de Tarapacá	298 257
III de Atacama	290 581
V de Valparaíso	1 723 547
VII del Maule	963 618
IX de la Araucanía	907 333
XI de Aysén	98 413
XIV de Los Ríos	363 887

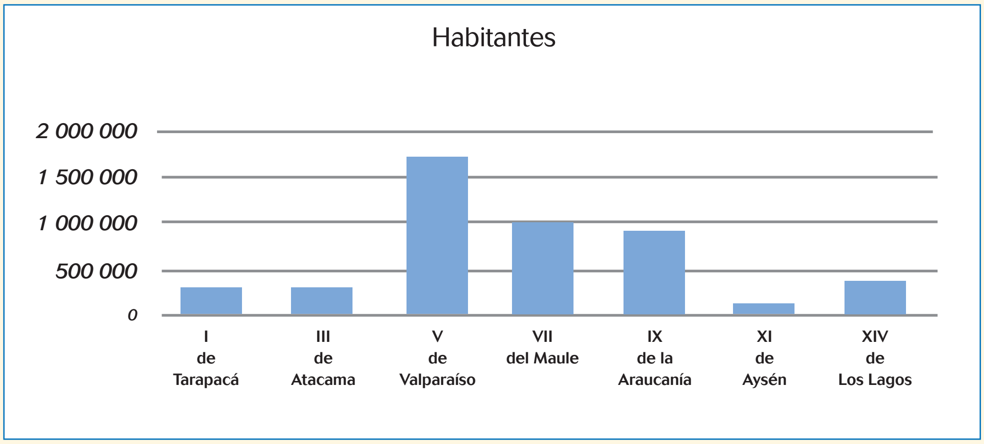
① Escribe los títulos Región y Habitantes en las celdas A1 y B1. Luego, escribe los datos en las columnas A (regiones) y B (habitantes).

② Selecciona las celdas con los títulos y los datos. Para hacerlo, coloca el cursor en A1, haz un clic sin soltar en el botón del *mouse* y arrastra el cursor hasta B8.

③ Haz clic en el menú superior, en la opción **insertar**, y luego donde aparece un gráfico en miniatura, selecciona la opción **columna en 2D**, para hacer un gráfico de barras verticales.

④ Al seleccionar **gráfico de barra en 2D**, automáticamente aparecerá en tu pantalla el gráfico con los datos seleccionados. En la barra de herramientas superior, podrás ver que aparecen nuevos iconos. Selecciona el primero de los iconos de **Diseños de gráfico**. Luego selecciona dos o tres diseños diferentes para que compruebes como va cambiando la presentación de tu gráfico automáticamente.

⑤ Una vez que tengas listo el gráfico, puedes trabajar con él desde la plantilla de cálculo, o copiarlo y pegarlo en un archivo Word, usando simultáneamente las teclas **Ctrl+C.**



Razonar y comentar

1. ¿Por qué crees tú que las regiones más extremas de Chile que aparecen en el gráfico tienen la menor cantidad de población? Argumenta.

Inténtalo

1. Encuentra el número de regiones de la tabla de datos que tiene entre 290 000 y 950 000 habitantes. Construye un gráfico de barras utilizando la planilla de cálculo con los datos de estas regiones.

CAPÍTULO

6-3

Diagramas de puntos, tablas de frecuencia e histogramas

Aprender a organizar datos en diagramas de puntos, tablas de frecuencia e histogramas.

Vocabulario

frecuencia
tabla de frecuencia
diagrama de puntos
histograma

Tus huellas digitales no son iguales a las de nadie. Incluso los gemelos idénticos tienen huellas ligeramente distintas.

Todas las huellas digitales tiene uno de estos tres patrones: espiral, arco o rizo.

La **frecuencia** del valor de un dato es el número de veces que ocurre. Una **tabla de frecuencia** dice la cantidad de veces que ocurre un suceso, una categoría o un grupo.

EJEMPLO 1

Usar marcas de conteo para hacer una tabla de frecuencia

Los estudiantes de séptimo básico anotaron el patrón de sus huellas. ¿Qué tipo de patrón tiene la mayoría de los estudiantes?

espiral	rizo	rizo	rizo	rizo	arco	rizo
espiral	arco	rizo	arco	rizo	arco	espiral

Haz una tabla que muestra cada tipo de huella digital.

Paso 1: Haz una marca de conteo en la hilera correspondiente para cada tipo de huella digital.

Paso 2: Cuenta el número de marcas de conteo para cada patrón. Esta es la frecuencia

Patrones de huellas digitales

Patrón	Marcas de conteo	Frecuencia
Espiral	///	3
Arco	////	4
Rizo	𝍸 //	7

La mayoría de los estudiantes en el séptimo básico tienen un patrón de rizo.

En un **diagrama de puntos** se usa una recta numérica y letras *x* u otros símbolos para mostrar la frecuencia de los valores.

EJEMPLO 2

Hacer un diagrama de puntos

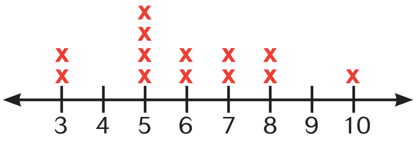
Cada uno de los estudiantes de octavo básico corre varios kilómetros por semana. Haz un diagrama de puntos con los datos.

Cantidad de kilómetros corridos

8	3	5	6	7	8	5	5	3	6	10	7	5

Paso 1: Dibuja una recta numérica.

Paso 2: Para cada estudiante, coloca una *x* en la recta numérica para representar cuantos kilómetros corrió.



Cantidad de kilómetros corridos

EJEMPLO 3

Hacer una tabla de frecuencia con intervalos

Usa los datos de la tabla para hacer una tabla de frecuencia con intervalos.

Cantidad de frutas que se venden por hora												
7	1	6	4	52	6	6	1	1	23	11	2	2
20	10	5	4	6	7	2	8	10	16	8	5	9
1	3	2	2	13	3	31	12	1	19	6	5	21
2	6	1	9	30	3	1	11	9	3	9		

Paso 1: Elige intervalos iguales.

Paso 2: Halla el número de valores de datos de cada intervalo. Escribe estos números en la fila de “Frecuencia”.

Cantidad de frutas que se venden por hora									
Cantidad	0 - 5	6 - 11	12 - 17	18 - 23	24 - 29	30 - 35	36 - 41	42 - 47	48 - 53
Frecuencia	22	19	3	4	0	2	0	0	1

En esta tabla se muestra que 22 frutas se venden entre 0 y 5 veces, 19 frutas se venden entre 6 y 11 veces, etcétera.

Un **histograma** es un gráfico de barras que muestra el número de datos que aparecen en cada intervalo.

EJEMPLO 4

Hacer un histograma

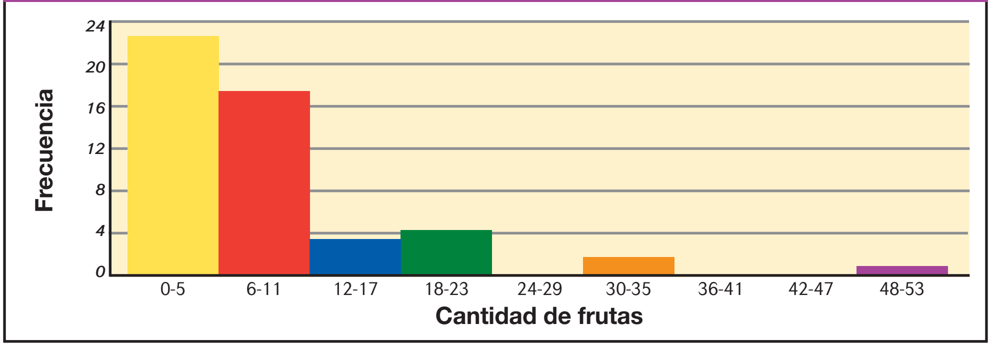
Usa la tabla de frecuencia del ejemplo 3 para hacer un histograma.

Paso 1: Elige una escala y un intervalo apropiados.

Paso 2: Dibuja una barra para el número de frutas de cada intervalo. Las barras se deben tocar, pero no se deben superponer.

Paso 3: Pon título al gráfico y rotula los ejes.

Cantidad de frutas que se venden por hora



Razonar y comentar

1. **Describe** un conjunto de datos que se pueda mostrar apropiadamente mediante un histograma.

6-3 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

1. Cada estudiante de la banda anotó su instrumento musical. Los resultados se muestran en el recuadro. Haz una tabla de frecuencia para organizar los datos. ¿Qué instrumento es el que menos estudiantes tocan?

trompeta	tuba	corno	tambores	trombón
tambores	trombón	trombón	trompeta	trompeta
trompeta	corno	trompeta	corno	corno

Ver ejemplo 2

2. Haz un diagrama de puntos con los datos.

Duración de cada tanda comercial (en minutos)																				
8	4	8	8	8	4	8	4	0	4	4	1	3	4	4	4	4	8	4	0	4
4	4	4	4	8	4	8	2	6	4	12	8	8	2	6	5	3	4	8	4	8

Ver ejemplo 3

3. Usa los datos de la tabla del ejercicio 2 para hacer una tabla de frecuencia con intervalos.

Ver ejemplo 4

4. Usa tu tabla de frecuencia del ejercicio 3 para hacer un histograma.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

5. Los estudiantes anotaron qué tipo de mascota tienen. Los resultados se muestran en el recuadro. Haz una tabla de frecuencia. ¿Qué tipo de mascota tiene la mayoría de los estudiantes?

gato	gato	pájaro	perro	perro
perro	pájaro	perro	pájaro	pez
pájaro	gato	pez	perro	gato
pez	hámster	gato	hámster	perro

Ver ejemplo 2

6. Haz un diagrama de puntos con los datos

Medallas olímpicas ganadas por 27 países													
8	88	59	12	11	57	38	17	14	28	28	26	25	23
18	8	29	34	14	17	13	13	58	12	97	10	9	

Ver ejemplo 3

7. Usa los datos de la tabla del ejercicio 6 para hacer una tabla de frecuencia con intervalos.

Ver ejemplo 4

8. Usa la tabla de frecuencia del ejercicio 7 para hacer un histograma.

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

9. **Razonamiento crítico** ¿Qué sería más apropiado para presentar los resultados que obtuvo un cuarto básico en la prueba Simce: un gráfico de barras o un histograma? Explica.

10. **Varios pasos** Recopila datos sobre la cantidad de libros de cuentos que tienen tus compañeros y compañeras. Haz dos diagramas de puntos con los datos: uno para los niños y otro para las niñas. Compara los datos.

CONEXIÓN Ciencias Sociales

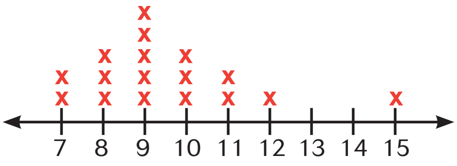
El equidna es un mamífero que pone huevos. Vive solamente en Australia y Nueva Guinea. Los cachorros de equidna se llaman "puggles".

11. **Ciencias Sociales** En el mapa se muestra la población de los estados y territorios de Australia. Usa los datos para hacer una tabla de frecuencia con intervalos.

12. **Ciencias Sociales** Usa tu tabla de frecuencia del ejercicio 11 para hacer un histograma.

13. **Razonamiento crítico** ¿Puede una tabla de frecuencia tener intervalos de 0 - 5, 5 - 10 y 10 -15? ¿Por qué?

14. **¿Dónde está el error?** Al leer el diagrama de puntos, Natalia dice que hay 10 mochileros de tres años de edad. ¿Cuál es su error?



Edad de los mochileros

15. **Escríbelo** Elige uno de los histogramas que hiciste en esta lección y vuelve a dibujarlo con intervalos diferentes. ¿Cómo cambió el histograma? Explica.

16. **Desafío** ¿Puedes hallar la media, la mediana y la moda de los precios con esta tabla de frecuencia? Si puedes, hállalas. Si no, explica por qué no.

Costo del arriendo de juegos de video en varias tiendas				
Precio	$ 2 000 - $ 2 990	$ 3 000 - $ 3 990	$ 4 000 - $ 4 990	$ 5 000 - $ 5 990
Frecuencia	5	12	8	5

Repaso

17. Emilia debe hacer un histograma para los datos 12, 24, 56, 7, 34, 75, 34, 86, 34, 78 y 96. ¿Cuál es el primer intervalo más apropiado?

Ⓐ 0 - 5 Ⓑ 0 - 10 Ⓒ 0 - 50 Ⓓ 0 - 100

18. Usa los datos de la tabla para hacer una tabla de frecuencia con intervalos de tres goles. ¿Cuántas veces se anotaron entre 6 y 8 goles?

Cantidad de goles anotados por juego																
3	5	2	5	4	7	1	0	6	4	8	5	3	2	4	5	9

19. Crea una historia que pueda satisfacer los datos de la tabla del ejercicio 18, y escríbela en tu cuaderno.

Halla la media de cada grupo de datos.

20. 3, 6, 19, 4, 2 y 5 **21.** 564, 514, 723 y 573 **22.** 34, 37, 41, 9 y 34

CAPÍTULO
6

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 6-1 a 6-3

6-1 Cómo hacer una tabla

1. Un estudio de danza celebra cada año su festival de primavera. Hace cinco años, 220 personas asistieron al festival. Hace cuatro años, asistieron 235. Hace 3 años, asistieron 250. Hace dos años, asistieron 242. El año pasado, asistieron 258. Usa los datos de asistencia para hacer una tabla. Luego, usa la tabla para describir cómo cambió la asistencia con el paso del tiempo.

2. Al caminar hacia la escuela, Antonio fue contando los pasos que daba en cada uno de los cuatro recorridos posibles entre su casa y el colegio. En el camino A, daba 1 542 pasos; en el camino B, daba 6 399 pasos; en el camino C daba 5 284 pasos y en el camino D, daba 2 593 pasos. Haz una tabla con la información y luego define cuál de los caminos es el más y el menos conveniente para Antonio.

6-2 Gráficos de barra

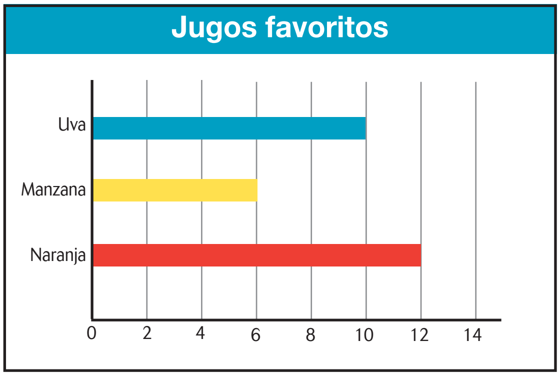
Los estudiantes de octavo básico votaron por su jugo de frutas favorito. Usa el gráfico de barras para responder cada pregunta.

3. ¿Cuántos estudiantes más prefirieron jugo de uva a jugo de manzana?

4. ¿Cuántos estudiantes votaron en total?

5. ¿Cuál es el jugo que tiene menos preferencias?

6. ¿Cuál es el jugo que tiene más preferencias?



6-3 Diagramas de puntos, tablas de frecuencia e histogramas

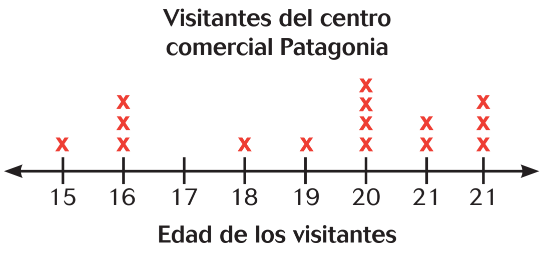
En una encuesta, se preguntó la edad a los visitantes del centro comercial Patagonia cuando salían del lugar. Usa el diagrama de puntos para responder cada pregunta.

7. ¿Cuántos visitantes fueron encuestados?

8. ¿Cuál es la edad que menos se repite dentro de los visitantes encuestados?

9. Si tuvieras que instalar una tienda dirigida a una edad específica, ¿cuál edad es la más conveniente en este centro comercial? Explica tu respuesta.

10. Con la información del diagrama de puntos anterior, construye una tabla de frecuencia.



Enfoque en resolución de problemas

Haz un plan

- Prioriza y ordena la información

Algunos problemas te dan mucha información. Lee todo el problema cuidadosamente para asegurarte de que comprendes todos los datos. Quizá necesitas leerlo varias veces, incluso en voz alta para que te oigas decir las palabras.

Luego, decide qué información es la más importante (prioriza). ¿Hay información que sea absolutamente necesaria para resolver el problema? Esta información es importante.

Por último, organiza la información (ordena). Usa palabras de comparación, como *antes, después, mayor, menor* y otras para ayudarte. Escribe el orden antes de tratar de resolver el problema.

Lee los problemas y responde las preguntas que siguen

1 El reproductor de MP3 portátil fue inventado 300 años después que el piano. La cinta magnetofónica fue inventada en 1898. Thomas Edison inventó el fonógrafo 21 años antes que se inventara la cinta magnetofónica y 122 años antes de que se inventara el reproductor de MP3 portátil. ¿Cuál es la fecha de cada invento?

a. ¿Qué fecha puedes usar para hallar las fechas de los demás inventos?

b. ¿Puedes resolver el problema sin esta fecha? Explica.

c. Haz una lista de los inventos del primero al último.

2 Juan anotó la estatura de los miembros de su familia. Su familia se compone de 4 personas, incluyendo a Juan. Su madre es 2 cm más alta que su padre. Juan mide 156 cm. Su hermana es 4 cm más alta que Juan y 5 cm más baja que su padre. ¿Cuál es la estatura de Juan y los miembros de su familia?

a. ¿Qué estatura puedes usar para hallar las estaturas de los demás?

b. ¿Puedes resolver el problema sin esta estatura? Explica tu respuesta.

c. Haz una lista de los miembros de la familia de Juan, de la menor a la mayor estatura.

CAPÍTULO

6-4

Gráficos lineales

Aprender a presentar y analizar datos en gráficos lineales

Vocabulario

gráfico lineal

gráfico de doble línea

Tal como vimos en el taller de tecnología al trabajar con los datos demográficos de Chile, un censo se utiliza para medir la población existente y también genera información para comparar los cambios de habitantes en un lugar.

En la tabla se muestra la variación de habitantes de la Región Metropolitana durante los últimos 30 años.

Habitantes de la Región Metropolitana

Año Censo	1982	1992	2002	2012
Población	4 316 113	5 220 732	6 045 532	6 683 852

Los datos que muestran cambios en el tiempo se presentan mejor en un **gráfico lineal**. En un gráfico lineal se presenta un conjunto de datos mediante segmentos de recta.

EJEMPLO **1**

Hacer un gráfico lineal

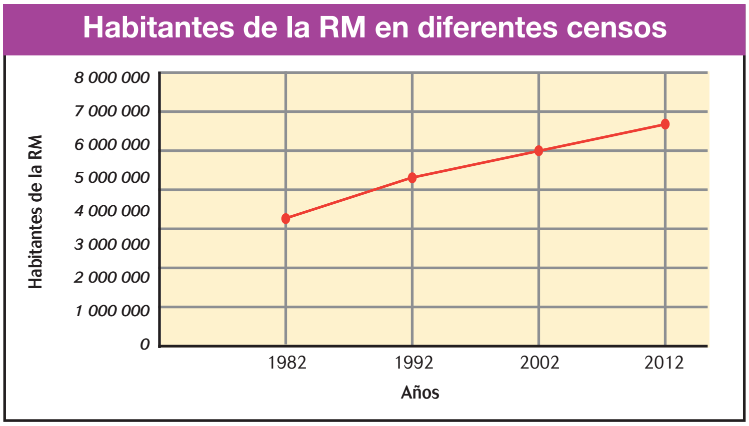
Usa los datos de la tabla de arriba para hacer un gráfico lineal.

Paso 1: Escribe los *años* en el eje horizontal y la *población* en el vertical. Rotula los ejes.

Paso 2: Determina una escala y un intervalo apropiados para cada eje.

Paso 3: Traza un punto para cada valor. Une los puntos con líneas rectas.

Paso 4: Pon título al gráfico.



Habitantes de la RM en diferentes censos

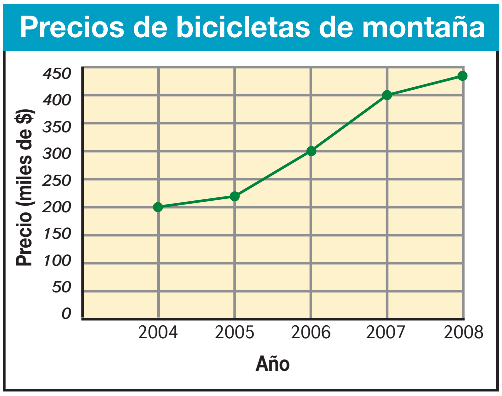
¡Atención!

Cómo el tiempo pasa con o sin cambios demográficos, es independiente de la población. Escribe siempre la cantidad independiente en el horizontal.

EJEMPLO 2

Leer un gráfico lineal

Usa el gráfico lineal para responder cada pregunta.



A ¿En qué año costaron menos las bicicletas de montaña?

2004

b ¿Aproximadamente cuánto costaban en 2006?
Aproximadamente $ 300 000

c ¿Los precios de las bicicletas aumentaron o disminuyeron de 2004 a 2008?

Aumentaron.

Los gráficos lineales que presentan dos conjuntos de datos se llaman **gráfico de doble línea**.

EJEMPLO 3

Hacer un gráfico de doble línea

Usa los datos de la tabla para hacer un gráfico de doble línea.

Comercio de un país (miles de millones de $)

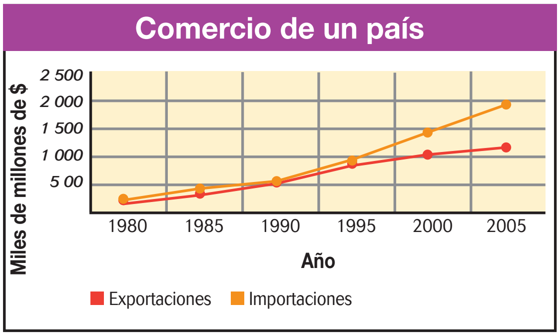
	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Exportaciones	272	289	535	794	1 071	1 289
Importaciones	291	411	616	890	450	1 997

Paso 1: Determina una escala y un intervalo apropiados.

Paso 2: Traza un punto para cada valor de las exportaciones y une los puntos.

Paso 3: Traza un punto para cada valor de las importaciones y une los puntos.

Paso 4: Pon título al gráfico y rotula los ejes.



Razonar y comentar

1. **Explica** cuándo sería útil usar un gráfico lineal en lugar de un gráfico de barras para presentar datos.
2. **Describe** cómo usarías un gráfico lineal para hacer predicciones.
3. **Indica** por qué el gráfico del ejemplo 3 necesita una clave.

6-4 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

1. Usa los datos de la tabla para hacer un gráfico lineal.

Matrícula escolar				
Año	2005	2006	2007	2008
Estudiantes	2 000	2 500	2 750	3 500

Ver ejemplo 2

Usa el gráfico lineal para responder cada pregunta.

2. ¿En qué año participaron más estudiantes en la feria de ciencias?
3. ¿Aproximadamente cuántos estudiantes participaron en 2007?
4. ¿Aumentó o disminuyó la cantidad de estudiantes de 2005 a 2006?

Ver ejemplo 3

5. Usa los datos de la tabla para hacer un gráfico de doble línea.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
Acciones A	$ 10	$ 12	$ 20	$ 25	$ 22
Acciones B	$ 8	$ 8	$ 12	$ 20	$ 30

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

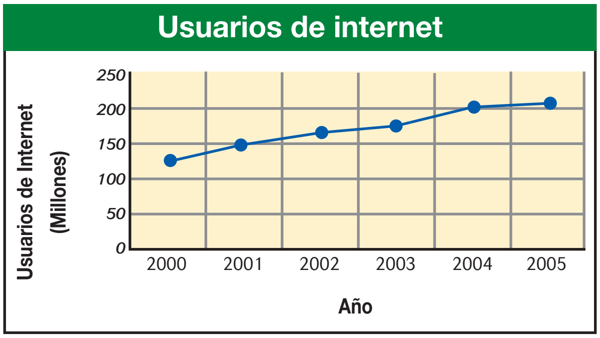
6. Usa los datos de la tabla para hacer un gráfico lineal.

Tendencias del promedio nacional Simce 8° Básico en Matemática					
Año	2000	2004	2007	2009	2011
Puntaje promedio	250	253	256	260	258

Ver ejemplo 2

Usa el gráfico lineal para responder cada pregunta.

7. ¿Aproximadamente cuántas personas usaban internet en 2004?
8. ¿Cuándo fue la cantidad de usuarios de internet de alrededor de 205 millones?



Ver ejemplo 3

9. Usa los datos de la tabla para hacer un gráfico de doble línea.

Total de las ventas para reunir fondos para el equipo de fútbol						
Día	0	1	2	3	4	5
Equipo A	$ 0	$ 1 000	$ 2 250	$ 3 000	$ 3 700	$ 4 500
Equipo B	$ 0	$ 500	$ 1 000	$ 1 500	$ 2 000	$ 2 500

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

CONEXIÓN

Biología

Los perros más grandes suelen tener vidas más cortas que los más pequeños. Un Gran Danés vive un promedio de 8,4 años y un Jack Russell Terrier Vive un promedio de 13,6 años.

Usa el gráfico lineal para los ejercicios 10 y 11.

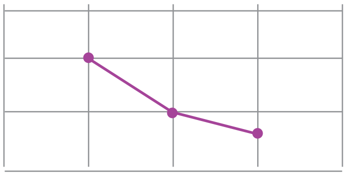
10. **Biología** Estima la diferencia en los pesos de perros en marzo.

11. **Biología** Uno de los perros de Daniel es un Gran Danés y el otro es un Jack Russell Terrier. ¿Qué perro es probablemente el Gran Danés? Justifica tu respuesta.

12. **Biología** En la tabla se muestran los pesos en kilógramos de las dos mascotas de Sara. Usa los datos para hacer un gráfico lineal semejante al de Daniel.

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
Laika	1	2	4	6	7	8	7	8	10	12	12	13
Negrita	1	3	4	5	6	5	6	8	9	11	12	13

13. **Escríbelo** Tienes un plato de sopa para almorzar. Dibuja un gráfico lineal que represente los cambios de temperatura de la sopa durante el almuerzo. Explica.



14. **Desafío** Describe una situación que pueda representarse con este gráfico.

Repaso

15. ¿Qué tipo de gráfico usarías para presentar dos conjuntos de datos que cambian a lo largo del tiempo?

Ⓐ Gráfico de barras Ⓑ Gráfico de doble barra Ⓒ Gráfico circular Ⓓ Gráfico lineal

16. Usa el gráfico de los ejercicios 10 y 11. ¿Aumentó o disminuyó el peso del Gran Danés entre septiembre y octubre? Explica.

17. Crea una historia e intercámbiala con un compañero o compañera para que generen cada uno un gráfico con la información del otro.

18. En una encuesta a 100 personas se halló que 48 de ellas no habían sido multadas por exceso de velocidad, 34 habían recibido 1 multa, 10 tenían 2 multas, 5 tenían 3 multas y 2 tenían 4 o más multas. Crea un gráfico de barras para presentar los datos.

CAPÍTULO

6-5

Gráficos engañosos

Aprender a reconocer gráficos engañosos.

Vocabulario

gráfico engañoso

Los datos pueden representarse de muchas formas. A veces, quienes hacen gráficos eligen presentar datos de manera engañosa.

Un grupo de estudiantes hizo este gráfico de barras porque creía que su escuela debía aumentar el apoyo al equipo de fútbol. ¿Por qué es engañoso el gráfico?

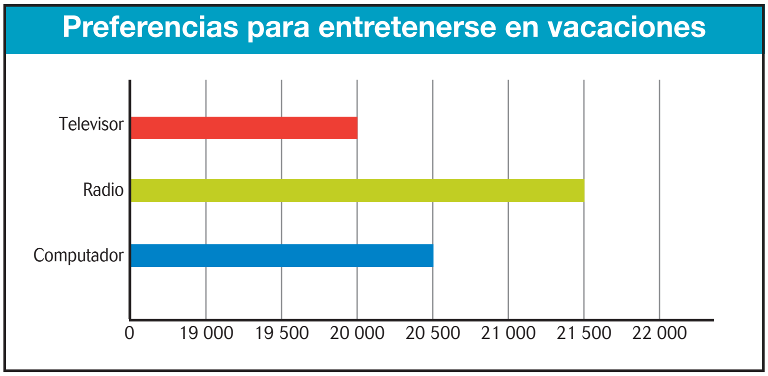
A primera vista, pensarías que cerca del triple de los estudiantes prefieren el fútbol al básquetbol. Pero si observas los valores de las barras, puedes ver que solo 20 estudiantes más prefieren el fútbol al básquetbol.

Un **gráfico engañoso** representa mal los datos, obstaculizando la interpretación realista de los mismos.

EJEMPLO 1

Gráficos de barras engañosos

Preferencias para entretenerse en vacaciones



A ¿Por qué es engañoso este gráfico de barras?

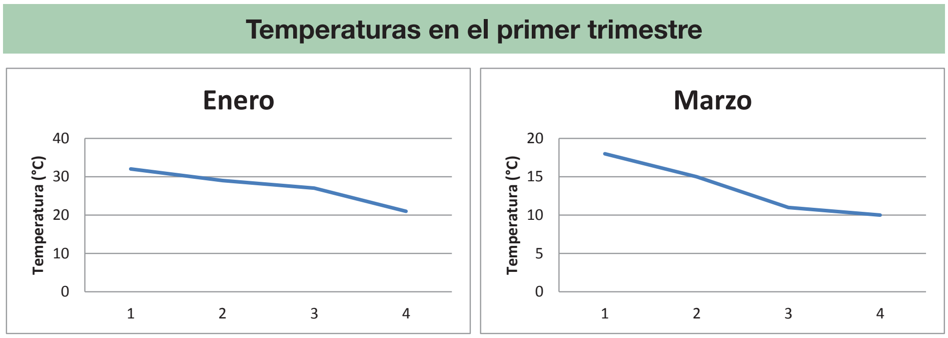
Porque se exagera la diferencia en las preferencias.

B ¿Qué podrían pensar las personas a partir del gráfico engañoso?

Podrían creer que la cantidad de personas que prefieren la radio en más del doble de las que prefieren la televisión para entretenerse. En realidad, sólo 1 000 personas más que los que prefieren la televisión son los que realmente prefieren la radio.

EJEMPLO 2

Analiza los gráficos que se muestran.


Temperaturas en el primer trimestre

Enero

Marzo

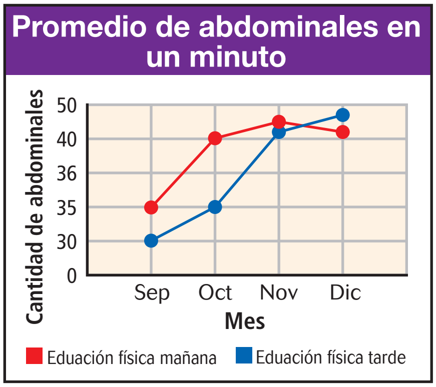
A ¿Por qué son engañosos estos gráficos?

Si observas la escala de cada gráfico, notarás que la de enero va desde 21 ºC hasta 32 ºC, y la de marzo va desde 10º hasta 18 ºC.

B ¿Qué podrían creer las personas a partir de estos gráficos engañosos?

Podrían creer que las temperaturas de marzo fueron, aproximadamente, las mismas de enero. Las temperaturas de enero fueron en realidad de 10 ºC mayores.

C ¿Por qué es engañoso este gráfico lineal?


Promedio de abdominales en un minuto

Los intervalos de la escala no son iguales. Así, por ejemplo, un incremento de 35 a 40 abdominales parece mayor que uno de 30 a 35.

Razonar y comentar

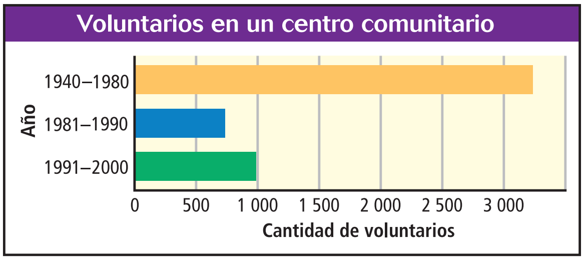
1. **Da un ejemplo** de una situación en la que creas que alguien intencionalmente trataría de hacer un gráfico engañoso.
2. **Indica** quién pudo haber hecho el gráfico engañoso del ejemplo 2c.
3. **Indica** cómo cambiarías el gráfico del ejemplo 2c para que no sea engañoso.

6-5 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

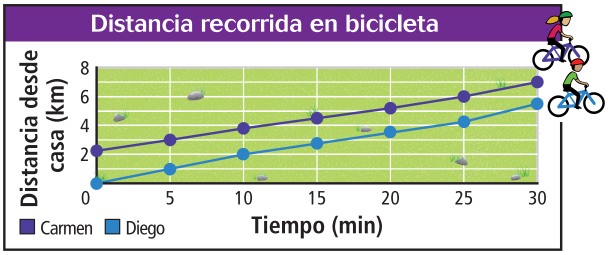
Ver ejemplo 1

1. ¿Por qué es engañoso este gráfico de barras?
2. ¿Qué información errónea se podría extraer del gráfico engañoso?


Voluntarios en un centro comunitario

Ver ejemplo 2

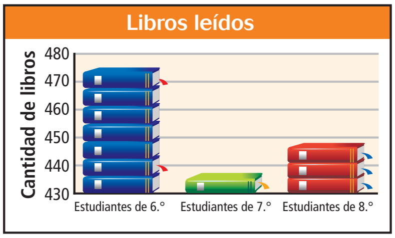
3. ¿Por qué es engañoso este gráfico lineal?
4. ¿Qué información errónea se podría extraer del gráfico engañoso?


Distancia recorrida en bicicleta

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

5. ¿Por qué es engañoso este gráfico de barras?
6. ¿Qué información errónea se podría extraer del gráfico engañoso?


Libros leídos

Ver ejemplo 2

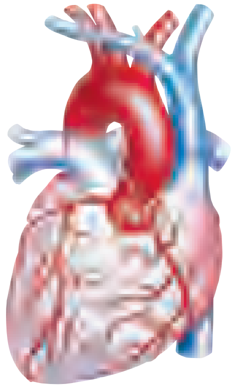
7. ¿Por qué es engañoso este gráfico lineal?
8. ¿Qué información errónea se podría extraer del gráfico engañoso?


Personas que mueren en una ciudad

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

9. **Razonamiento crítico** En una encuesta se preguntó qué blanqueador de dientes actuaba mejor. Los resultados indicaron que 1 007 personas eligieron las cintas, 995 eligieron la pasta y 998 eligieron la pintura. Haz dos gráficos de barras, uno en el que muestres que las cintas son mucho más eficaces que la pasta o la pintura, y otro en el que muestres que la pasta es la más eficaz.

CONEXIÓN Biología



Un corazón con enfermedad arterial coronaria, causada por acumulación de depósitos de grasa.

Arteria reducida por niveles elevados de colesterol en la sangre.

10. **Biología** Una compañía investigadora desarrolló un medicamento para el colesterol. En la tabla se muestran los niveles medios de colesterol por mes en pacientes que tomaron el medicamento durante 5 meses. ¿Qué tipo de gráfico harías para representar estos datos? ¿Por qué?

11. Haz un gráfico en el que se sugiera que el medicamento reduce notablemente los niveles de colesterol. Explica cómo lo haces.

Concentración media del colesterol

Mes	Colesterol
1	300 mg/dcl
2	275 mg/dcl
3	240 mg/dcl
4	230 mg/dcl
5	210 mg/dcl

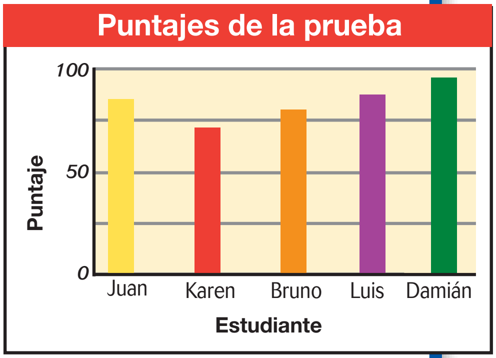
12. Haz un gráfico en el que se sugiera que el medicamento tiene poco efecto en los niveles de colesterol. Explica cómo lo haces.

13. **¿Cuál es la pregunta?** Observa las cantidades de colesterol de la tabla. Si la respuesta es 300 mg/dcl, ¿cuál es la pregunta?

14. **Escríbelo** Supongamos que viste tu gráfico del ejercicio 12 en un anuncio publicitario. ¿Qué intención crees que tendría el anuncio? Explica.

15. **Desafío** ¿Qué otra información podría recopilar y usar la compañía investigadora para hacer un gráfico de doble línea en el que se muestre el efecto del medicamento en los niveles de colesterol?

Repaso



16. ¿Qué enunciado se basa en la información del gráfico de barras?

Ⓐ Damián duplicó el puntaje de Karen en la prueba.
Ⓑ Karen tuvo el puntaje más alto en la prueba.
Ⓒ Bruno duplicó el puntaje de Juan en la prueba.
Ⓓ Luis obtuvo el segundo mejor puntaje en la prueba.

17. ¿Qué información errónea se podría extraer del gráfico de barras engañoso? Explica cómo volver a trazar el gráfico para que no sea engañoso.

18. Modifica el gráfico anterior para que efectivamente aparezca de la forma en la que no sea engañoso.

19. Crea un gráfico engañoso y muéstralo a tu profesor o profesora.

CAPÍTULO

6-6

Cómo elegir una presentación adecuada

Aprender a elegir la manera adecuada de presentar datos.

Vocabulario

gráfico circular

Un centro comunitario del vecindario ofrece programas para personas de todas las edades. Un folleto reciente incluye un gráfico de barras en que se muestra la cantidad de personas, por edad, inscritas en los distintos programas.

Según los datos que hay que presentar, algunos tipos de gráficos son más útiles que otros.

Usos comunes de la presentación de datos			
	Puedes usar un diagrama de puntos para mostrar con qué frecuencia ocurre cada número.		Puedes usar un gráfico de barras para presentar y comparar los datos en categorías separadas.
	Puedes usar un gráfico lineal para mostrar cómo cambian los datos a lo largo del tiempo.		Puedes usar un **gráfico circular** para mostrar los porcentajes de un conjunto de datos.

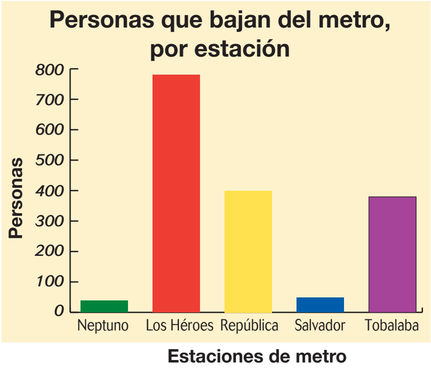
EJEMPLO 1 Elegir una presentación adecuada de los datos

A En la tabla se muestra la cantidad de personas que bajan en algunas estaciones del Metro de Santiago. ¿Qué gráfico sería más adecuado para mostrar los datos: un gráfico de barras o un gráfico lineal? Dibuja el gráfico más adecuado.

Estación	Neptuno	Los Héroes	República	Salvador	Tobalaba
Personas	33	770	397	44	367

Razona: ¿La información de la tabla describe un cambio a lo largo del tiempo? ¿La información de la tabla está dividida en distintas categorías?

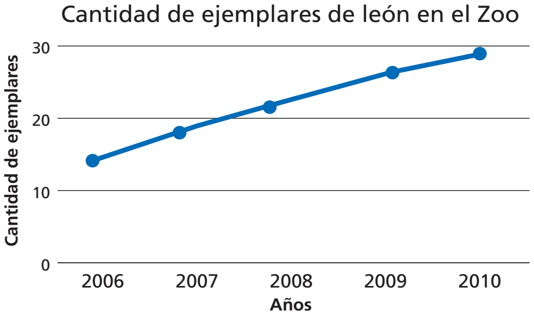
En la tabla se muestra la cantidad de personas que descienden del metro en cada estación. Habría que presentar los datos en categorías separadas. Por lo tanto, un gráfico de barras es más apropiado que un gráfico lineal.



B En la tabla se muestra el aumento de ejemplares de león en el zoológico de una ciudad a lo largo del tiempo. ¿Qué gráfico sería más apropiado para presentar los datos? ¿Un gráfico de barras o un gráfico lineal?

Cantidad de ejemplares de león en el zoológico de una ciudad					
Año	2006	2007	2008	2009	2010
Cantidad	15	18	21	25	27

Razona: En un gráfico lineal se muestran cómo cambian los datos a lo largo del tiempo, por lo que en este caso, el gráfico lineal es el más conveniente para mostrar este tipo de información.



EJEMPLO 2

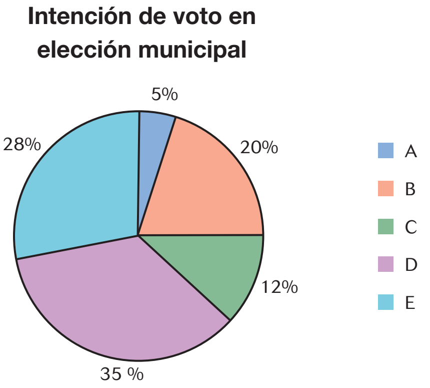
Representar los datos por medio de un gráfico circular

En la tabla se muestran los datos obtenidos en una encuesta acerca de intención de voto en una campaña de elecciones de alcalde. Considerando que se habla de porcentajes, ¿qué gráfico sería el más apropiado para presentar la información? ¿Un gráfico de barras o un gráfico circular? Dibuja el gráfico más adecuado.

Candidato	Porcentaje
A	5%
B	20%
C	12%
D	35%
E	28%

Razona: En la tabla se muestran porcentajes, por lo tanto es mucho más efectivo hacer una relación de cada dato con el total.

En un gráfico circular se muestran precisamente los valores de un conjunto de datos dentro del porcentaje total. Por lo tanto, un gráfico circular es más adecuado que un gráfico de barras.



Razonar y comentar

1. **Describe** una situación en la que un gráfico lineal sería una elección más adecuada para presentar datos que un gráfico de barras.
2. **Describe** otro tipo de gráfico que se podría usar para presentar los datos de la tabla del ejemplo 1b.

6-6 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

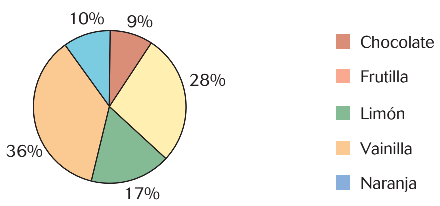
1. En la tabla se presentan las temperaturas máximas promedio en una ciudad durante seis meses de un año. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar los datos: un gráfico de barras o un gráfico lineal? Dibuja el gráfico más adecuado.

Mes	Ene	Mar	May	Jul	Sept	Nov
Temp. (°C)	32	26	22	18	21	26

Ver ejemplo 2

2. En el gráfico circular se muestran los resultados de una encuesta acerca de las preferencias de las personas con respecto a sabores de helado que se ofrecen en un local del centro de la ciudad. ¿Qué porcentaje corresponde al helado de chocolate?

Sabor de helado preferido



PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

3. En la tabla se muestran los porcentajes de estudiantes que compraron un almuerzo caliente en la cafetería de la escuela. ¿Qué gráfico sería más adecuado para mostrar los datos: un gráfico de barras o un gráfico lineal? Dibuja el gráfico más adecuado.

Septiembre	30%	Noviembre	27%	Enero	45%
Octubre	28%	Diciembre	27%	Febrero	42%

Ver ejemplo 2

4. En la tabla se muestra el resultado de la encuesta “Deportes preferidos” que se realizó en un curso. Dibuja un gráfico circular para representar los datos.

Deportes preferidos	
Tenis	5
Fútbol	25
Natación	10
Otros	10

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

5. **Ciencias Sociales** En la tabla se muestra la población de un país desde el año 1900 hasta el año 2000.
   a. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar los datos? ¿Por qué?
   b. Haz un gráfico de los datos.

Año	Población
1 900	76 094 000
1 925	115 829 000
1 950	152 271 417
1 975	215 973 199
2 000	281 421 906

6. **Razonamiento crítico** El total de puntos que lograron los equipos de baby fútbol de una comuna en un año reciente es el siguiente: 48, 39, 38, 25, 20, 43, 40, 42, 36, 30, 43, 22, 29, 41, 28. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar los datos: un diagrama de puntos o un gráfico de barras? Dibuja el gráfico más adecuado.

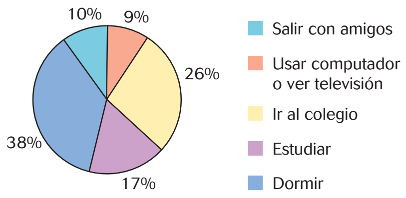
7. **Escribe un problema** Usa la información de la tabla para escribir un problema que pueda resolverse dibujando un gráfico. Indica qué tipo de gráfico usarías.

8. **Escríbelo** Explica las semejanzas y las diferencias entre un gráfico de barras y un gráfico lineal.

Animal	Tiempo de vida (años)
Oso	40
Tortuga	100
Elefante	70
Tigre	22

9. **Desafío** En el gráfico circular se muestra el porcentaje de horas que estudiantes de séptimo dedicaron a diferentes actividades durante dos semanas. Haz un gráfico de barras que represente la misma información contenida en este gráfico circular y responde: ¿Qué se muestra con más claridad en el gráfico circular que en el gráfico de barras?

Distribución del tiempo de estudiantes de 7º básico



Repaso

10. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar la cantidad de kilómetros que cada estudiante caminó en una maratón benéfica durante una semana?

Ⓐ Gráfico circular Ⓑ Gráfico de doble línea Ⓒ Gráfico lineal Ⓓ Gráfico de barras

11. A las personas que salían de un gimnasio se les preguntó durante cuánto tiempo habían hecho ejercicio. Los resultados en minutos son: 15, 10, 35, 35, 60, 65, 15, 60, 20, 35. ¿Qué tipo de gráfico sería más adecuado para presentar los datos? Explica. Ordena los datos en una tabla y luego construye el gráfico.

12. Construye una tabla de datos que pueda ser representada por un gráfico lineal y posteriormente construye ese gráfico.

13. A partir de la tabla de datos que construiste en la pregunta 11, realiza las modificaciones necesarias para que se pudiera construir, usando las mismas cantidades, un diagrama de tallo y hojas.

CAPÍTULO
6

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 6-4 a 6-6

6-4 Gráficos lineales

1. Usa los datos de la tabla para hacer un gráfico lineal.

Imprenta "Printed"	
Año	Cantidad de empleados
2 003	852
2 004	1 098
2 005	1 150
2 006	1 150

Utiliza el siguiente gráfico lineal para responder las preguntas 2 y 3.

2. ¿Cuál fue el mejor mes de venta de la carnicería?
3. De acuerdo a la proyección del gráfico ¿cómo debieran ser las ventas en septiembre en relación a los demás meses? Justifica.

Primeros ocho meses del año

6-5 Gráficos engañosos

4. Andrés trazó un gráfico lineal de los datos de una imprenta. En el eje vertical, que representa la cantidad de empleados, usó estos intervalos: 0; 800; 1 000 y 1 500. Explica por qué su gráfico es engañoso.
5. Escribe una tabla de datos que permita construir un gráfico engañoso.
6. Construye el gráfico de la tabla anterior, y explica por qué es engañoso.

6-6 Cómo elegir una presentación adecuada

7. ¿Sería también adecuado usar un gráfico de barras para representar los datos del gráfico lineal de los problemas 2 y 3? Explica.
8. ¿Cuál opción sería conveniente para representar de mejor forma la información del gráfico de los ejercicios 2 y 3 de esta página? Justifica tu elección.
9. Dibuja la opción que hayas definido en la pregunta anterior.
10. Escribe y explica dos diferencias entre un gráfico de barras y un gráfico circular, que sean determinantes a la hora de escoger qué presentación usar para una determinada muestra de datos.

CONEXIONES con el mundo real

CAPÍTULO
6

Terremotos en el mundo

No solo en Chile hemos vivido terremotos de gran magnitud. Existen registros desde hace muchos años que dan cuenta de los diversos sismos y sus lugares de ocurrencia. Sin embargo, de los 10 terremotos más grandes de la historia, ¡3 fueron en Chile!

En la tabla se muestran las magnitudes en escala de Richter de los 10 terremotos más grandes de la historia (desde que se tiene registro). La escala sismológica de Richter, también conocida como escala de magnitud local (ML), es una escala logarítmica arbitraria que asigna un número para cuantificar la energía que libera un terremoto, denominada así en honor al sismólogo estadounidense Charles Richter (1900-1985). Haz un gráfico de barra con los datos.

Terremotos más grandes en el mundo desde que se tiene registro

País	Chile	U.S.A	Indonesia	Rusia	Japón	Perú	Chile	Chile	Ecuador	Indonesia
Magnitud (Richter)	9,5	9,2	9,1	9,0	9,0	9,0	8,8	8,8	8,8	8,8

1. Utilizando la información de la tabla de datos, crea el gráfico (que no sea uno de barras), que consideres el más apropiado para representarla.
2. ¿De qué manera podríamos reordenar los datos para que se agrupen de acuerdo a algún tipo de categorías?
3. Separa los datos por continente, y crea las tablas apropiadas con esa agrupación.
4. Para una de las tablas, crea el gráfico correspondiente.
5. Realiza una comparación de los gráficos y establece características de los terremotos en cada continente.
6. Supongamos que se incluyera un terremoto de magnitud 7,9 grados en E.E.U.U. ¿Se produce un cambio en la comparación de los gráficos o se mantiene sin modificaciones? Justifica tu respuesta.

Sismógrafo.

¡Vamos a Jugar!

Más que mil palabras

¿Has oído decir que “una imagen vale más que mil palabras”? También un gráfico puede valer más que mil palabras.

En cada uno de los siguientes gráficos se cuenta la historia del recorrido que hace un estudiante hasta la escuela. Lee cada historia y piensa lo que se muestra en cada gráfico. ¿Puedes relacionar cada gráfico con su historia?

Nadia

Fui a la escuela en mi bicicleta a velocidad constante. En dos cruces tuve que esperar el cambio de luces de los semáforos.

Alonso

Caminé a la parada y esperé el autobús. Cuando me subí, me trajo directamente a la escuela.

Marcela

De camino a la escuela, me detuve en la casa de una amiga. No estaba lista, así que tuve que esperarla. Luego, caminamos a la escuela.

Gráfico A

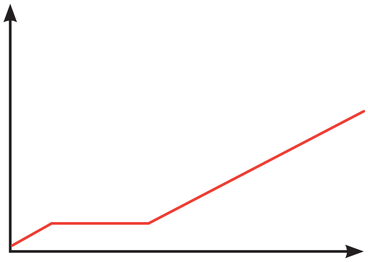


Gráfico B

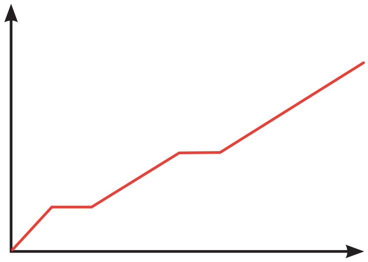
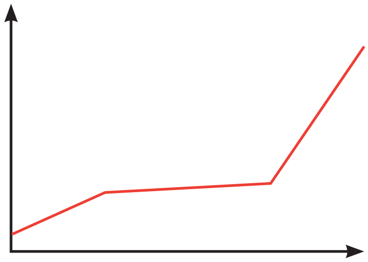


Gráfico C



Jugando con dados

ACTIVIDAD GRUPAL

Júntate con un compañero o compañera y usen dos dados. Construyan una tabla en la que definan las combinaciones de números que les darán puntos y las que no. Por ejemplo:

Combinaciones válidas	Emilio	Marcela
DOS / DOS		
PAR / PAR		
IMPAR / PAR		

Realicen 50 lanzamientos cada uno y ganará el que más puntos tenga.

Una vez concluido el juego calculen la probabilidad de cada una de las combinaciones que colocaron en la tabla y compárenlas con los resultados de su juego.

¡Está en la bolsa!

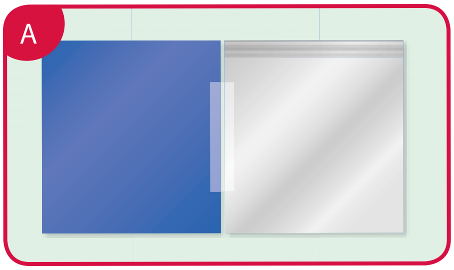
Materiales

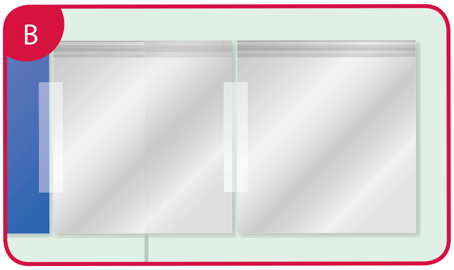
- 2 trozos de cartón
- 6 bolsas para sándwiches con cierre
- cinta adhesiva transparente para paquetes
- papel cuadriculado
- tijeras

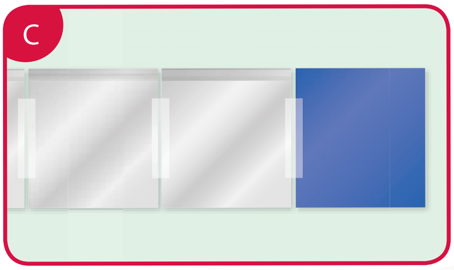
PROYECTO Gráficos a mi manera

Crea diferentes tipos de gráficos y guárdalos en un libro acordeón con cierre.

Instrucciones







1. Coloca un trozo de cartón de 16 cm por 18 cm al costado de una de las bolsas. La parte de la bolsa que se abre debe estar hacia arriba y debe haber un pequeño espacio entre el cartón y la bolsa. Usa la cinta para pegar el cartón a la bolsa, por delante y por detrás. **Figura A**
2. Coloca otra bolsa al costado de la primera y deja un pequeño espacio entre ellas. Únelas con cinta, por delante y por detrás. **Figura B**
3. Haz lo mismo con el resto de las bolsas. Al final de la cadena, une con cinta un segundo trozo de cartón de 16 cm por 18 cm a la última bolsa. **Figura C**
4. Pliega las bolsas como si fueran un acordeón, hacia adelante y hacia atrás, con las dos tapas de cartón en la parte de adelante y de atrás.
5. Recorta cuadrados de papel cuadriculado de manera que se puedan colocar dentro de las bolsas.

Tomar notas de matemática

Escribe el número y el título del capítulo en la tapa. En cada trozo de papel cuadriculado, dibuja y rotula un ejemplo de un tipo de gráfico del capítulo. Guarda los gráficos en las bolsas.

CAPÍTULO 6

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

tabla de datos	210
gráfico de barras	214
gráfico de doble barra	214
frecuencia	220
tabla de frecuencia	220
diagrama de puntos	220
histograma	220
gráfico lineal	226
gráfico de doble línea	226
gráfico engañoso	230
gráfico circular	234

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. Un(a) _________ tiene barras verticales u horizontales que muestran el número de elementos de cada intervalo.

2. Un (a) _________ nos permite conocer la cantidad de veces que ocurre un suceso o un hecho.

3. Un(a) _________ muestra de mejor manera los porcentajes de datos dentro de un total.

EJEMPLOS

EJERCICIOS

6-1 Cómo hacer una tabla

■ **Haz una tabla con los datos.**

El lunes nevó 2 cm.
El martes nevó 3,5 cm.
El jueves nevó 4,25 cm.

Día	Nieve
Lun	2 cm
Mar	3,5 cm
Jue	4,25 cm

4. Haz una tabla con los datos de la longitud de las serpientes.

Una anaconda llega a medir 10 m, una pitón diamante 6,4 m, una cobra real 5,7 m, una boa constrictor 4,8 m.

5. Construye una tabla de datos con la cantidad de personas que entran al cine en una semana.

Lunes: 400 personas, martes: 380 personas, miércoles: 200 personas, jueves: 300 personas, viernes: 600 personas.

6. Haz una tabla con los datos: zapallo: 400 gramos; papa: 180 gramos, choclo: 300 gramos; carne: 200 gramos.

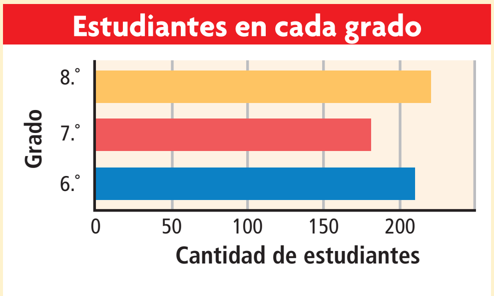
7. Construye una tabla con los datos del número de hermanos:

Joaquín: 3 hermanos.
Andrea: 2 hermanos.
Ana: 1 hermano.
Pedro: 5 hermanos.
Nico: 4 hermanos.

EJEMPLOS **EJERCICIOS**

6-2 Gráficos de barras

- **¿Qué cursos tienen más de 200 estudiantes?**



6° y 8° básico.

Usa el gráfico de barras de la izquierda para los ejercicios 8 y 9.

8. ¿Qué curso tiene más estudiantes?

9. Crea una tabla de datos a partir del gráfico.

10. Haz un gráfico de barras con los datos.

Prueba	Matem.	Inglés	Historia	Ciencias
Puntos	95	85	90	80

11. Crea un gráfico de barras con los siguientes datos:

Monedas	$ 10	$ 50	$ 100	$ 500
Cantidad	28	33	49	75

12. Crea una tabla de datos con algún tema propuesto por ti, y luego construye el gráfico de barras que corresponde a esa tabla de datos. Finalmente, crea una pregunta para que algún compañero(a) de tu curso pueda contestar viendo el gráfico.

6-3 Diagramas de puntos, tablas de frecuencia e histogramas.

- **Haz una tabla de frecuencia con intervalos.**

Edades de los invitados al cumpleaños de Irene: 37, 39, 18, 15, 13.

Edades de los invitados al cumpleaños de Irene				
Edades	13-19	20-26	27-33	34-40
Frecuencia	3	0	0	2

13. Haz una tabla de frecuencia con intervalos.

Puntos anotados					
6	4	5	4	7	10

14. Usa la tabla de frecuencia del ejercicio 13 para hacer un histograma.

15. Utiliza la información del ejercicio 5 de este repaso para hacer el histograma correspondiente.

16. Crea una tabla de frecuencia con intervalos, de acuerdo a la información que puedas extraer de tu curso. Luego, construye el histograma que corresponde.

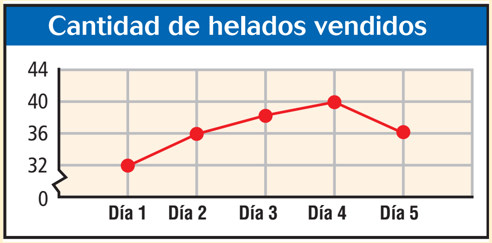
EJEMPLOS

EJERCICIOS

6-4 Graficos lineales

■ **Haz un gráfico lineal con los datos de helados vendidos.**

Día 1: 32 Día 2: 36 Día 3: 38
Día 4: 40 Día 5: 36



17. Haz un gráfico lineal con los datos de ventas de la librería.

Ene: $ 4 250 000 Feb: $ 3 200 000
Mar: $ 4 500 000 Abr: $ 5 300 000

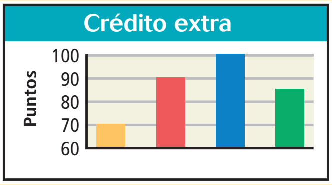
Usa tu gráfico lineal del ejercicio 17.

18. ¿Cuándo fueron mayores las ventas de la librería?

19. Describe la tendencia de las ventas de la librería durante los cuatro meses.

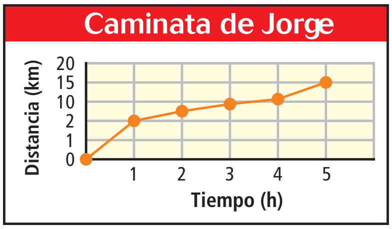
6-5 Gráficos engañosos

■ **¿Por qué es engañoso este gráfico?**



Falta la primera parte de la escala

20. Explica por qué es engañoso este gráfico.



6-6 Cómo elegir una presentación adecuada

■ **¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar el tiempo dedicado a las compras: un diagrama de tallo y hojas o un gráfico lineal?**

21. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar la cantidad de libros leídos en un año escolar por clase: un gráfico de barras o un gráfico lineal?

22. ¿Qué gráfico sería más apropiado para presentar las ganancias de una empresa a lo largo de la última década: un gráfico de líneas o un gráfico circular?

23. ¿Qué gráfico sería más apropiado para presenta los resultados de la prueba para un curso completo, considerando que los datos se presentan en porcentajes: un gráfico de barras o un gráfico circular?

Prueba de capítulo

CAPÍTULO
6

1. Usa los datos sobre el sonido para hacer una tabla.

El volumen de un sonido se mide por el tamaño de sus vibraciones. La unidad de medición es el decibel (dB). Un murmullo mide 30 dB. Una conversación mide 60 dB. Un grito mide 100 dB. El límite soportado por los seres humanos es 130 dB. El despegue de un avión a 30 m de distancia mide 140 dB.

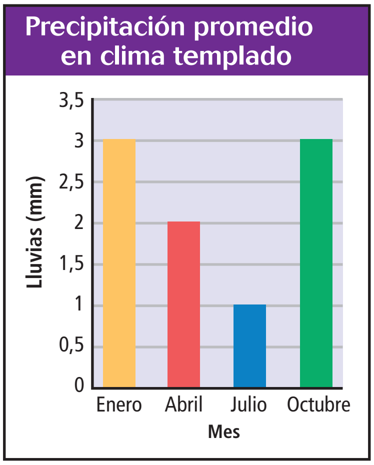
Usa el gráfico de barras para los ejercicios del 2 al 3.

2. ¿Qué mes tiene el menor promedio de lluvias?

3. ¿Qué meses tienen más de 2 mm de lluvias?

4. En la tabla se indica la cantidad de frutillas recogidas por los clientes en un campo de "recoja sus propias frutillas". Organiza los datos en un diagrama de puntos.

Cantidad de frutillas recogidas							
28	33	35	27	35	28	35	29
30	27	30	35	28	27	31	32



5. Haz el gráfico más apropiado para representar los datos de las flexiones realizadas. Explica tu elección.

Número de flexiones realizadas						
35	33	25	45	52	21	18
41	27	35	40	53	24	38

6. En la tabla se indica la población de un pequeño pueblo durante un periodo de varios años. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar los datos: un gráfico de barras o un gráfico lineal? Dibuja el gráfico más adecuado.

Año	2002	2003	2004	2005
Población	852	978	1 125	1 206

CAPÍTULO
6

Evaluación acumulativa
Capítulos 1-6

1. En la siguiente tabla de datos, ¿cuál es el color que menos se repite en las casas de la cuadra?

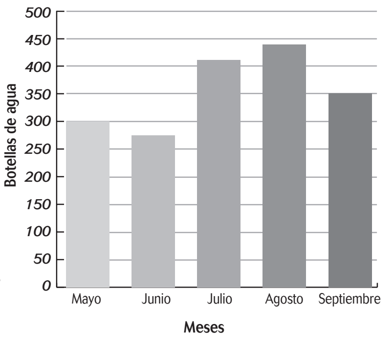
Colores de las casas de una cuadra					
Amarillo	Rojo	Verde	Café	Verde	Blanco
6	2	4	8	1	6

Ⓐ Amarillo
Ⓑ Rojo
Ⓒ Café
Ⓓ Verde

2. En el siguiente gráfico de barras se presenta la información acerca de la cantidad de botellas de agua que se consumen en diferentes meses del año. ¿En qué mes, de acuerdo al gráfico, se consume menos agua?

Ⓐ Mayo
Ⓑ Junio
Ⓒ Julio
Ⓓ Septiembre

Botellas de agua consumidas por mes

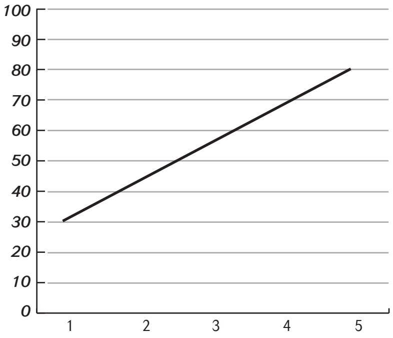


3. De acuerdo a la tabla de frecuencia, ¿a qué hora la tienda vende menor cantidad de regalos?

Cantidad de regalos vendidos por hora en una tienda						
Hora	8 a 9	9 a 10	10 a 11	11 a 12	12 a 13	13 a 14
Regalos	4	6	1	8	5	9

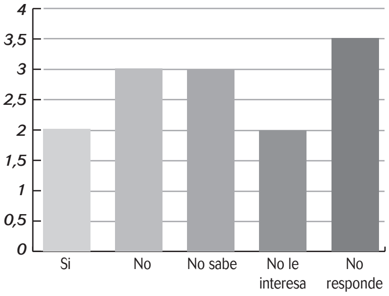
Ⓐ 8 a 9
Ⓑ 10 a 11
Ⓒ 12 a 13
Ⓓ 13 a 14

4. El gráfico que sigue se utiliza principalmente cuando:



Ⓐ Mostramos con qué frecuencia ocurre cada número.
Ⓑ Presentamos y comparamos los datos en categorías separadas.
Ⓒ Mostramos cómo cambian los datos a lo largo del tiempo.
Ⓓ Mostramos con qué frecuencia ocurren los valores y cómo se distribuyen.

5. El siguiente gráfico es engañoso porque:



Ⓐ Las barras son de diferentes colores.
Ⓑ Los rangos de datos son pequeños y pareciera que hay grandes diferencias.
Ⓒ No tiene título, entonces no se pueden comparar los datos que se presentan.
Ⓓ Los rangos que presenta tienen que ver con porcentajes, no con cantidades dadas.

6. ¿Cuál es el tipo de gráfico en el que se usan barras e intervalos para presentar los datos?

Ⓐ Diagrama circular

Ⓑ Histograma

Ⓒ Diagrama de tallo y hojas

Ⓓ Diagrama de puntos

7. ¿Qué ecuación tiene 8 como solución?

Ⓐ $2x = 18$ Ⓑ $x + 6 = 24$

Ⓒ $x - 4 = 12$ Ⓓ $\frac{x}{4} = 2$

Usa la siguiente tabla para los ejercicios 8, 9 y 10.

Prendas de ropa preferidas por las personas de una casa

	Pantalón	Chaleco	Parka	Polera	Poncho
Padre	X	X		X	
Madre		X	X		X
Hijo	X	X	X	X	
Hija	X	X		X	X

8. Construye un gráfico de barras donde indiques la cantidad de preferencias que tiene cada prenda de vestir.

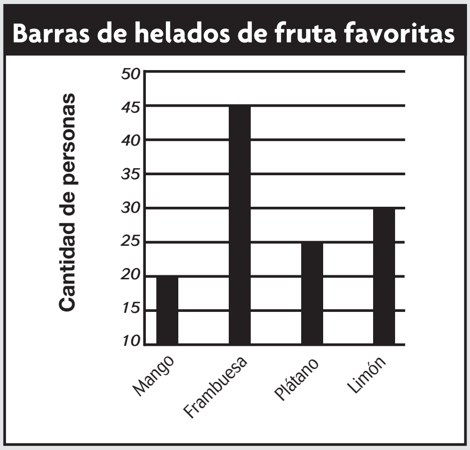
9. Construye un gráfico que te permita mostrar la cantidad de prendas que eligió cada persona.

10. Calcula el porcentaje de cada prenda y construye el gráfico circular que corresponda.

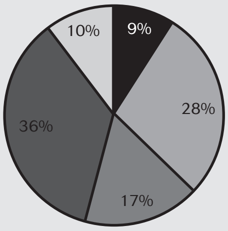
11. En un centro comunitario se vendieron diferentes tipos de pasteles para una fiesta de fin de año. Crea la tabla de datos con la información que se pudiera haber recabado de las ventas y posteriormente construye un gráfico con los datos registrados.

12. Selecciona alguna de las tablas de datos de la unidad, y construye un gráfico diferente al que se haya realizado con esa información. Argumenta tu elección del gráfico a construir.

13. Observa el gráfico de barras de los sabores favoritos de barras de helado de frutas. Explica por qué el gráfico es engañoso. Usa los mismos datos para hacer un gráfico que no sea engañoso.



14. Observa el gráfico circular que se presenta a continuación y luego responde las preguntas que le siguen:



a. Da un ejemplo de información que se pudiera haber representado en este gráfico.

b. ¿Qué porcentajes sumados se acercan a la mitad de la muestra?

15. La temperatura máxima del lunes fue 12 °C. El martes fue 16 °C. El miércoles fue 18 °C. El jueves fue 15 °C. El viernes fue 16 °C.

a. ¿Qué gráfico sería más adecuado para presentar los datos: un gráfico de barras o un gráfico lineal? Explica.

b. Haz un gráfico con los datos.

Responde verdadero (V) o falso (F)

16. _______ Un gráfico lineal nos permite comparar datos que cambian en el tiempo.

17. _______ Un gráfico de barras nos permite comparar una cantidad respecto a un todo.

18. _______ Un histograma nos permite graficar tablas de frecuencias.

CAPÍTULO

7

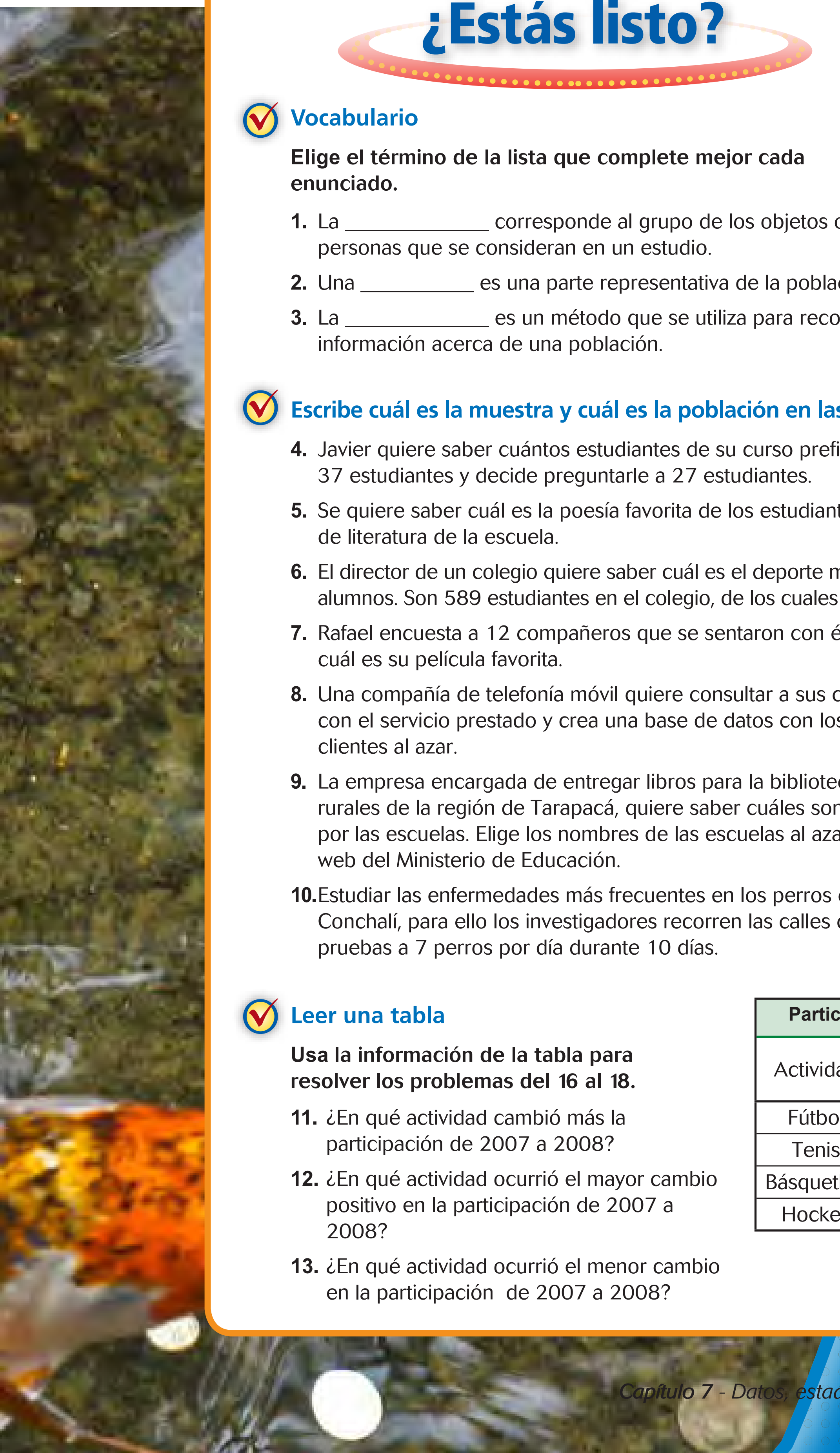
Datos, estadísticas y probabilidades

Enfoque del capítulo

- Usar estadísticas descriptivas para resumir conjuntos de datos.
- Organizar y presentar datos para responder preguntas.

En el mundo real

Los científicos pueden usar datos y estadísticas para hacer predicciones sobre poblaciones de peces koi y otras clases de peces.



¿Estás listo?

Vocabulario

Elige el término de la lista que complete mejor cada enunciado.

probabilidad
encuesta
muestra
población

1. La ____________ corresponde al grupo de los objetos o personas que se consideran en un estudio.

2. Una __________ es una parte representativa de la población.

3. La ____________ es un método que se utiliza para recopilar información acerca de una población.

Escribe cuál es la muestra y cuál es la población en las siguientes situaciones

4. Javier quiere saber cuántos estudiantes de su curso prefieren la música rock. Son 37 estudiantes y decide preguntarle a 27 estudiantes.

5. Se quiere saber cuál es la poesía favorita de los estudiantes que pertenecen al club de literatura de la escuela.

6. El director de un colegio quiere saber cuál es el deporte más practicado por sus alumnos. Son 589 estudiantes en el colegio, de los cuales 375 practican un deporte.

7. Rafael encuesta a 12 compañeros que se sentaron con él en el estadio para saber cuál es su película favorita.

8. Una compañía de telefonía móvil quiere consultar a sus clientes si están satisfechos con el servicio prestado y crea una base de datos con los nombres de algunos clientes al azar.

9. La empresa encargada de entregar libros para la biblioteca de aula de escuelas rurales de la región de Tarapacá, quiere saber cuáles son los títulos más requeridos por las escuelas. Elige los nombres de las escuelas al azar a través de la página web del Ministerio de Educación.

10. Estudiar las enfermedades más frecuentes en los perros callejeros de la comuna de Conchalí, para ello los investigadores recorren las calles de la comuna y le hacen pruebas a 7 perros por día durante 10 días.

Leer una tabla

Usa la información de la tabla para resolver los problemas del 16 al 18.

Participación de los estudiantes

Actividad	Año	
	2007	2008
Fútbol	50	65
Tenis	25	30
Básquetbol	60	40
Hockey	30	40

11. ¿En qué actividad cambió más la participación de 2007 a 2008?

12. ¿En qué actividad ocurrió el mayor cambio positivo en la participación de 2007 a 2008?

13. ¿En qué actividad ocurrió el menor cambio en la participación de 2007 a 2008?

CAPÍTULO 7

Vistazo previo

De dónde vienes

Antes

- Usaste una representación adecuada para mostrar las relaciones entre los datos recopilados.
- Sacaste conclusiones a partir del análisis de datos.

En este capítulo

Estudiarás

- Cómo seleccionar una representación adecuada para mostrar las relaciones entre los datos recopilados.
- Cómo reconocer usos incorrectos de la información gráfica.
- Cómo hallar las probabilidades de sucesos.

A dónde vas

Puedes usar las destrezas aprendidas en este capítulo

- Para hacer predicciones basándose en los resultados de encuestas.
- Para hallar las probabilidades a favor y en contra de resultados especificados.

Vocabulario

población	experimento
muestra	resultado posible
muestra aleatoria	suceso
muestra sistemática	prueba
muestra de conveniencia	probabilidad experimental
muestra auto-seleccionada	probabilidad teórica
pregunta tendenciosa	probabilidad
muestra no representativa	igualmente probables

Conexiones de vocabulario

Considera lo siguiente para familiarizarte con algunos de los términos del vocabulario del capítulo. Puedes consultar el capítulo, el glosario o un diccionario si lo deseas.

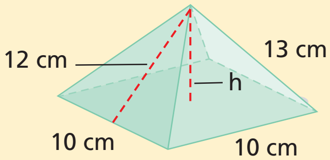
1. La población de un área es el número total de habitantes que viven en esa zona. ¿Qué crees que significa **población** en el proceso de recopilar datos?
2. Cuando tomas una **muestra** de un producto, tomas una pequeña parte. ¿Qué crees que es una muestra en una recopilación de datos?
3. Una situación tendenciosa es algo que ocurre con cierto grado de deformación para que no sea real. ¿A qué podría corresponder entonces el término **pregunta tendenciosa**?
4. La palabra experimento puede significar “el proceso de poner a prueba”. ¿En qué crees que se basa la **probabilidad experimental**?
5. Cuando dos cosas son iguales, tienen la misma medida o cantidad. ¿Cómo crees que se relacionan dos sucesos **igualmente probables**?

Leer y escribir matemáticas

Estrategia de lectura: Lee e interpreta gráficos

Aprender a interpretar figuras, diagramas, tablas y gráficos te ayudará a reunir la información que necesitas para resolver un problema.

Lo que ves



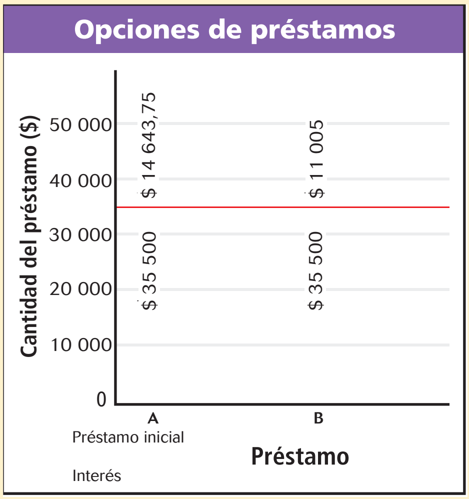
Pirámide de base cuadrada

Cómo interpretarlo

✔ Lee los rótulos
- La arista de la base: 10 cm.
- La altura lateral: 12 cm.
- La arista de la cara lateral: 13 cm.
- La altura de la pirámide no se conoce.

✔ No supongas nada. La altura de la pirámide parece medir aproximadamente igual a la arista de la cara lateral; pero para saberlo debe aplicar el teorema de Pitágoras y usar la calculadora.

Lo que ves



Cómo interpretarlo

✔ Lee el título.

"Opciones de préstamos"

✔ Lee el rótulo de cada eje:

Horizontal:	Indica las opciones de préstamos A y B
Vertical:	Cantidades del préstamo en pesos.

✔ Nota: *Capital* corresponde a la cantidad de bienes materiales inmuebles o dinero que se destina para una actividad específica y que genera ganancias.
Interés de un capital se refiere al lucro producido por el capital.

Inténtalo

Busca cada ejercicio en el libro de texto y responde las preguntas correspondientes.

1. Capítulo 6-5, ejemplo 1: ¿Cuál es el título del gráfico? ¿Cuántas personas prefieren el televisor?
2. Capítulo 6-4, ejemplo 2: ¿Qué significa cada punto del gráfico? ¿Cuánto costaba una bicicleta de montaña el año 2007?
3. Capítulo 6-2, ejemplo 3: ¿Cuál es el país con menor expectativa de vida? ¿Cuál es el país con mayor expectativa de vida?

CAPÍTULO

7-1

Poblaciones y muestras

Aprender a comparar y analizar métodos de muestreo.

Vocabulario

población

muestra

muestra aleatoria

muestra de conveniencia

muestra no representativa

Pista útil

Una muestra aleatoria tiene más probabilidades de ser representativa de una población que una muestra de conveniencia.

En 2002, se difundió la noticia de que la caquexia crónica, o enfermedad del alce loco, se estaba propagando hacia el Oeste por América del Norte. Para verificar una afirmación como ésa, se debía examinar a la población de alces.

Cuando se reúne información sobre un grupo, como el grupo de todos los alces de América del Norte, la totalidad de este grupo se llama **población**. Como examinar a cada miembro de un grupo grande puede ser difícil o imposible, los investigadores suelen estudiar una parte de la población, llamada **muestra**.

Para formar una **muestra aleatoria**, se elige a miembros de la población al azar. Esto permite que todos los miembros de la población tengan la misma posibilidad de ser elegidos. Una **muestra de conveniencia** se basa en miembros de la población que ya están disponibles, como 30 alces en una reserva natural.

EJEMPLO 1

Analizar métodos de muestreo

Determina qué método de muestreo representará mejor a toda la población. Justifica tu respuesta.

Asistencia de estudiantes a partidos de fútbol	
Método de muestreo	Resultado de la encuesta
Andrés encuesta a 80 estudiantes eligiendo nombres al azar del directorio escolar.	El 62 % asiste a partidos de fútbol.
Víctor encuesta a 28 estudiantes que se sentaron cerca de él durante el almuerzo.	El 81% asiste a partidos de fútbol.

El método de Andrés produjo resultados más representativos de toda la población estudiantil porque usó una muestra aleatoria.

El método de Víctor produjo resultados que no son representativos de toda la población estudiantil porque usó una muestra de conveniencia.

Una **muestra no representativa** no representa a la población de manera justa. Un estudio basado en 50 alces de un criador puede no ser representativo porque los alces de un criador podrían tener menos probabilidades de contraer la enfermedad del alce loco que los alces en su hábitat natural.

EJEMPLO 2 Identificar posibles muestras no representativas

Determina si cada muestra puede no ser representativa. Explica.

A **Se encuesta a las primeras 50 personas que salen del cine para averiguar qué tipo de películas les gusta a los habitantes del pueblo.**

La muestra no es representativa. Es probable que no a todos les guste ver el tipo de película que esas 50 personas acaban de ver.

B **Un bibliotecario elige 100 libros al azar de la base de datos de la biblioteca para calcular el promedio de páginas de un libro de la biblioteca.**

No es una muestra no representativa. Es una muestra aleatoria.

Con los datos de una muestra aleatoria, puedes usar un razonamiento proporcional para hacer predicciones o verificar afirmaciones sobre toda la población.

EJEMPLO 3 Verificar afirmaciones basadas en datos estadísticos

Un biólogo estima que, de los 4 500 alces que hay en una reserva natural, más de 700 están infectados con un parásito. Una muestra aleatoria de 50 alces indica que 8 de ellos están infectados. Determina si es probable que la estimación del biólogo sea exacta.

Establece una proporción para predecir la cantidad total de alces infectados.

$$\frac{\text{alces infectados de la muestra}}{\text{tamaño de la muestra}} = \frac{\text{alces infectados de la población}}{\text{tamaño de la población}}$$

$$\frac{8}{50} = \frac{x}{4\,500} \qquad \textit{Sea x la cantidad de alces infectados en la reserva.}$$

$$8 \cdot 4\,500 = 50 \cdot x \qquad \textit{Los productos cruzados son iguales.}$$

$$36\,000 = 50\,x \qquad \textit{Multiplica.}$$

$$\frac{36\,000}{50} = \frac{50x}{50} \qquad \textit{Divide cada lado entre 50 para despejar x.}$$

$$720 = x$$

Basándote en la muestra, puedes predecir que hay 720 alces infectados en la reserva. Es probable que la estimación del biólogo sea exacta.

¡Recuerda!

En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, los productos cruzados, a d y b c son iguales.

Razonar y comentar

1. **Describe** una situación en la que te gustaría usar una muestra en lugar de hacer una encuesta a toda la población.
2. **Explica** por qué sería difícil obtener una muestra totalmente aleatoria de una población muy grande.

7-1 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

1. Determina qué método de muestreo representará mejor a toda la población. Justifica tu respuesta.

Autos "Estrella solitaria": Satisfacción del cliente	
Método de muestreo	Resultados de la encuesta
Nadia encuesta a 200 clientes en el local un sábado por la mañana.	El 92% está satisfecho.
Doris envía encuestas por correo a 100 clientes elegidos al azar.	El 68% está satisfecho.

Ver ejemplo 2

Determina si cada muestra puede no ser representativa. Explica.

2. Una compañía elige al azar 500 clientes de su base de datos y luego los encuesta para conocer su opinión sobre la calidad del servicio.

3. Un profesor del colegio entrevista a 50 alumnos que acostumbran a jugar al fútbol para averiguar acerca de cuánta actividad física tienen los habitantes de la ciudad.

Ver ejemplo 3

Afirmaciones basadas en datos estadísticos.

4. Una fábrica produce 150 000 focos de luz por día. El gerente de la fábrica estima que se producen menos de 1 000 focos defectuosos por día. En una muestra aleatoria de 250 focos, hay 2 focos defectuosos. Determina si es probable que la estimación del gerente sea exacta. Explica.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

5. Determina qué método de muestreo representará mejor a toda la población. Justifica tu respuesta.

Periódico	
Método de muestreo	Resultados de la encuesta
Susana encuesta a 80 personas suscritas de su vecindario.	El 61% quiere renovar la suscripción.
Violeta encuesta por teléfono a 150 personas suscritas que elige al azar.	El 82% quiere renovar la suscripción.

Ver ejemplo 2

Determina si cada muestra puede no ser representativa. Explica.

6. Un *disc-jockey* pregunta a diez radioescuchas si les gusta la última canción.

7. Los miembros de una organización para las elecciones encuestan a 700 votantes registrados eligiendo sus nombres al azar de una lista de todos los votantes.

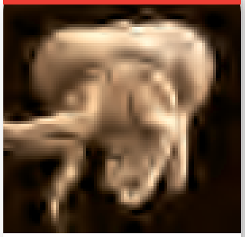
Ver ejemplo 3

8. **Afirmaciones**. En una universidad hay 30 600 estudiantes. En una muestra aleatoria de 240 estudiantes encuestados, 20 hablan tres o más idiomas. Predice la cantidad de estudiantes de la universidad que hablan tres o más idiomas.

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

CONEXIÓN

Biología



En América del Norte, las moscas de la fruta dañan las cerezas, las manzanas y los arándanos azules. En el Mediterráneo, son una amenaza para los cítricos.

Explica si encuestarías a toda la población o usarías una muestra.

9. Deseas saber cuál es el pintor preferido de los empleados del museo local de arte.

10. Deseas saber los tipos de calculadora que usan los estudiantes de enseñanza media de todo el país.

11. Deseas saber cuántas horas semanales dedican los estudiantes de tu clase de ciencias sociales a hacer la tarea.

12. **Biología** Una bióloga elige una muestra aleatoria de 50 moscas de la fruta entre 750. Descubre que 2 de ellas han sufrido una mutación genética que provocó una deformación en sus alas. La bióloga afirma que aproximadamente 30 de las 750 moscas de la fruta tienen alas deformes. ¿Estás de acuerdo? Explica.

13. Una *pregunta tendenciosa* es la que lleva a las personas a dar una respuesta determinada. Karina decide usar una muestra aleatoria para determinar cuál es el color preferido de sus compañeros. Les pregunta: "¿El verde es tu color preferido?". ¿Es una pregunta tendenciosa? Si lo es, da un ejemplo de una pregunta imparcial.

14. **Razonamiento crítico** Explica por qué encuestar a 100 personas del listado de la guía telefónica puede no ser una muestra aleatoria.

15. **Escríbelo** Supongamos que deseas saber si los estudiantes de séptimo grado de tu escuela pasan más tiempo viendo la televisión o usando la computadora. ¿Cómo elegirías una muestra aleatoria de la población?

16. **Desafío** El gerente de XQJ Software encuestó a 200 empleados para saber cuántos van al trabajo caminando. En la tabla se muestran los resultados. ¿Crees que el gerente eligió una muestra aleatoria? ¿Por qué?

Empleados de XQJ Software

	Cantidad total de personas	Cantidad de personas que va al trabajo caminando
Población	9 200	300
Muestra	200	40

Repaso

17. La enseñanza media de un colegio tiene 580 estudiantes. Bastián encuesta a una muestra aleatoria de 30 estudiantes y descubre que 12 de ellos tienen un perro como mascota. ¿Cuántos estudiantes de la escuela probablemente tengan perros como mascota?

Ⓐ 116 Ⓑ 232 Ⓒ 290 Ⓓ 360

18. Da un ejemplo de una muestra no representativa. Explica por qué no es representativa.

Escribe cada porcentaje como decimal.

19. 52% **20.** 7% **21.** 110% **22.** 0,4%

Halla el porcentaje de cada número.

23. 11% de 50 **24.** 48% de 600 **25.** 0,5% de 82 **26.** 210% de 16

CAPÍTULO
7

¿Listo para seguir?

Prueba de la lección 7-1

7-1 Poblaciones y muestras

Al cuidador de un parque le gustaría saber con qué frecuencia anual acampan los visitantes del parque. Identifica cada clase de método de muestreo.

1. El cuidador del parque coloca los formularios de la encuesta en la tienda de regalos.

2. El cuidador encuesta a los primeros 50 visitantes que pasan por la cabina de información del parque.

Para saber si su producto es bien considerado en el mercado, una empresa de cepillos de dientes aplica una encuesta. Indica qué debería consultar:

3. El grado de utilidad para el aseo bucal de sus productos.

4. El grado de ventaja que tienen en relación a los valores y las utilidades de su competencia.

Crea un ejemplo de comparación de muestras para cada una de estas situaciones

5. Se necesita saber cuántas personas asisten al Parque Nacional Torres del Paine.

6. El museo de Historia Natural busca conocer la cantidad de personas que asisten a sus exposiciones.

En la temporada de una obra de teatro, se entrega una encuesta a la salida del espectáculo. Indica para cada ejemplo si los resultados son igualmente válidos. Justifica tus respuestas.

7. El día del estreno, cuando asisten familiares, amigos e invitados, se entrega la encuesta a la salida.

8. Un día cualquiera, a mitad de temporada, se aplica la misma encuesta.

Clasificar en muestra o población.

9. Personas inscritas en los registros electorales.

10. El sueldo de 20 trabajadores de una empresa donde trabajan 2 000 personas.

11. Hacer una encuesta a 100 personas que entraron ese día.

12. Hacer un estudio con todos los ancianos de un asilo.

Escribe una muestra asociada a cada población.

13. Enfermos de sida en el mundo.

14. Perros de ocho años con problemas de artrosis.

15. Mujeres embarazadas en Chile.

Enfoque en resolución de problemas

Haz un plan

- **Identifica cuándo la información es demasiada o muy poca.**

Cuando lees un problema, debes decidir si en él hay demasiada o muy poca información. Si hay demasiada información en el problema, debes decidir qué información usar para resolverlo. Si la información del problema es muy poca, debes determinar qué información adicional necesitas para resolverlo.

Lee los siguientes problemas y decide si tienen demasiada o falta información. Si hay demasiada información, indica qué información usarías para resolver el problema. Si hay muy poca información, indica qué información adicional necesitarías para resolver el problema.

1 El lunes, 20 estudiantes rindieron un examen. 10 estudiantes obtuvieron un puntaje superior a 85 y 10 un puntaje inferior a 85. ¿Cuál fue la calificación promedio?

2 En una región de Chile, la altura promedio máxima es de 940 metros sobre el nivel del mar. El punto más alto es el cerro La Virgen, que tiene 1 200 metros de altura. El punto más bajo, el Valle del Sol, que tiene 640 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuál es el rango de las altura de esta región?

3 Usa la información de la tabla para hallar la mediana de la cantidad de matrimonios por año entre 2006 y 2012.

Matrimonios celebrados. Periodo 2006-2012

Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Cantidad (miles)	59 323	59 134	57 404	57 836	62 170	66 132	59 372

4 Carolina se prepara con entrenamiento cruzado para una maratón. Corrió 50 minutos el lunes, 70 minutos el miércoles y 45 minutos el viernes. El martes y el jueves levantó pesas en un gimnasio 45 minutos. Durante el fin de semana nadó 45 minutos. ¿Cuánto tiempo corrió Carolina en promedio por día la semana pasada?

CAPÍTULO

7-2

Introducción a la probabilidad

Aprender a predecir la ocurrencia de un evento en un experimento aleatorio simple y calcular la frecuencia relativa del mismo.

Cualquier actividad relacionada con la probabilidad, como lanzar un dado, es un **experimento**. Cada repetición u observación de un experimento se llama **prueba** y lo que se obtiene del experimento se llama **resultado**. Se llama **frecuencia** al número de veces que se repite un resultado. También se le dice **frecuencia absoluta**.

Vocabulario

experimento
prueba
resultado
frecuencia
frecuencia absoluta
frecuencia relativa
frecuencia relativa porcentual

EJEMPLO 1

Laura hizo un experimento de lanzar un dado 20 veces y anotó en la siguiente tabla los resultados obtenidos.

Número	Frecuencia absoluta
1	4
2	3
3	2
4	5
5	4
6	2

Ella quería saber la cantidad de veces que le salió el número 5 en relación a los otros números del dado. Hizo la siguiente relación:

$$\frac{\text{Número de veces que le salió el 5}}{\text{Total de veces que lanzó el dado}} = \frac{4}{20}$$

La razón $\frac{4}{20}$ corresponde al número de veces que salió el 5 y la cantidad de veces que se realizó el experimento y esto se llama **frecuencia relativa**.

$\frac{4}{20} = 0{,}2\% \longrightarrow$ Corresponde la **frecuencia relativa porcentual**.

Si sumamos las frecuencias absolutas $\longrightarrow$ *Obtenemos 20 y esto corresponde al número de veces que se realizó el experimento.*

EJEMPLO **2**

A Esteban hizo un experimento. Lanzó una moneda al aire 10 veces y obtuvo los siguientes resultados.

Moneda	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
Cara	6	6/10	60%
Sello	4	4/10	40%

Esteban además calculó la frecuencia relativa y la frecuencia relativa porcentual de sus resultados y los añadió a la tabla.

Sumó las frecuencias relativas y las frecuencias relativas porcentuales.

B Al sumar las frecuencias relativas se obtiene 1.

C Al sumar las frecuencias relativas porcentuales se obtiene 100%
60% + 40% = 100%

EJEMPLO **3**

Aplicación en la escuela

La profesora de 7° básico del colegio Melipilla quería saber la asignatura preferida por sus alumnos y les hizo una encuesta, donde les preguntaba, ¿cuál es tu asignatura favorita?

Ordenó los datos obtenidos en la siguiente tabla y le faltó completarla.

Asignatura	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
Lenguaje y Comunicación	6	6/10	
Matemática	4		
Artes Visuales	8		
Educación Física	3		
Historia y Geografía			16%

- Completa la tabla.
- Ella afirma que si saca al azar un alumno de su curso, es más probable que saque un alumno que prefiere Artes Visuales y que es menos probable, que sea un estudiante que prefiere Historia y Geografía. ¿Estás de acuerdo con ella? Explica y argumenta su respuesta.

Razonar y comentar

1. **Da un ejemplo** de una situación relacionada con predecir de acuerdo a la probabilidad de ocurrencia de un suceso.
2. **Menciona** un experimento y anota la frecuencia absoluta de los resultados obtenidos.

7-2 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

1. Se lanza un dado 100 veces y se obtiene los siguientes resultados:

Número	1	2	3	4	5	6
Frecuencia absoluta	12	17	18	16	18	19

Calcula la frecuencia relativa del suceso “obtener múltiplo de 3”.

Ver ejemplo 2

2. Los siguientes datos corresponden al peso de cada uno de los jugadores de un equipo de fútbol:

70-79-70-69-70-73-73-78-78-69-70-68-79-70-73-74

Construye una tabla de frecuencias en tu cuaderno y responde a las siguientes preguntas: ver ejemplo 1,2 y 3

a. ¿Cuántos jugadores pesan menos de 70 kilos?

b. Suma las frecuencias absolutas, ¿qué valor obtienes?

c. ¿Qué valor se obtiene al sumar las frecuencias relativas?

d. ¿Cuál es el % de jugadores que pesa 79 kilos?

Ver ejemplo 3

3. Completa la tabla que muestra los deportes favoritos de 60 estudiantes de una escuela.

Deporte	**Frecuencia absoluta**	**Frecuencia relativa**	**Frecuencia relativa porcentual**
Fútbol	25		
Vóleibol		12/60	
Tenis	3		
Básquetbol			25%
Natación	5		

a. Si sacas un estudiante al azar, ¿es más probable que saques un alumno que prefiere fútbol o básquetbol? Y que es menos probable que saques, ¿un estudiante que prefiere tenis o natación? Explica y argumenta tu respuesta.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

4. Juan y Pedro están jugando dominó y los colocan todos boca abajo, sin ver la cantidad de pintas que tiene cada carta.

Escribe la **razón** que corresponde a la cantidad de chanchos (que tienen la misma cantidad de puntos en ambos lados de la carta del dominó) y el total de cartas del dominó.

Ver ejemplo **2**

5. Haz el experimento y lanza un dado 100 veces al aire. Anota los resultados en la siguiente tabla.

Cara del dado	Frecuencia	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
1			
2			
3			
4			
5			
6			

a. Suma las frecuencias relativas.

b. Suma las frecuencias relativas porcentuales.

c. ¿Qué resultados obtienes?

Ver ejemplo **3**

6. En una empresa se les pregunta a los trabajadores por su estado civil. Los datos obtenidos se organizan en esta tabla, pero está incompleta.

Estado civil	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa porcentual
soltero	75		
casado			50%
viudo		50/400	
separado	175		
Total	400		

a. Completa la tabla.

b. Si el jefe llama a un trabajador al azar, ¿es más probable que llame a un viudo? ¿Es menos probable que llame a un separado? Responde y argumenta tu respuesta.

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

7. Lanza un dado de seis caras 50 veces al aire y anota los resultados en una tabla. Escribe la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa porcentual del resultado de cada evento.

a. Haz una predicción relacionando con los resultados obtenidos.

b. Al lanzar el dado nuevamente, ¿qué número saldría? Explica y argumenta.

Repaso

8. En una rifa de 150 números, ¿cuántos hay que comprar para tener un 8% de probabilidad para ganarla?

Ⓐ 6 Ⓑ 12 Ⓒ 15 Ⓓ 8

9. Se lanzó una moneda al aire 50 veces y salió el 60% sello. Entonces la frecuencia relativa correspondiente es: Ⓐ $\frac{30}{50}$ Ⓑ $\frac{50}{60}$ Ⓒ $\frac{20}{50}$ Ⓓ 40%

CAPÍTULO

7-3

Probabilidad experimental

Aprender a hallar la probabilidad experimental de un suceso.

Vocabulario

experimento

resultado posible

suceso

prueba

probabilidad experimental

Un **experimento** aleatorio es una actividad en la cual no se puede predecir un resultado del experimento y existe la probabilidad de que se produzcan diferentes resultados. Como por ejemplo, lanzar una moneda al aire o hacer girar una ruleta o lanzar un dado de seis caras al aire.

Los diferentes resultados que puede haber se llaman **resultados posibles** del experimento. Si lanzas una moneda, un resultado posible es que caiga cara.

EJEMPLO **1**

Identificar resultados posibles

En cada experimento, identifica el resultado posible que se muestra.

A **Lanzar dos monedas**

Resultado posible que se muestra: cara, sello (C, S)

B **Lanzar un dado**

Resultado posible es (1, 2, 3, 4, 5, 6)

Leer matemáticas

La probabilidad experimental es una manera de expresar la frecuencia relativa, porque relaciona la frecuencia de un suceso con la cantidad total de resultados posibles.

Un **suceso** es un resultado posible o un grupo de resultados posibles. Realizar un experimento es una manera de estimar la probabilidad de un suceso. Cada repetición del experimento se llama **prueba.**

Si un experimento se repite muchas veces, la **probabilidad experimental** de un suceso es la razón de la cantidad de veces que ocurre el suceso a la cantidad total de pruebas.

Probabilidad Experimental

$$\text{probabilidad} \approx \frac{\text{Cantidad de veces que ocurre el suceso}}{\text{Cantidad total de pruebas}}$$

EJEMPLO 2

Hallar la probabilidad experimental

Durante un mes, Tania anotó la hora de llegada de su autobús escolar. Organizó sus resultados en una tabla de frecuencia.

Hora	7:00 – 7:04	7:05 – 7:09	7:10 – 7:14
Frecuencia	8	9	3

A **Halla la probabilidad experimental de que el autobús llegue entre las 7:00 y las 7:04**

$$P(\text{entre 7:00 y 7:04}) \approx \frac{\text{Cantidad de veces que ocurre el suceso}}{\text{Cantidad total de pruebas}}$$

$$= \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

B **Halla la probabilidad experimental de que el autobús llegue antes de las 7:10**

$$P(\text{entre 7:00 y 7:04}) \approx \frac{\text{Cantidad de veces que ocurre el suceso}}{\text{Cantidad total de pruebas}}$$

$$= \frac{8+9}{20} = \frac{17}{20}$$

Antes de las 7:10 incluye de 7:00 a 7:04 y de 7:05 a 7:09.

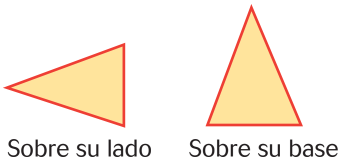
Escribir matemáticas

La probabilidad de un suceso se puede escribir como *P*(suceso). *P*(azul) significa "la probabilidad de que azul sea el resultado".

EJEMPLO 3

Comparar probabilidades experimentales

Iván lanzó un cono 30 veces y anotó si caía sobre su base o sobre su lado. De acuerdo con el experimento de Iván, ¿de qué manera es más probable que caiga el cono?



Resultado posible	Sobre su base	Sobre su lado
Frecuencia	卌 ||	卌 卌 卌 卌 |||

$$P(\text{lado}) \approx \frac{\text{Cantidad de veces que ocurre el suceso}}{\text{Cantidad total de pruebas}} = \frac{7}{30}$$

$$P(\text{lado}) \approx \frac{\text{Cantidad de veces que ocurre el suceso}}{\text{Cantidad total de pruebas}} = \frac{23}{30}$$

Halla la probabilidad experimental de cada resultado.

$$\frac{7}{30} \leqslant \frac{23}{30}$$

Compara las probabilidades

Es más probable que el cono caiga sobre su lado.

Razonar y comentar

1. **Explica** si tú y un amigo obtendrán la misma probabilidad experimental para un suceso si realizan el mismo experimento.
2. **Indica** por qué es importante repetir muchas veces un experimento.

7-3 Ejercicios

PRÁCTICA CON SUPERVISIÓN

Ver ejemplo 1

Deportes José anotó la cantidad de goles de su jugador de fútbol favorito en cada uno de los 15 partidos. Organizó sus resultados en una tabla de frecuencia.

Cantidad de goles	0	1	2	3
Frecuencia	4	8	1	1

1. Halla la probabilidad experimental de que este jugador haga un gol en un partido.

Ver ejemplo 2

2. De acuerdo con los resultados de José, ¿es más probable que este jugador haga dos goles en un partido o que no haga ninguno? ¿Cuántos goles es más probable que haga en un partido?

Ver ejemplo 3

3. De acuerdo con los datos de José. ¿Cuántos goles es más probable que anote en el próximo partido su jugador favorito?

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Ver ejemplo 1

En cada experimento identifica el resultado posible que se muestra.

4.

5.

Ver ejemplo 2

Javier tiene una bolsa con bolitas. Sacó una bolita, anotó el color y la devolvió a la bolsa. Repitió el proceso varias veces y anotó sus resultados en la tabla. Usa la tabla para resolver los ejercicios del 6 al 8.

Color	Frecuencia
Blanca	卌
Roja	///
Amarilla	卌
Negra	卌 卌 //

6. Halla la probabilidad experimental de sacar de la bolsa una bolita roja.

7. Halla la probabilidad experimental de sacar de la bolsa una bolita que no sea negra.

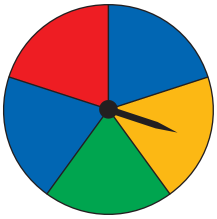
Ver ejemplo 3

8. De acuerdo con el experimento de Javier, ¿qué color de bolita es más probable que ella saque de la bolsa?

PRÁCTICA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Identifica el resultado posible de cada situación, si el círculo está dividido en partes iguales.

9.



10.

11. **Meteorología** Javiera anotó la temperatura máxima de cada día de julio. Registró sus resultados en una tabla de frecuencia.

Temperatura (°C)	9-10	11-12	13-14	15-16
Cantidad de días	10	9	11	1

De acuerdo con los resultados, ¿cuál es la probabilidad de que un día de julio tenga una temperatura mayor que 14 °C? Describe esta probabilidad como segura, probable, tan probable como improbable, improbable o imposible.

12. Mariana anotó los resultados de hacer girar una flecha giratoria con 3 secciones.

Resultado posible	Rojo	Azul	Verde
Vueltas	25	19	56

a. Usa los resultados de la tabla para hallar la probabilidad experimental de que la flecha giratoria caiga en cada color.

b. ¿Qué sección de la flecha crees que será más grande? Explica.

13. **Escríbelo** Realiza un experimento en el que lances una moneda 100 veces. Anota la cantidad de veces que la moneda cae cara. De acuerdo con tus resultados, ¿cuál es la probabilidad experimental de que caiga cara? Compara tus resultados con los de un compañero de clase. ¿Obtuvieron la misma probabilidad experimental? ¿Por qué?

14. **Desafío** Supongamos que lanzas dos dados y sumas los números que salen. ¿Cuál crees que sea la suma más probable? (*Pista*: realiza un experimento).

Repaso

15. Identifica el resultado posible que se muestra en la flecha giratoria.

Ⓐ azul　　Ⓑ rojo

Ⓒ verde　　Ⓓ amarillo

16. Pablo juega al fútbol. Cinco de sus partidos empezaron a las 5:00 p.m. Cuatro empezaron a las 5:15 p.m. Uno empezó a las 5:45 p.m. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que su propio partido empiece a las 5:00 p.m.?

Ⓐ $\frac{1}{10}$　　Ⓑ $\frac{2}{5}$　　Ⓒ $\frac{1}{2}$　　Ⓓ $\frac{9}{10}$

17. Marcia va al supermercado dos veces al día, siempre a las mismas horas. El lunes, las dos veces el estacionamiento estaba lleno. El martes, la primera vez estaba lleno y la segunda no. El miércoles, las dos veces estaba vacío. Al lunes siguiente, nuevamente estaba lleno las dos veces. Con estos datos, ¿podemos definir algún grado de probabilidad de que el martes nuevamente esté una vez vacío y una vez lleno? Fundamenta.

18. Arturo tiene una probabilidad del 91% de encestar un tiro libre. Su hermano Leo tiene una probabilidad del 93% de encestar un tiro libre. ¿Quién tiene más probabilidades de encestar el tiro libre: Arturo o Leo?

CAPÍTULO
7

¿Listo para seguir?

Prueba de las lecciones 7-2 a 7-3

7-2 Introducción a la probabilidad

1. Reúnete con otro compañero y realicen el siguiente experimento: Lancen un dado 25 veces y registren los resultados obtenidos en la tabla y calculen la frecuencia relativa y la frecuencia relativa porcentual en cada caso.

N° de lanzamiento	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						

7-3 Probabilidad experimental

En cada experimento identifica el resultado que se muestra.

2.

3.

4. Tomás anotó la cantidad de veces que una flecha giratoria cayó en cada número. De acuerdo con el experimento de Tomás, ¿en qué número es más probable que caiga la flecha?

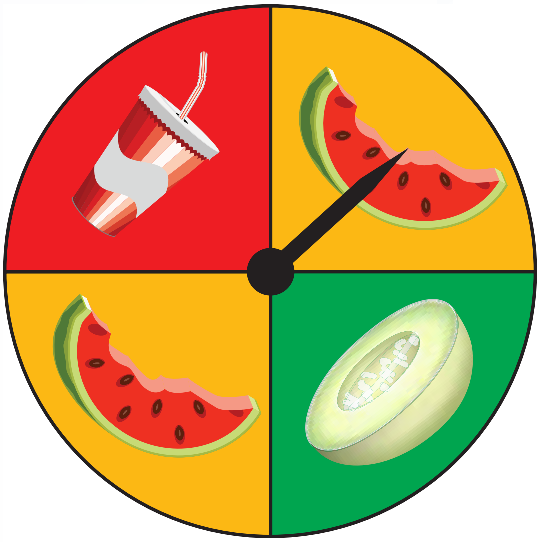
Resultado	1	2	3
Frecuencia	𝍸 //	𝍸 𝍸 //	𝍸 /

CONEXIONES con el mundo real

CAPÍTULO
7

El Festival de la sandía de Paine

El festival de la Sandía de Paine, es un evento que se celebra cada verano en la comuna del mismo nombre, que se ubica en la zona sur de la Región Metropolitana. En esta fiesta, además de existir un espectáculo musical, se escoge la sandía más grande y se ofrecen diferentes alternativas gastronómicas en muchos puestos de comida.



1. Uno de los vendedores del festival planea darles a los clientes la oportunidad de ganarse un premio. Los clientes hacen girar la rueda que aquí se muestra y reciben una sandía de premio si la rueda cae en alguna de las imágenes de la sandía.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente gane una sandía?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que no la gane?

2. Halla la probabilidad de que ganen dos clientes seguidos.

3. Halla la probabilidad de que dos clientes seguidos ganen una sandía.

4. El vendedor espera tener 480 clientes por día. ¿Cuántos clientes predices que ganarán un premio cada día?

5. Quienes concurren al festival pueden comprar poleras en color rojo, azul, verde o blanco. Hay también viseras para el sol en azul, verde, amarillo y rojo. Si un visitante compra una polera y una visera, ¿cuántas combinaciones posibles hay?

¡Vamos a Jugar!

Acertijos de probabilidad

¿Puedes resolver estos acertijos de probabilidad? Ten cuidado: ¡algunos son engañosos!

1. En una ciudad el número telefónico del 5% de los habitantes es privado. Si eliges al azar a 100 personas de la guía telefónica local, ¿cuántos crees que tienen números privados?
2. Amanda tiene en un cajón 24 calcetines negros y 18 calcetines blancos. Si mete la mano en el cajón sin mirar, ¿cuántos calcetines debe sacar para estar segura de que tiene dos del mismo color?
3. Daniel, Marta, Carla y Hans salieron a comer juntos. Cada uno pidió algo distinto. Cuando llegaron los platos, el mesero ya no recordaba quién había pedido cada cosa, así que puso los platos al azar frente a los cuatro amigos. ¿Cuál es la probabilidad de que el mesero haya servido a exactamente tres de los jóvenes que lo pidieron?

ACTIVIDAD GRUPAL

Vueltas y más vueltas

Este juego es para dos jugadores.

El objetivo del juego es determinar cuál de las tres flechas giratorias es la ganadora (la que cae más veces en el número mayor).

Los jugadores eligen una flecha y la hacen girar al mismo tiempo. Anota qué flecha cae en el número mayor. Repite esto 19 veces y anota qué flecha gana cada vez. Repite el procedimiento hasta que hayas hecho jugar la flecha A contra la B, la flecha B contra la C y la flecha A contra la C. Haz girar 20 veces cada par de flechas y anota los resultados.

¿Qué flecha gana más veces: A o B?

¿Qué flecha gana más veces: B o C?

¿Qué flecha gana más veces: A o C?

¿Hay algo sorprendente en tus resultados?

¡Está en la bolsa!

Materiales
- 5 platos de papel
- Tijeras
- Pegamento
- Papel decorativo
- Marcadores

PROYECTO Datos sobresalientes

¡Ésta es una manera de tomar notas sobre la recopilación, la presentación y el análisis de datos que seguramente sobresaldrá!

Instrucciones

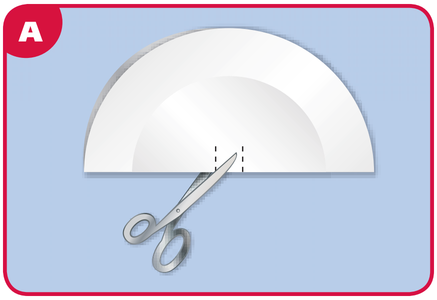
① Recorta uno de los platos de papel por la mitad. Usarás las dos mitades para hacer las tapas de tu libro en relieve.

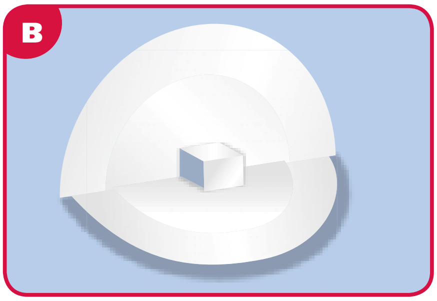
② Dobla cada uno de los platos que quedan por la mitad. Recorta dos ranuras de 2,5 cm en el medio del borde plegado de cada plato. Entre ambas ranuras tiene que haber aproximadamente 2,5 cm de distancia. **Figura A.**

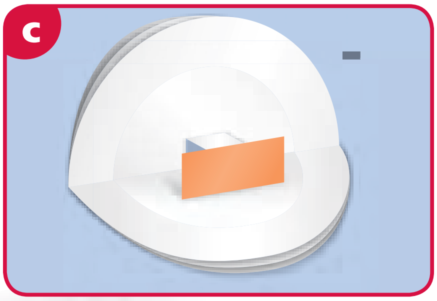
③ Dobla el papel entre las ranuras hacia atrás y hacia adelante. Luego, mételo hacia adentro mientras desdoblas el plato. Se formará una lengüeta con relieve. **Figura B.**

④ Dobla los platos de manera que queden cerrados. Une con pegamento la parte inferior de un plato con la parte superior del que le sigue para formar un libro. Crea las tapas pegando una de las mitades de los platos de papel contra el frente del libro y otra contra el dorso.

⑤ Recorta cuatro rectángulos pequeños de papel decorativo. Después de tomar notas en estos rectángulos, pégalos en las lengüetas en relieve. **Figura C.**


A


B


C

Tomar notas de matemáticas

Usa los rectángulos de papel decorativo para tomar notas sobre la recopilación, la presentación y el análisis de datos. Luego, pega los rectángulos en las lengüetas en relieve dentro del libro. También puedes tomar notas directamente sobre los platos de papel.

MÉTODOS DE MUESTREO

¿POR QUÉ? EL VALOR Y LA UTILIDAD DE LOS DATOS DEPENDEN DE CÓMO SE PRESENTEN.

MÉTODO DE MUESTREO	CÓMO SE ELIGEN LOS ELEMENTOS
ALEATORIO	AL AZAR
SISTEMÁTICO	DE ACUERDO CON UNA REGLA O FÓRMULA
POR ESTRATOS	AL AZAR DE SUBGRUPOS ELEGIDOS AL AZAR

PARA LA MAYORÍA DE LAS ENCUESTAS, LOS DATOS SE OBTIENEN AL ENCUESTAR A UNA MUESTRA DE UNA POBLACIÓN. PARA QUE LOS DATOS TENGAN LA MAYOR IMPARCIALIDAD POSIBLE, ES NECESARIO USAR MÉTODOS DE MUESTREO ADECUADOS.

CAPÍTULO 7

Guía de estudio: Repaso

Vocabulario

población	252
muestra	252
muestra aleatoria	252
muestra de conveniencia	252
muestra no representativa	252
experimento	258
prueba	258
resultado	258
frecuencia absoluta	258
frecuencia relativa	258
frecuencia relativa porcentual	258

Completa los siguientes enunciados con las palabras del vocabulario.

1. La ______________ de un evento es la razón entre el número de veces que se obtuvo dicho evento y el número de veces que se realizó el experimento.

2. La _________________es la frecuencia relativa de un evento expresada en porcentaje.

3. La ____________________de un evento es el número de veces que ocurre dicho evento, cuando se repite un experimento aleatorio *n* veces.

EJEMPLOS

7-1 Poblaciones y muestras

- **El dueño de una librería coloca encuestas impresas sobre el mostrador. Identifica el tipo de método de muestreo.**

  Esta es una muestra auto-seleccionada porque los clientes eligen si desean o no completarla.

EJERCICIOS

Luis desea saber cuántos estudiantes de su escuela toman un autobús para llegar hasta allí. Identifica el tipo de método de muestreo.

4. Luis encuesta a uno de cada diez estudiantes que aparecen en el registro de la escuela.

5. Luis encuesta a 30 estudiantes en el gimnasio.

Una senadora regional desea saber si los votantes de su distrito apoyan una nueva ley de impuestos. Identifica cada clase de método de muestreo.

6. Un miembro de su equipo elige al azar 500 nombres de una lista de votantes registrados del distrito.

7. Un miembro de su equipo publica una encuesta en el sitio web de la senadora.

8. La senadora realiza un puerta a puerta donde pregunta a cada persona que sale a atenderla.

EJEMPLOS

Los miembros de un club de excursionismo se someten a una encuesta para determinar qué tipo de calzado prefieren. Determina si la muestra puede ser no representativa. Explica.

La muestra puede ser no representativa. Probablemente, los miembros de un club de excursionismo, a diferencia de otras personas, elijan como calzado preferido las botas de excursionismo.

EJERCICIOS

Determina si cada muestra puede ser o no representativa.

9. Un empleado de un parque encuesta a 20 corredores para determinar si se deberían agregar más senderos para bicicletas allí.

10. El profesor de lenguaje pone todos los nombres de sus estudiantes en una bolsa y elige 12 nombres sin mirar. Encuesta a esos estudiantes acerca del tiempo que dedican al estudio.

11. El editor de una revista de computación quiere saber cuánto tiempo pasa el visitante promedio navegando en la web. El editor envía una encuesta a 200 personas que están suscritas a la revista.

12. En la salida de un centro comercial, un estand de televisión por cable encuesta a las personas que se acercan para saber qué canal prefiere.

13. Los dueños de una fábrica de dulces entrevistan a 30 niños acerca del sabor de dulces que prefieren

14. En un criadero de aves, el encargado elige 50 gallinas del grupo de 500 ejemplares, y las envía al veterinario.

7-2 Introducción a la probabilidad

Determina si cada suceso es imposible, improbable, tan probable como improbable, probable o seguro.

- Una hora tiene 60 minutos.

  Seguro (de todas maneras, el planteamiento ocurrirá siempre).

- Sacar una galleta sin baño de chocolate de una bolsa con 50 galletas bañadas con chocolate y 50 galletas sin baño de chocolate.

  Tan probable como improbable (existe un 50% de probabilidades de que se saque una galleta con baño de chocolate y un 50% que se saque una galleta sin baño de chocolate.

Determina si cada suceso es imposible, improbable, tan probable como improbable, probable o seguro.

15. Sacar un número par con un dado rotulado del 1 al 6.

16. Tomar una tarjeta con una vocal de una caja de tarjetas en la que cada tarjeta tiene escrita una letra del alfabeto.

17. Sacar un número mayor que 2 en una flecha giratoria con 10 secciones iguales marcadas del 1 al 10.

18. Sacar una bolita roja de una bolsa de bolitas negras, azules y verdes.

19. Sacar un número mayor que tres 5 veces seguidas con un dado rotulado del 1 al 6.

EJEMPLOS

EJERCICIOS

7-2

■ **¿Cuál es la probabilidad de sacar un 4 con un dado?**

- ¿Cuál es la frecuencia relativa al lanzar una moneda al aire 15 veces? Observa la tabla y responde:

Moneda	Frecuencia absoluta
Cara	10
Sello	5

Anota aquí las frecuencias relativas y luego súmalas, ¿qué resultados obtienes?

20. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha caiga en amarillo?

21. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número mayor que 3 con un dado?

22. Hay una probabilidad del 25% de sacar una canica morada de una bolsa. Halla la probabilidad de elegir una canica que NO sea morada.

Se lanza un dado común. Halla cada probabilidad.

23. P (2) __________

24. P (Número par) __________

25. P (4 o 5) __________

7-3 Probabilidad experimental

■ **Claudia anotó la cantidad de veces que una flecha giratoria cayó en cada color. De acuerdo con el experimento de Claudia, ¿en qué color es más probable que caiga la flecha?**

Resultados	Rojo	Azul	Verde
Frecuencia	卌 卌 ////	////	卌 //

$P(\text{rojo}) \approx \frac{14}{25}$ $P(\text{azul}) \approx \frac{4}{25}$ $P(\text{verde}) \approx \frac{7}{25}$

Es más probable que la flecha caiga en rojo.

26. Un día, la supervisora de la cafetería anotó la cantidad de estudiantes que eligieron un tipo de bebida. Organizó sus resultados en una tabla. Halla la probabilidad experimental de que un estudiante elija jugo.

Bebida	Jugo	Leche	Agua
Frecuencia	20	37	18

27. Nelson lanza una moneda al aire 28 veces. La moneda cae sello 14 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda caiga sello la próxima vez que Nelson la lance?

28. En una encuesta se organizan los datos de tal manera que se demuestra que 8 de cada 10 de los consultados favorece a la mujer frente a la posibilidad de dar el asiento en el autobús. ¿Cuál es la posibilidad de que una mujer pueda sentarse en un lugar cedido por otra persona?

29. Un mazo de naipe español tiene 40 cartas. Todas ellas son diferentes, pero existen cuatro “pintas”: bastos, espadas, oros y copas. ¿Cuál es la probabilidad de que saques cuatro cartas al azar y éstas sean de la misma “pinta”.

Prueba de capítulo

CAPÍTULO
7

El gerente de una pista de patinaje desea saber qué tipo de música prefieren los patinadores. Identifica cada tipo de método de muestreo.

1. El gerente encuesta a 30 personas que están sentadas en el bar.

2. El gerente encuesta a una de cada 20 personas que alquilan patines durante una semana.

La bibliotecaria de una escuela desea saber con qué frecuencia los estudiantes usan mensajes de texto en la escuela. Identifica cada clase de método de muestreo.

3. La bibliotecaria elige al azar uno de los primeros 20 nombres de la lista de todos los estudiantes de la escuela y después elige un nombre cada veinte.

4. La bibliotecaria encuesta a 40 estudiantes que están en la biblioteca durante la hora del almuerzo.

Determina en cada caso si la muestra puede o no ser representativa. Explica.

5. Para saber sobre los instrumentos musicales favoritos de las personas, un periodista hace una encuesta a las primeras 50 personas que salen de un concierto de rock.

6. En un restaurante, colocan sobre las mesas tarjetas de opinión que los clientes pueden completar y enviar por correo. El gerente selecciona las primeras 20 tarjetas enviadas.

7. El director de un estudio de *ballet* escoge un nombre de cada diez en la lista de inscripción del estudio y luego pregunta a las bailarinas qué piensan de sus clases.

Determina si las preguntas de la encuesta son tendenciosas. Explica.

8. ¿Estás o no de acuerdo con la propuesta impositiva del alcalde?

9. ¿Estás de acuerdo con que poner computadores en todas las salas de clases es la mejor manera de mejorar la educación?

10. ¿Debería reemplazarse el histórico teatro municipal por un centro comercial innecesario?

11. ¿Cuál es tu marca favorita de pantalones?

Para resolver los ejercicios del 12 al 15, observa la tabla y responde.

Colores preferidos para la bandera de la alianza del 7° C

Color	Frecuencia absoluta
Verde	12
Azul	15
Amarillo	6

12. Agrega una columna a la tabla y calcula la frecuencia relativa porcentual.

13. Suma las frecuencias absolutas, ¿qué resultado obtienes?

14. Suma las frecuencias relativas y las frecuencias relativas absolutas. ¿Qué resultado obtienes en ambos casos? ¿Qué puedes concluir?

15. ¿Puedes predecir el color que ocuparán los estudiantes en su bandera? ¿Por qué?

16. Iris preguntó a 60 estudiantes a qué hora se van a dormir. En la tabla se muestran los resultados. Halla la probabilidad experimental de que un estudiante elegido al azar se vaya a dormir a las 8:30 p.m.

17. Halla la probabilidad experimental de que un estudiante elegido al azar se vaya a dormir antes de las 8:30 p.m.

Hora (p.m.)	8:00	8:30	9:00	9:30
Frecuencia	12	24	18	6

CAPÍTULO 7

Evaluación acumulativa Capítulos 1-7

1. ¿Cuál de las siguientes preguntas es tendenciosa?

Ⓐ ¿Qué opinas de las nuevas papas fritas?

Ⓑ ¿De qué manera te influye el cambio de hora?

Ⓒ ¿Piensas que es correcto que una persona tan mayor sea alcalde?

Ⓓ ¿Estás de acuerdo con la nueva forma de prestar libros de nuestra biblioteca?

2. El informe meteorológico indica que hay un 60% de probabilidad de tormenta. ¿Cuál es esta probabilidad escrita como fracción en su mínima expresión?

Ⓐ $\frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{30}{60}$

Ⓒ $\frac{6}{10}$ Ⓓ $\frac{60}{100}$

3. A continuación se muestran los pesos de cuatro cachorros. ¿Cuál es el más pesado?

Cachorro	Kg
Toby	$5\frac{1}{4}$
Brako	$5\frac{2}{5}$
Frodo	$5\frac{5}{8}$
Rambo	$5\frac{2}{3}$

Ⓐ Toby Ⓑ Frodo

Ⓒ Brako Ⓓ Rambo

4. ¿Cuál es la probabilidad de que NO salga un 4 al lanzar un dado al aire?

Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{2}{3}$

Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{5}{6}$

5. En una feria libre, se necesita saber cuál es la verdura que más compran las personas. Identifica cuál de estas 4 muestras puede ser la más representativa.

Ⓐ Se encuesta a las personas que compran en el puesto de pescados.

Ⓑ Se encuesta a las personas que compran en el puesto de cebollas y papas.

Ⓒ Se encuesta a las personas que compran en el puesto de frutas y verduras.

Ⓓ Se encuesta a las personas que salen de la feria por distintos accesos a la misma.

6. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número par mayor que 2 con un dado?

7. El partido de béisbol tiene una probabilidad del 64% de suspenderse por lluvia. ¿Cuál es la probabilidad de que NO se suspenda por lluvia?

8. Pedro tiene cuatro fotos para enmarcar. ¿De cuántas maneras diferentes puede ordenarlas?

9. Marta puede usar *jeans* o pantalones negros con una blusa roja, azul o blanca. ¿Entre cuántos conjuntos puede elegir?

10. Si lanzas un dado 36 veces, ¿cuántas veces esperas que salga un número par?

Ⓐ 13 Ⓑ 18,5

Ⓒ 18 Ⓓ 18,375

11. En relación a la siguiente pregunta: **¿Qué opinas del desafortunado comentario del animador de televisión en su programa de ayer?**, podemos decir que es:

Ⓐ **Tendenciosa**, porque califica negativamente al animador.

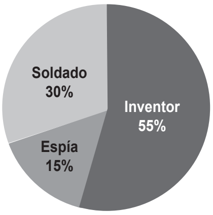
Ⓑ **Objetiva**, porque el animador efectivamente hizo un comentario desafortunado.

Ⓒ **Representativa**, porque la gente puede creer que el animador hizo un mal comentario.

Ⓓ **No representativa**, porque el animador efectivamente no hizo un mal comentario.

Para las preguntas 12 y 13, utiliza el gráfico que se presenta.

Preferencias de los jugadores para "Creaciones"



12. Hay alrededor de 12 000 personas que juegan este juego en línea. Aproximadamente, ¿cuántos de ellos prefieren jugar en el rol del inventor?

13. Antonia afirma que alrededor de $\frac{2}{3}$ de los jugadores eligen ser soldados o espías. ¿Su afirmación es válida? Explica.

14. Dibuja el gráfico que corresponde a la siguiente tabla de datos

Día de la semana preferido por los estudiantes	
Día	**Cantidad de votos**
Lunes	12
Martes	18
Miércoles	32
Jueves	55
Viernes	89
Sábado	96
Domingo	52

15. Da un ejemplo de muestra representativa que pudiera haber originado este cuadro. Escríbelo.

16. Escribe un ejemplo de pregunta tendenciosa que podría haber arrojado resultados diferentes en esta encuesta.

17. Joaquín preguntó a un grupo de adolescentes cuántas horas de televisión miraban por día durante el verano. Anotó sus resultados en una tabla de frecuencia.

Horas	2	3	4	5
Adolescentes	//	𝍸 //	𝍸 /	𝍸

a. Basándote en esta encuesta, ¿cuál es la probabilidad de que un adolescente pase 4 horas al día mirando televisión durante el verano?

b. Joaquín piensa hacer la misma pregunta a 500 adolescentes. ¿Cuántos adolescentes puede predecir Joaquín que mirarán 2 horas diarias de televisión durante el verano? Explica.

18. Hay 5 fichas azules, 7 fichas rojas y 8 fichas amarillas en un tarro.

a. Si sacas una ficha sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que saques una azul? Expresa esta probabilidad como porcentaje, como fracción y como decimal.

b. Si sacas una ficha sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que NO saques una ficha amarilla? Escribe tu respuesta en su mínima expresión.

c. Haces un experimento: sacas una ficha del tarro 50 veces. Anotas el color de la ficha cada vez y la vuelves a poner en el tarro antes de sacar otra. ¿Cuántas veces piensas que sacarás una ficha azul? Explica.

Responde verdadero (V) o falso (F)

19. _____ Una muestra aleatoria es aquella en la que cualquier individuo tiene la misma probabilidad de ser seleccionado.

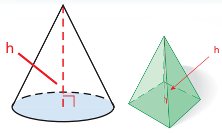
20. _____ Una pregunta tendenciosa es aquella que se plantea objetivamente y sin influir al encuestado.

21. _____ La probabilidad es la medida de qué tan probable es que ocurra un suceso.

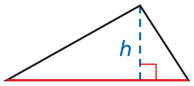
Glosario

A

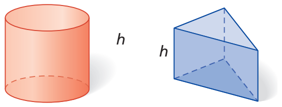
altura En una pirámide o cono, la distancia perpendicular desde la base a la cúspide.



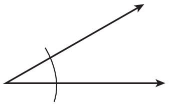
En un triángulo o cuadrilátero, la distancia perpendicular desde la base de la figura al vértice opuesto.



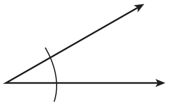
En un prisma o cilindro, la distancia perpendicular entre las bases.



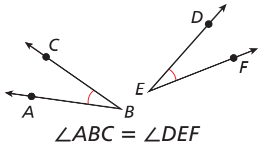
ángulo Figura formada por dos rayos con un extremo común llamado vértice.



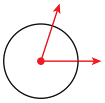
ángulo agudo Ángulo que mide más de 0° y menos de 90°.



ángulos congruentes Ángulos que tienen la misma medida.

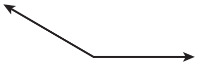


ángulo inscrito Ángulo formado por dos cuerdas cuyo vértice está en una circunferencia.

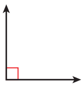


ángulo llano o extendido Ángulo que mide exactamente 180°.

ángulo obtuso Ángulo que mide más de 90° y menos de 180°.



ángulo recto Ángulo que mide 90°.

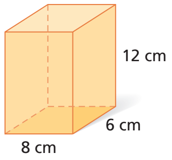


ángulos suplementarios son dos ángulos cuyas medidas suman 180º.

Glosario

área El número de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una superficie.

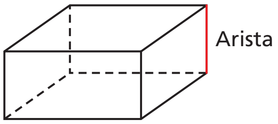
área total Suma de las áreas de las caras, o superficies, de una figura tridimensional.



Área total = 2(8)(12) + 2(8)(6) + 2(12)(6) = 432 cm^2

---

arista Segmento de recta donde se intersectan dos caras de un poliedro.



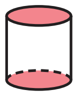
B

base Cuando un número es elevado a una potencia, el número que se usa como factor es la base.

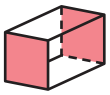
$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; 3 es la base.

---

base (de un polígono o figura tridimensional) Lado de un polígono; cara de una figura tridimensional según la cual se mide o se clasifica la figura.



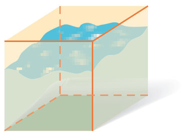
Bases de un cilindro



Bases de un prisma

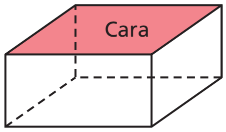
C

capacidad Cantidad que cabe en un recipiente cuando se llena.



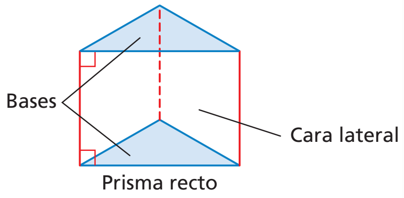
---

cara Superficie plana de un poliedro.

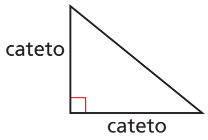


---

cara lateral En un prisma o pirámide, una cara que no es la base.

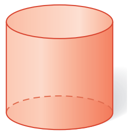


catetos En un triángulo rectángulo, los lados adyacentes al ángulo recto. En un triángulo isósceles, el par de lados congruentes.



---

cilindro Figura tridimensional con dos bases circulares paralelas y congruentes, unidas por una superficie lateral curva.



---

cociente Resultado de dividir un número entre otro.

En 8 : 4 = 2, 2 es el cociente.

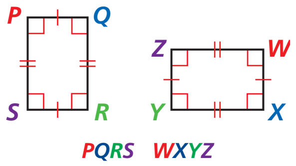
---

coeficiente Número que se multiplica por la variable en una expresión algebraica.

5 es el coeficiente en $5b$.

---

congruentes Que tienen la misma forma y el mismo tamaño; expresado por ≅ .



---

conjetura Juicio que se forma de las cosas o acaecimientos por indicios y observaciones.

---

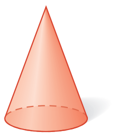
conjunto solución Conjunto de valores que hacen verdadero un enunciado.

Desigualdad: $x + 3 \geq 5$

Conjunto solución: $x \geq 2$

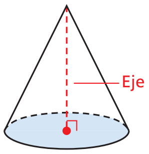
---

cono Figura tridimensional con un vértice y una base circular.



---

cono regular o recto Cono en el que una línea perpendicular trazada de la base a la punta (vértice) pasa por el centro de la base.



Cono regular

---

constante Valor que no cambia.

3, 0, π

constante de proporción La constante *k* en ecuaciones de variación directa e inversa.

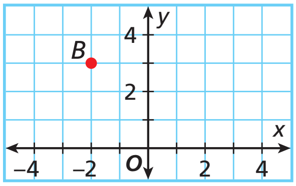
$y = 5x$
↑
constante de proporción

---

conversión de unidades Proceso que consiste en cambiar una unidad de medida por otra.

---

coordenada Uno de los números de un par ordenado que ubica un punto en una gráfica de coordenadas.



Las coordenadas de *B* son (−2, 3).

---

coordenada *x* El primer número de un par ordenado; indica la distancia que debes avanzar hacia la izquierda o la derecha desde el origen, (0, 0).

5 es la coordenada *x* en (5, 3).

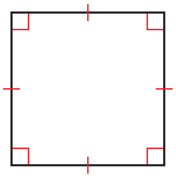
---

coordenada *y* El segundo número de un par ordenado; indica la distancia que debes avanzar hacia arriba o hacia abajo desde el origen, (0, 0).

3 es la coordenada *y* en (5, 3).

---

cuadrado Rectángulo con cuatro lados congruentes.



---

cuadrado (en numeración) Número elevado a la segunda potencia.

En 5^2, el número 5 está elevado al cuadrado.

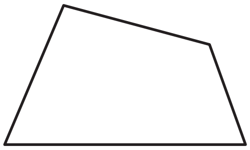
---

cuadrado perfecto El cuadrado de un número natural.

$5^2 = 25$, por lo tanto, 25 es un cuadrado perfecto.

---

cuadrilátero Polígono de cuatro lados.

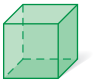


cubo (en numeración) Número elevado a la tercera potencia.

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

8 es el cubo de 2.

cubo (figura geométrica) Prisma rectangular con seis caras cuadradas congruentes.



D

despejar la variable en una ecuación Dejar sola la variable en un lado de una ecuación o desigualdad para resolverla.

$$\begin{array}{rcl} x + 7 & = & 22 \\ \underline{-7} & & \underline{-7} \\ x & = & 15 \end{array} \qquad \begin{array}{c} \frac{12}{3} = \frac{3x}{3} \\ 4 = x \end{array}$$

dimensiones (geometría) Longitud, ancho o altura de una figura.

dodecaedro Poliedro de 12 caras.

E

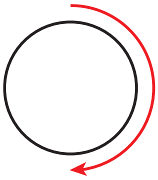
ecuación Enunciado matemático que indica que dos expresiones son equivalentes.

$y = 2x + 1$

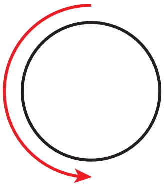
ecuación literal Ecuación que contiene varias letras distintas a la variable (constantes literales).

$y = a\,x + b$

en el sentido de las manecillas del reloj Movimiento circular en la dirección que se indica.

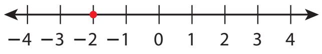


en sentido contrario a las manecillas del reloj Movimiento circular en la dirección que se indica.



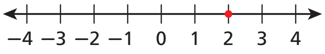
entero negativo Entero menor que cero.

−2 es un entero negativo.



---

entero positivo Entero mayor que cero.



2 es un entero positivo.

---

enteros Conjunto de todos los números naturales más cero y sus opuestos.

. . . −3, −2, 1, 0, 1, 2, 3, . . .

---

equivalentes Que tienen el mismo valor.

---

espacio muestral Conjunto de todos los resultados posibles de un experimento.

Cuando se lanza un dado, el espacio muestral es 1, 2, 3, 4, 5, 6.

---

estimación Una solución aproximada a la respuesta exacta que se halla mediante el redondeo u otros métodos.

500 es una estimación de la suma $98 + 287 + 104$.

estimar Hallar una solución aproximada a la respuesta exacta.

---

evaluar Hallar el valor de una expresión numérica o algebraica.

Evalúa $2x + 7$ para $x = 3$.

$2x + 7$

$2(3) + 7$

$6 + 7$

13

---

exactitud Cercanía de una medida o un valor a la medida o el valor real.

---

experimento (probabilidad) En probabilidad, cualquier actividad basada en el azar, como lanzar una moneda.

Lanzar una moneda 10 veces y anotar la cantidad de "caras".

---

exponente Número que indica cuántas veces se usa la base como factor.

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$; 3 es el exponente.

---

expresión Enunciado matemático que contiene operaciones, números y/o variables.

$6x + 1$

---

expresión algebraica Expresión que contiene al menos una variable.

$x + 8$

$4(m - b)$

---

expresión equivalente Las expresiones equivalentes tienen el mismo valor para todos los valores de las variables.

$4x + 5x$ y $9x$ son expresiones equivalentes.

---

expresión numérica Expresión que incluye sólo números y operaciones.

$(2 \cdot 3) + 1$

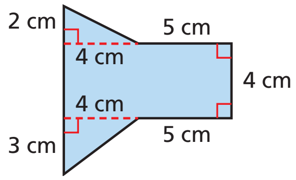
F

factor Número que se multiplica por otro para hallar un producto.

7 es un factor de 21 porque $7 \cdot 3 = 21$.

Fahrenheit Escala de temperatura en la que 32 °F es el punto de congelación del agua y 212 °F es el punto de ebullición.

figura compuesta Figura formada por figuras geométricas simples.



figuras congruentes Ver *congruente*.

forma desarrollada Número escrito como suma de los valores de sus dígitos.

236 536 escrito en forma desarrollada es 200 000 + 30 000 + 6 000 + 500 + 30 + 6.

fórmula Regla que muestra relaciones entre cantidades.

$A = \ell a$ es la fórmula del área de un rectángulo.

fracción Número escrito en la forma $\frac{a}{b}$, donde $b \neq 0$.

$\frac{2}{3}$

fracción impropia Fracción cuyo numerador es mayor que el denominador.

$\frac{17}{5}$

fracción propia Fracción en la que el numerador es menor que el denominador.

$\frac{3}{4}, \frac{1}{12}, \frac{7}{8}$

frecuencia Cantidad de veces que aparece un valor en un conjunto de datos.

Conjunto de datos: 5, 6, 6, 7, 8, 9.
El valor 6 tiene una frecuencia de 2.

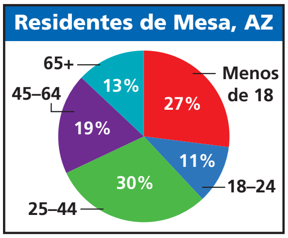
frecuencia acumulada La suma de datos sucesivos.

frecuencia relativa La frecuencia de un valor o un rango de valores dividido entre el número total de los valores en el conjunto.

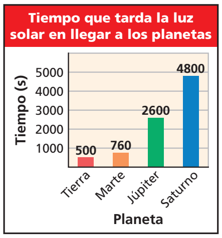
G

grado Unidad de medida para ángulos y temperaturas.

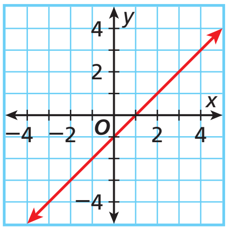
gráfica circular Gráfica que usa secciones de un círculo para comparar partes con el todo y con otras partes.



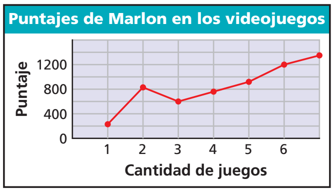
gráfica de barras Gráfica en la que se usan barras verticales u horizontales para presentar datos.



gráfica de una ecuación Gráfica del conjunto de pares ordenados que son soluciones de la ecuación.

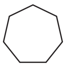


gráfica lineal Gráfica que muestra cómo cambian los datos mediante segmentos de recta.

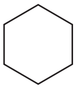


H

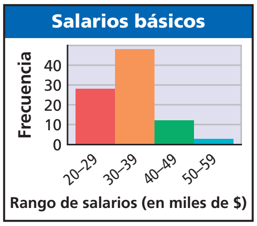
heptágono Polígono de siete lados.



hexágono Polígono de seis lados.



histograma Gráfica de barras que muestra la frecuencia de los datos en intervalos iguales.

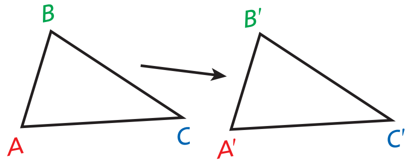


I

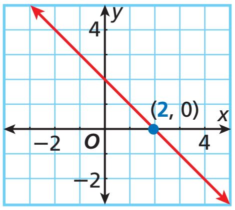
igualmente probables Resultados que tienen la misma probabilidad de ocurrir.

Cuando se lanza una moneda, los resultados "cara" y "cruz" son igualmente probables.

imagen Figura que resulta de una transformación.

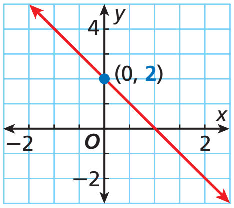


intersección con el eje *x* Coordenada *x* del punto donde la gráfica de una línea cruza el eje *x*.



La intersección con el eje *x* es 2.

intersección con el eje *y* Coordenada *y* del punto donde la gráfica de una línea cruza el eje *y*.



La intersección con el eje *y* es 2.

intervalo El espacio entre los valores marcados en una recta numérica o en la escala de una gráfica.

inverso aditivo De un número *n*, es un número que sumado con *n*, da cero (opuesto).

El inverso aditivo de 5 es −5.

inverso multiplicativo Un número multiplicado por su inverso multiplicativo es igual a 1. También se llama *recíproco*.

El inverso multiplicativo de $\frac{4}{5}$ es $\frac{5}{4}$.

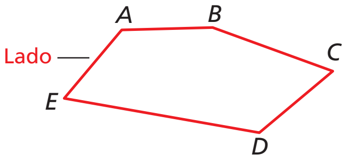
J

justo Se dice de un experimento en el que todos los resultados posibles son igualmente probables.

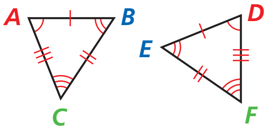
Cuando se lanza una moneda, que caiga cara o que caiga cruz son resultados igualmente probables, por lo tanto, es un experimento justo.

L

lado Línea que delimita las figuras geométricas; una de las caras que forman la parte exterior de un objeto.



lados correspondientes Lados que se ubican en la misma posición relativa en dos o más polígonos.



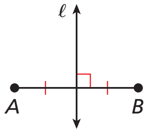
$\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ son lados correspondientes.

M

media aritmética La suma de todos los elementos de un conjunto de datos dividida entre el número de elementos del conjunto. También se llama *promedio*.

Conjunto de datos: 4, 6, 7, 8, 10
Media aritmética:
$\frac{4 + 6 + 7 + 8 + 10}{5} = \frac{35}{5} = 7$

mediatriz o simetral Línea que cruza un segmento en su punto medio y es perpendicular al segmento.



medida de tendencia central Medida que describe la parte media de un conjunto de datos; la media, la mediana y la moda son medidas de tendencia dominante.

mínima expresión Una fracción está en su mínima expresión cuando el numerador y el denominador no tienen más factor común que 1.

Fracción: $\frac{8}{12}$
Mínima expresión: $\frac{2}{3}$

moda Número o números más frecuentes en un conjunto de datos; si todos los números aparecen con la misma frecuencia, no hay moda.

Conjunto de datos: 3, 5, 8, 8, 10
Moda: 8

muestra Una parte de la población.

muestra aleatoria Muestra en la que cada individuo u objeto de la población tiene la misma posibilidad de ser elegido.

muestra auto-seleccionada Una muestra en la que los miembros eligen participar.

En una tienda dan tarjetas de encuesta para los clientes que quieran completarlas.

muestra de conveniencia Una muestra basada en miembros de la población que están fácilmente disponibles.

muestra imparcial Una muestra es imparcial si todos los individuos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos.

muestra no representativa Muestra que no representa adecuadamente la población.

muestra sistemática Muestra de una población, que ha sido elegida mediante un patrón.

Para realizar una encuesta telefónica, se elige cada décimo nombre del directorio telefónico.

---

múltiplo El producto de cualquier número y un número natural distinto de cero es un múltiplo de ese número.

6 es múltiplo de 2 y de 3 porque $2 \cdot 3 = 6$

N

notación científica Método que se usa para escribir números muy grandes o muy pequeños mediante potencias de 10.

$12\,560\,000\,000\,000 =$
$1{,}256 \cdot 10^{13}$

notación de funciones Notación que se usa para describir una función.

Ecuación: $y = 2x$
Notación de función: $f(x) = 2x$

número racional Número que se puede escribir como una razón de dos enteros.

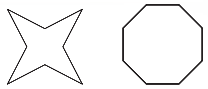
6 se puede expresar como $\frac{6}{1}$.
0,5 se puede expresar como $\frac{1}{2}$.

número real Número racional o irracional.

números aleatorios En un conjunto de números aleatorios, todos los números tienen la misma probabilidad de ser seleccionados.

O

octágono Polígono de ocho lados.

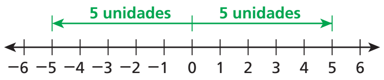


operaciones inversas Operaciones que se cancelan mutuamente: suma y resta, o multiplicación y división.

La suma y la resta son operaciones inversas:
$5 + 3 = 8$; $8 - 3 = 5$
La multiplicación y la división son operaciones inversas:
$2 \cdot 3 = 6$; $6 : 3 = 2$

opuestos Dos números que están a la misma distancia de cero en una recta numérica. También se llaman *inversos aditivos*.

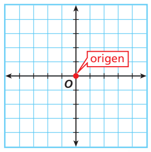
5 y −5 son opuestos.



orden de las operaciones Regla para evaluar expresiones: primero se hacen las operaciones entre paréntesis, luego se hallan las potencias y raíces, después todas las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, y por último, todas las sumas y restas de izquierda a derecha.

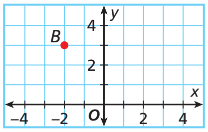
$4^2 + 8 : 2$	Desarrolla la potencia.
$16 + 8 : 2$	Divide.
$16 + 4$	Suma.
20	

origen Punto de intersección entre el eje *x* y el eje *y* en un plano cartesiano: (0, 0).



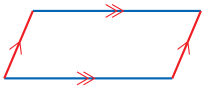
P

par ordenado Par de números que sirven para ubicar un punto en un plano cartesiano.

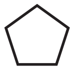


Las coordenadas de *B* son (−2, 3).

paralelogramo Cuadrilátero con dos pares de lados paralelos.

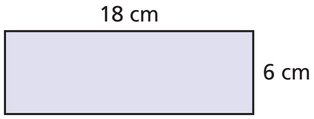


pentágono Polígono de cinco lados.



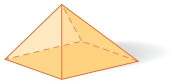
perímetro Distancia alrededor de un polígono.

perímetro =
18 + 6 + 18 + 6 = 48 cm

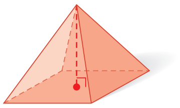


pi (π) Razón de la circunferencia de un círculo a la longitud de su diámetro; $\pi \approx 3{,}14$ o $\frac{22}{7}$.

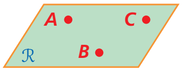
pirámide Poliedro cuya base es un polígono; tiene caras triangulares que se juntan en un vértice común.



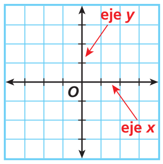
pirámide regular Pirámide que tiene un polígono regular como base y caras laterales congruentes.



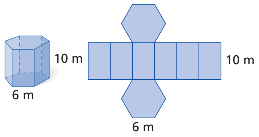
plano Superficie plana que no tiene espesor y que se extiende por siempre.



plano cartesiano Plano formado por la intersección de una recta numérica horizontal llamada eje x y otra vertical llamada eje y.



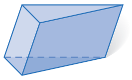
plantilla o red Arreglo de figuras bidimensionales que se doblan para formar un poliedro.



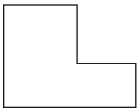
población Grupo completo de objetos o individuos que se desea estudiar.

En una encuesta sobre los hábitos de estudio de estudiantes de una escuela, la población son todos los estudiantes de la escuela.

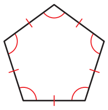
poliedro Figura tridimensional cuyas superficies o caras tienen forma de polígonos.



polígono Figura plana cerrada, formada por tres o más segmentos de recta que se intersecan sólo en sus extremos (vértices).



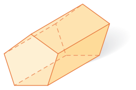
polígono regular Polígono con lados y ángulos congruentes.



potencia Número que resulta al elevar una base a un exponente.

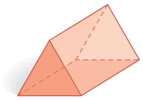
$2^3 = 8$; por lo tanto, 2 a la 3.° potencia es 8.

prisma Poliedro con dos bases congruentes con forma de polígono y caras con forma de paralelogramo.



paralelepípedo Poliedro cuyas bases son rectángulos y cuyas caras tienen forma de paralelogramo.

prisma triangular Poliedro cuyas bases son triángulos y cuyas demás caras tienen forma de paralelogramo.



probabilidad Un número entre 0 y 1 (ó 0% y 100%) que describe qué tan probable es un suceso.

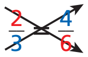
En una bolsa hay 3 bolitas rojas y 4 azules. La probabilidad de elegir al azar una bolita roja es $\frac{3}{7}$.

probabilidad experimental Razón del número de veces que ocurre un suceso al número total de pruebas o al número de veces que se realiza el experimento.

María hizo 27 lanzamientos libres y anotó 16. La probabilidad experimental de anotar un lanzamiento libre es

$$\frac{\text{cantidad de aciertos}}{\text{cantidad de intentos}} = \frac{16}{27} \approx 0{,}59.$$

producto cruzado El producto de los números multiplicados en diagonal cuando se comparan dos razones.



En la proporción $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, los productos cruzados son $2 \cdot 6 = 12$ y $3 \cdot 4 = 12$.

promedio La suma de los elementos de un conjunto de datos dividida entre el número de elementos del conjunto. También se le llama *media aritmética.*

Conjunto de datos: 4, 6, 7, 8, 10

Promedio: $\frac{4 + 6 + 7 + 8 + 10}{5}$

$= \frac{35}{5} = 7$

propiedad asociativa (de la multiplicación) Propiedad que establece que para todos los números reales a, b y c, el producto siempre es el mismo, sin importar cómo se agrupen.

$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

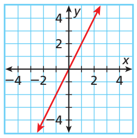
propiedad conmutativa (de la multiplicación) Propiedad que establece que multiplicar dos o más números en cualquier orden no altera el producto.

$6 \cdot 12 = 12 \cdot 6$; $a \cdot b = b \cdot a$

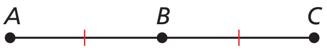
propiedad de identidad (del uno) Propiedad que establece que el producto de 1 y cualquier número es ese número.

$4 \cdot 1 = 4$
$-3 \cdot 1 = -3$

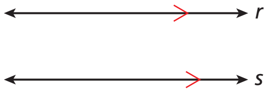
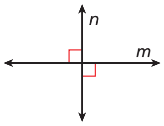
proporción directa Relación entre dos variables, x e y, que puede expresarse en la forma $y = kx$, donde k es una constante distinta de cero.



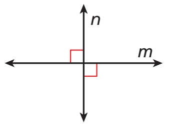
$y = 2x$

proporción inversa Relación en la que una cantidad variable aumenta a medida que otra cantidad variable disminuye; el producto de las variables es una constante.	$xy = 7, y = \frac{7}{X}$
propiedad de la suma de los opuestos Propiedad que establece que la suma de un número y su opuesto es cero.	$12 + (-12) = 0$
propiedad de multiplicación del cero Propiedad que establece que para todo número real a a, $a \cdot 0 = 0$ y $0 \cdot a = 0$.	
propiedad distributiva Dados los números reales a, b y c, $a(b + c) = ab + ac$, y $a(b - c)\ a = ab - ac$.	$5 \cdot 21 = 5(20 + 1) =$ $(5 \cdot 20) + (5 \cdot 1)$
proporción Ecuación que establece que dos razones son equivalentes.	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
prueba Cada repetición u observación de un experimento.	Cuando se lanza un dado, cada lanzamiento es una prueba.
punto Elemento geométrico que no tiene dimensión y que se utiliza para indicar una ubicación.	
punto medio El punto que divide un segmento de recta en dos segmentos de recta congruentes.	 B es el punto medio de $\overline{AC}$.

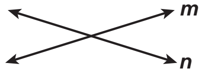
R

rayo Parte de una recta que comienza en un extremo y se extiende infinitamente en una dirección.	
razón Comparación de dos cantidades mediante una división.	12 a 25, 12:25, $\frac{12}{25}$
razones equivalentes Razones que representan la misma comparación.	$\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son razones equivalentes.
recíproco Uno de dos números cuyo producto es igual a 1. También se llama *inverso multiplicativo.*	El recíproco de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$.
recta Trayectoria recta que no tiene espesor y se extiende infinitamente.	
rectángulo Paralelogramo con cuatro ángulos rectos.	
rectas paralelas Rectas que se encuentran en el mismo plano pero que nunca se intersecan.	
rectas perpendiculares Rectas que al intersecarse forman ángulos rectos.	

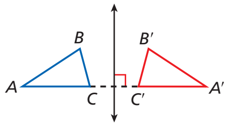
rectas perpendiculares Rectas que al intersecarse forman ángulos rectos.



rectas secantes Rectas que se cruzan en un solo punto.



reflexión Transformación que ocurre cuando se invierte una figura sobre una línea.



relación Conjunto de pares ordenados.

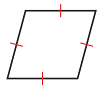
(0, 5), (0, 4), (2, 3), (4, 0)

resolver Hallar una respuesta o solución.

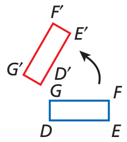
resultado (en probabilidad) Posible resultado de un experimento de probabilidad.

Cuando se lanza un dado, los resultados posibles son 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

rombo Paralelogramo en el que todos los lados son congruentes.



rotación Transformación que ocurre cuando una figura gira alrededor de un punto.

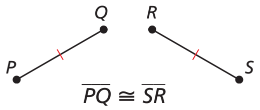


S

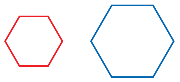
segmento Parte de una línea entre dos extremos.

segmento de recta Parte de una recta que consiste en dos extremos y todos los puntos entre éstos.

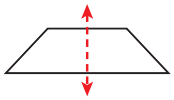
segmentos congruentes Segmentos que tienen la misma longitud.



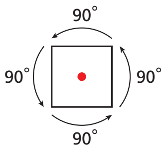
semejantes Figuras que tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño.



simetría axial Una figura tiene simetría axial si una de sus mitades es la imagen reflejada de la otra.



simetría de rotación Ocurre cuando una figura gira menos de 360° alrededor de un punto central sin dejar de ser congruente con la figura original.



simplificar Escribir una fracción o expresión numérica en su mínima expresión.

simulación Representación de un experimento, por lo general, de uno cuya realización sería demasiado difícil o llevaría mucho tiempo.

solución de una ecuación Valor o valores que hacen verdadera una ecuación.

Ecuación: $x + 2 = 6$
Solución: $x = 4$

---

suceso Un resultado o una serie de resultados de un experimento o una situación.

Cuando se lanza un dado, el suceso "número impar" consiste en los resultados 1, 3 y 5.

---

sustituir Reemplazar una variable por un número u otra expresión en una expresión algebraica.

Sustituir m por 3 en la expresión $5m - 2$ da $5(3) - 2 = 15 - 2 = 13$.

T

tabla de frecuencia Una tabla en la que se organizan los datos de acuerdo con el número de veces que aparece cada uno (o la frecuencia).

Conjunto de datos: 1, 1, 2, 2, 3, 5, 5, 5 Tabla de frecuencia:

Datos	Frecuencia
1	2
2	2
3	1
5	3

---

tabla de funciones Tabla de pares ordenados que representan soluciones de una función.

x	3	4	5	6
y	7	9	11	13

---

término (en una expresión) Las partes de una expresión que se suman o se restan.

$3x^2 +$	$6x -$	8
↑	↑	↑
Término	Término	Término

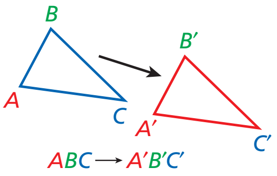
---

términos semejantes Términos que contienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.

En la expresión $3a^2 + 5b + 12a^2$, $3a^2$ y $12a^2$ son términos semejantes.

---

transformación Cambio en el tamaño o la posición de una figura.

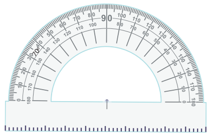


---

transversal Línea que cruza dos o más líneas.

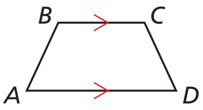
---

transportador Instrumento para medir ángulos.



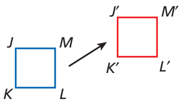
---

trapecio Cuadrilátero con un par de lados paralelos.

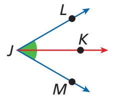


---

traslación Desplazamiento de una figura a lo largo de una línea recta.

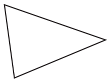


trazar una bisectriz Dividir un ángulo en dos partes congruentes.

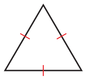


$\overrightarrow{JK}$ es bisectriz de $\angle LJM$.

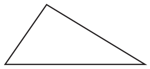
triángulo acutángulo Triángulo en el que todos los ángulos miden menos de 90°.



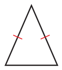
triángulo equilátero Triángulo con tres lados congruentes.



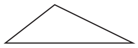
triángulo escaleno Triángulo que no tiene lados congruentes.



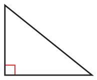
triángulo isósceles Triángulo que tiene al menos dos lados congruentes.



triángulo obtusángulo Triángulo que tiene un ángulo obtuso.



triángulo rectángulo Triángulo que tiene un ángulo recto.



V

valor absoluto Distancia a la que está un número de 0 en una recta numérica. El símbolo del valor absoluto es $| \; |$.

$|-5| = 5$

valor de entrada Valor que se usa para sustituir una variable en una expresión o función.

En la función $y = 6x$, el valor de entrada 4 produce un valor de salida de 24.

valor de salida Valor que resulta después de sustituir un valor de entrada determinado en una expresión o función.

Para la función $y = 6x$, el valor de entrada 4 produce un valor de salida de 24.

variable Símbolo que representa una cantidad que puede cambiar.

En la expresión $2x + 3$, x es la variable.

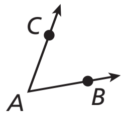
variable dependiente Valor de salida de una función; variable cuyo valor depende del valor de entrada, o variable independiente.

Para $y = 2x + 1$, y es la variable dependiente.
valor de entrada: x
valor de salida: y

variable independiente Valor de entrada de una función; variable cuyo valor determina el valor de salida, o variable dependiente.

Para $y = 2x + 1$, x es la variable independiente.
valor de entrada: x
valor de salida: y

vértice En un ángulo o polígono, el punto de intersección de dos lados; en un poliedro, el punto de intersección de tres o más caras; en un cono o pirámide, la punta.



A es el vértice de $\angle CAB$.

volumen Número de unidades cúbicas que se necesitan para llenar un espacio.

Volumen = $3 \cdot 4 \cdot 12 = 144 \text{ cm}^2$

Índice temático

Solucionario

Capítulo 1

Página 13

1. Representar gráficamente
2. Orden
3. Signos >, <, =
4. Número natural
5. Resolver
6. 6
7. 16
8. 124
9. 400
10. 301
11. 19
12. 4, 6, 8, 10, 12
13. 18, 27, 36, 45, 54
14. 30, 45, 60, 75, 90
15. 2, 3, 4, 5, 6
16. 202, 303, 404, 505, 606
17. 108, 162, 216, 270, 324
18. 652, 978, 1 304, 1 630, 1956
19. 2048, 3072, 4096, 5120, 6144
22. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
23. 1, 2, 5, 10, 25, 50
24. 1, 2, 3, 4, 6, 18, 27, 36, 54
25. 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 48
26. 1, 2, 4, 8, 32, 64, 128, 256
27. 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 70, 90, 105, 126, 210, 315, 360
28. n = 7
29. x = 20
30. p = 7
31. 5 = 400
32. x = 17
33. q = 63
34. r = 82
35. p = 3

Página 17

1. –4 500
2. Revisar cuaderno

Página 18

1. –2
2. 9
3. 1
4. –6
5. >
6. >
7. <
8. <
9. –5, –3, –1, 4, 6
10. –8, –2, 1, 7, 8
11. –6, –4, 0, 1, 3
12. 2
13. 8
14. 7
15. 10
16. 4
17. –10
18. 12
19. –7
20. <
21. >
22. <
23. <
24. –6, –5, –3, 2, 5
25. –9, –7, –5, –2, 0
26. –6, –2, –1, 3, 9
27. 16
28. 12
29. 20
30. 15
31. <
32. >
33. =
34. >
35. =
36. <
37. =
38. <
39. agosto/julio/septiembre/mayo/junio/abril/marzo/octubre
40. –32
41. –29
42. –2 000 000 5 000 000

Página 19

43. Revisar cuaderno
44. A) –30°
B) La distancia es la misma. Pero latitud norte es desde el Ecuador hacia el norte y latitud sur, desde el Ecuador hacia el sur.
45. a) disminuyó un 9%
b) aumentó un 29 %
46. Estaba disminuyendo (–8 > –12)
47. Se comparan a través de la recta numérica, sobre 0 es positivo.
48. x = 11, x = –11
49. C
50. D
51. 192
52. 270
53. 730
54. 1 140
55. 1, 3, 5, 10
56. –6, 1, 2, 3, 5, 7
57. –10. –9, –3, 5
58. –8, –1. 1, 8

Página 21

1. No, -7 + 2 = -5 y 7 + (-2) = 5
2. 3 + (–5) = (–5) + 3

Página 22

1. 12
2. –6
3. –2
4. 3
5. 15
6. –13
7. –15
8. 11
9. –12
10. 0
11. –20
12. –5 minutos
13. –9
14. –6
15. 13
16. 1
17. 7
18. –18
19. –17
20. –3
21. –19
22. 39
23. –16
24. –15
25. –88
26. 25
27. –55
28. –80
29. –14
30. –29
31. –13
32. 7°C
33. –13
34. 7
35. –26
36. –18
37. 14
38. –29
39. >
40. =
41. >
42. <
43. >
44. =
45. 9 000 – 11 400 = $ –2 400

Página 23

46. 0
47. –16
48. –19
49. 3
50. –2
51. 1 050 m
52. Ganó Héctor (3 puntos), Luis (-2 puntos)
53. ¿Cuánto aumentó la temperatura entre las 6 am y las 9 am?
54. Revisar cuaderno
55. Pérdida por 535 millones
56. C
57. A
58. 9
59. 10
60. 5
61. –9
62. <
63. >
64. =
65. >

Página 25

1. Depende si el valor absoluto del segundo número es mayor o menor que el valor absoluto del primer número. (-3) – (-2) = -1; (-3) – (-10) = -7
2. No se puede

Página 26

1. –3
2. –11
3. 6
4. –6
5. –4
6. 5
7. –10
8. –10
9. 8
10. 0
11. –1
12. 28°C
13. –5
14. 4
15. 8
16. 15
17. 12
18. –14
19. 16
20. 0
21. –17
22. –25
23. 8
24. –3
25. 50
26. –30
27. 18
28. –46
29. 16
30. –13
31. –5
32. –11
33. –20
34. 11
35. 32°C
36. –6
37. –14
38. –5
39. –2
40. –13
41. 2
42. 0
43. 16
44. 0
45. –27
46. 27
47. –17
48. 17
49. –13, –17, –21 (–4)

Página 27

50. 1 266 °C
51. 685 °C
52. 295 °C
53. 147 °C
54. –5 030 m
55. 19 883 y 29 261/la de Marte por 9 378
56. C
57. M+N
58. 1
59. 3
60. 10
61. 19
62. 10
63. 24
64. 3 goles en total

Página 28

1. >
2. >
3. <
4. –7,–4,–1,0,3,5,6,7
5. 23
6. 17
7. 10
8. –16°C, –15°C, –12°C, –9°C
9. –3
10. –4
11. –18
12. –13
13. –17
14. 2
15. 33 personas
16. –14
17. 20
18. –11
19. 913 m
20. 19 m

Página 29

1. 500 latas
2. 466 edificios
3. 35 teclas
4. 110 Hz

Página 31

1. Porque no son equivalentes
2. Que son equivalentes
3. Revisar cuaderno

Página 32

1. Sí
2. No
3. Sí
4. No
5. Sí
6. Sí
7. No
8. Sí
9. 8/24
10. 54/126
11. 16/6
12. 50/20
13. No
14. Sí
15. No
16. No
17. No
18. Sí
19. No
20. Sí
21. 10/18
22. 81/180
23. 24/60
24. 242/198
25. 33/39
26. 25/110
27. 468/624
28. 54/144
29. 3, 24, 15
30. 8, 24, 32
31. 18/42
32. 24/8
33. 50/120
34. 96/48
35. 24/36
36. 60/300
37. 40/16
38. 100/1000
39. A)1/4
B) No, 520 latas
40. Sí

Página 33

41. 1/2, 2/4, 1/4
42. 66/3
43. a) 8/5
a) laguna 2 y laguna 3
44. No
45. No son proporción, en vez de 60 es 40
46. Multiplicar cruzado y determinar por denominador común
47. No es proporcional
48. D
49. C
50. 20,5
51. –3,75
52. 4 100
53. –76,25
54. <
55. >
56. =
57. <

Página 35

1. Al multiplicar cruzado, se escribe una igualdad y se despeja la variable faltante
2. 3x = 24

Solucionario

3. 6 • 15 = 45 • 2

Página 36

1. x=60
2. p=8,75
3. m=16,4
4. t=21
5. 1,5 kg
6. x=20
7. h=144
8. r=6,5
9. v=336
10. x=9
11. t=36
12. s=4,8
13. n=22,4
14. 95,63 mm
15. 254,9 g
16. h=8
17. x=2
18. t=117
19. w=18
20. y= 8,5
21. x=90
22. m=35
23. q=17,4
24. r=15
25. k=324
26. p=45
27. j=16,5
28. 3,4
29. 22,5 monedas
30. 3 horas
31. 22 visitas

Página 37

32. 10/6, 30/18
33. 4/6,10/15
34. 12/21 , 4/7
35. 75/3 , 100/4
36. 30/5 , 42/7
37. 5/90 , 6/108
38. a) 4 identificados, 100 muestras
b) 50/100
c) n/100
39. 1/7 = 15/x
40. 3 km
41. ¿Cuántos gramos de proteína hay en 94 500 gramos de pescado?
42. Revisar cuaderno
43. ad = bc 3/2 = 6/4, 12 = 12
44. C
45. 4/6
46. 1,34
47. –18,9854
48. 174,87
49. 64
50. 1,5
51. 950

Página 39

1. El inverso multiplicativo de una fracción, es otra fracción que al multiplicarla por la primera, el resultado es 1. El inverso multiplicativo de 2/3 es 3/2, porque (2/3) • (3/2) = 1
2. Sí se puede, transformando el número mixto a fracción impropia. 1 2/3 = 5/3.

Página 40

1. 1
2. 1/10
3. 7/10
4. 12
5. 2/9
6. 7,5
7. 7/27
8. 1/48
9. 2/3
10. 3/40
11. 9/5
12. 9/8
13. 2/3
14. 5/18
15. 17,5
16. 6/25 estudiantes
17. 2/10 Kg.
18. 13 vasos
19. 3/8
20. 40/9
21. A) 14/27
B) 2/5
C) 2/5
D) 63/80
22. B

Página 41

1. 20/32
2. 63/84
3. 48/100
4. 80/96
5. No son proporcionales. Raúl ganó $680 por hora y Juan $700 por hora.Sí, porque sus productos cruzados dan el mismo valor
6. Revisar cuaderno
7. La relación entre poleras y calcetines, y poleras y galletas es equivalente 3 : 1
8. 833 alimentos saludables
9. 3:1
10. 4/6 = 8/12
11. n = 30
12. t = 48
13. z = 0,22
14. x = 6,25
15. x = 12
16. m = 1
17. x = 5,25
18. x = 53
19. 38,5 (39 años)
20. $ 2 500
21. 12(90
22. 39/104
23. 125/35
24. 1

Página 42

1. 40°C
2. A) 9 filas
B) 3 fotos exóticas, 3 fotos nativas
3. 35,6
4. 14 3/5
5. Lagarto, escinco, iguana, chucuala, monstruo

Página 44

1. Enteros, opuestos
2. Producto cruzado
3. >
4. <
5. >
6. <
7. 6, –2, 0, 4, 5
8. –8, –3, 1, 2, 8
9. –8, 1, 2, 3
10. –5, –3, 0, 5, 8
11. –4, –2, –1, 3, 7
12. 0
13. 17
14. 6
15. 3
16. 8
17. 1

Página 45

18. –3
19. –2
20. 1
21. 1
22. –56
23. –46
24. 9
25. –9
26. 10
27. 0
28. –5
29. 11°C
30. 6
31. 6
32. –9
33. –9
34. –1
35. –5
36. –9
37. –3
38. 3
39. 8
40. 14
41. 42

Página 46

42. No
43. No
44. No
45. No
46. Sí
47. Sí
48. 20/24
49. 24/96
50. 9/10
51. 9/10
52. 3/5
53. 12/16
54. n=2
55. s=1
56. a=6
57. b=6
58. b=4
59. j=2
60. x=66
61. x=4
62. y=10
63. y=15
64. w=20

Página 47

1. –4, –2, 0, 1, 3
2. –8, –6, –3, 5, 7
3. 11
4. 5
5. 74
6. 1
7. –10
8. –9
9. 18
10. 8
11. –17
12. –48
13. –410
14. –16
15. w = –2
16. x = –10
17. a = –10
18. n = –48
19. 43 partidas
20. La razón de la moneda de $1 a monedas de $50
21. 12 completos por hora
22. La caja de 10 k
23. 11/15
24. 21/27
25. 9/27
26. 40/68
27. m = 4,5
28. x = 6
29. t = 49
30. p = 1
31. 4,5 tazas de tomates

Página 48

1. D
2. D
3. B
4. A
5. C
6. C
7. A
8. A

Página 49

9. D
10. D
11. 2,08 T
12. 6,3
13. 39 m
14. 4 de 14 flores
15. 10 250 + 850 – 975 + 500 – 650 = 9 975
16. 5,3/4,2 = x/18 x=23 mts.
17. A)17,92 a 18 8,33 a 8
B) 216 m C)8,26
18. V
19. F
20. V

Capítulo 2

Página 51

1. División
2. Valor posicional
3. Multiplicación
4. Cociente
5. 20
6. 100
7. 90
8. 60
9. 150
10. 65
11. 13
12. 80
13. =
14. =
15. ≠
16. ≠
17. ≠
18. =
19. =
20. ≠
21. x = 5
22. x = 5
23. x = 3
24. x = 3
25. x = 4
26. x = 13
27. x = 5
28. x = 20
29. x = 5
30. x = 8
31. x = 2
32. x = 10
33. x = 5
34. x = 2
35. x = 1
36. x = 10

Página 53

1. 2 000 + 4 000c
2. (f – 3) + (g – 3)

Página 55

1. a) 12 · X b) 4 : A c) (3 X Y) : 2
2. Cuando una letra representa un número que puede variar = variable; constante = por que el número no cambia.

Página 56

1. 12
2. 11
3. 20
4. 5
5. 8
6. 26
7. 19
8. 16
9. 22
10. 14
11. 5
12. 14
13. 11
14. 30
15. 24
16. 320
17. 12
18. 30
19. 41
20. 106
21. 300
22. 70
23. 26
24. 9
25. 70
26. 16
27. 24
28. 26
29. 13
30. 9
31. 31
32. 420 seg
33. $ 900
34. 2 600 W

Página 57

35. 86 oF
36. a) 100 oF
b) 212 oF
37. La variable es x
38. Son letras que representan un número que puede variar
39. 7
40. C
41. C
42. 38
43. 5
44. 160
45. 130
46. 98

47. 88
48. 3
49. 0,2

Página 59
1. No son términos semejantes por que tiene diferentes potencias
2. Cuando no son términos semejantes

Página 60
1. 6b y b/2; $5x^2$ y x^2
2. $12a^2$ y $4a^2$, $4x^3$,y $3,5x^3$, b y 5/6b
3. 8x
4. $5a^2 +16$
5. $4a^2 +5a+14b$
6. 3x + 15
7. 7x
8. 15y
9. 5n+5n+6b+6b, 10n+12b
10. 2b y b; b^6 y 3b^6
11. 2n y n/4; 6 y 7
12. m y 2m
13. y^3 y 5y^3
14. 8a + 2b
15. 12b+10
16. 3a +3b+2c
17. 4y+4+2x
18. $3q^2 +2q$
19. $18 + 2d^3 +4d$
20. 3a + 3a + 2n + 5a + 2n; 11a + 4n
21. 9x
22. 27y
23. $4c^2 + 7c$
24. $2d^2 + d$
25. $6f^2 + 2f$
26. $7x + 8x^2 –3y$
27. 17p + 27q + 21
28. $6b + 6b^2 + 4b^3$
29. $6a^2 + 5b + 2c$
30. 15, 30, 45, 60, 75

Página 61
31. No son Iguales
32. A) 79d
B) $ 122 450
C) La cantidad que Bastián gano en total
33. $3 750
34. $5x + 23x^2 + 7y^2 – 23x^2$
35. Escribe una expresión para calcular la diferencia al comprar un jeans y una camisa en ambas tiendas.
36. D
37. D
38. 15
39. 51
40. 87
41. 159

Página 62
1. 50, 60
2. 25, 28
3. 6, 8
4. 38, 48
5. 12, 18, 24, 30
6. 12, 14, 16
7. $3x^2$, $8x^2$, 5x, 1/6x
8. $12a^2$, $8a^2$, $5a^2$, $4a^2$, $86a^2$
9. No tiene
10. 20y
11. 4n
12. $6f^2 + f$
13. $8a^2 – 2a$
14. B
15. 20–4s
16. 4(2a) 8a
17. 4(2b) 8b
18. 6n + 2a

Página 63
1. 825 cm
2. 0,17 m
3. D = 2660
4. $64 995

Página 65
1. Revisar cuaderno
2. 25x–20x

Página 66
1. No
2. Sí
3. Sí
4. 34
5. Problema A
6. Sí
7. No
8. No
9. Sí
10. Sí
11. No
12. 175
13. Problema B
14. No
15. Sí
16. Sí
17. Sí
18. Sí
19. No
20. No
21. Sí
22. No
23. Sí
24. 6j – 3j

Página 67
25. Revisar cuaderno
26. Es 281 km/h
27. X + 0,5 º C = 15,5º
28. 37 000 Hectáreas
29. B
30. A
31. 268
32. 208
33. 333
34. Asociativa
35. Elemento neutro aditivo
36. Conmutativa de la multiplicación

Página 69
1. Se deben usar las operaciones inversas (suma o resta)
2. Significa que no se cancelarían

Página 70
1. r=176
2. v=168
3. x=88
4. d=9
5. f=9
6. m=971
7. 14 partidos
8. n=53
9. t=82
10. p=68
11. b=67
12. m=74
13. k=123
14. x=28
15. w=43
16. a=24
17. s=45
18. x=35
19. j=76
20. t=52
21. q=99
22. n=28
23. 38 km
24. 2 libros
25. p=10
26. n=81
27. b=52
28. y=575
29. a=45
30. g=879
31. c=149
32. f=1 000
33. m=199
34. h=141
35. s=159
36. q=1 511
37. x=839
38. z=766
39. w=79
40. f. empuje = 46kg – 24kg = 22kg
41. 31 500 = x + 6 500 25 000 = x

Página 71
42. 19 500 = x + 15 600
43. x=2
44. Se debe usar la operación inversa
45. Retrocedió 11 puestos
46. 125 páginas
47. D
48. 16 n
49. 17– k
50. 8(x + 4)
51. 12 + 15 n
52. 5x – 7y
53. 8 + 11 f

Página 73
1. Reemplazando el valor de la variable
2. Dividiendo 91/13
3. P es menor que 35
4. P es mayor que 35

Página 74
1. s=847
2. b=100
3. y=40
4. x=9
5. c=3,2
6. x=1
7. 9 personas
8. s=8
9. k=1 296
10. z=65
11. c=175
12. w=242
13. n=306
14. x=50
15. p=21
16. u=3,7
17. a=2
18. q=12
19. d=17,73
20. 27 personas
21. g=27
22. j=50
23. m=110
24. r=1,2
25. x=7
26. s=342
27. b=62
28. p=90
29. f=20
30. c=716
31. a=36
32. q=11,2
33. d=42
34. h=1 660
35. r=307
36. d=12
37. n=8
38. b=50
39. q=20
40. $2 000

Página 75
41. 12 juguetes
42. 4 464 km
43. $1 400 000
44. 2 personas
45. Multiplicó 56 y 7 y tenía que dividir
46. Operación inversa
47. (5x):3=8 690 000 ; x = 5 214 000
48. C
49. C
50. 23 personas
51. Sí
52. No
53. n=39
54. j=242
55. t= 578
56. a= 47

Página 76
1. 63
2. 9
3. 65
4. 6
5. 56
6. 79
7. $5 y^2$
8. 3y +2x
9. 8x + 13
10. 9x + 4 xy
11. 10 + 8b – 6a
12. 22 xy + 9y
13. 4b + 4b + 7a + 7a + 8b + 14a
14. Revisar cuaderno
15. Sí
16. No
17. Sí
18. $17 600
19. g=17
20. p=13
21. t=24
22. m=19
23. k=56
24. b=13
25. n=112
26. x=15
27. 180 vasos

Página 77
1. 2,1 x seg
2. 14,7 m
3. 93,3 seg
4. El edificio B, 48 900
5. 125 000

Página 80
1. Expresión algebraica
2. Término
3. Ecuación
4. Operaciones inversas
5. 19
6. 90
7. 524
8. 8
9. 10
10. –13/4
11. 89
12. 24
13. 213,33

Página 81
14. $3x^2 + 4x$
15. 6b
16. $m^3 + 3m^2 + m$
17. $10b^2 + 8$
18. $5 + 9a^3$
19. $15a^2 + 2$
20. $1 + n^2$
21. $6x^2 + x^3 + x^4$
22. 0
23. 4a
24. $–m^3$
25. $–24/5x^2 + 3m$
26. No
27. No
28. Sí
29. Sí
30. No
31. No
32. No
33. Sí
34. No
35. Sí
36. No
37. Sí

Página 82
38. b=8
39. x=19
40. n=32
41. j=41
42. c=18
43. t=112
44. x=–1
45. a=32
46. b=17
47. x=19
48. x=24
49. y=54
50. n=176
51. j=126
52. p=9
53. x=12,17
54. d=798
55. x=12
56. m=10
57. x=4
58. x=1
59. a=10
60. 42 horas

Página 83
1. 7
2. 28
3. 11
4. 8
5. 23
6. 0
7. 2
8. 33
9. 84
10. 1
11. 6b + 2
12. 25 + 8b
13. 7a + 6t + 9
14. m + 2a
15. 3m – n
16. 6q + 5j
17. $14x^2 + 5x$
18. $17p + 9p^2$
19. q + 2p
20. 20s – 10g
21. No
22. No
23. No
24. Sí
25. Sí
26. No
27. Sí
28. No
29. Sí
30. No
31. x=24
32. x=16
33. x=12
34. x=17
35. x=6

Solucionario

36. x=11
37. x=84
38. m=15
39. m=5
40. c=34
41. x=1
42. x=3
43. x=5
44. x=2
45. x=2
46. x=1
47. x=4
48. x=16
49. m=30
50. m=100

Página 84

1. C
2. D
3. A
4. C
5. C
6. D
7. C
8. B
9. C
10. B

Página 85

11. A
12. B
13. 35
14. 33 filas
15. 443
16. 52
17. 49
18. 25h; 4 horas
19. 33 minutos
20. 6 cuadras
21. A)$15 000 s, $15 500 h, B)$180 000 / $186 000, los pumas / $6 000
22. V
23. F
24. V

Capítulo 3

Página 87

1. Triángulo
2. Transportador
3. En el sentido de las manecillas del reloj
4. Regla
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Agudo
10. Recto
11. Obtuso
12. No
13. Sí
14. No

Página 89

1. 50 m

Página 91

1. Revisar cuaderno
2. Con una regla y una escuadra, midiendo la distancia de una recta a la otra desde diversos puntos de la recta o con un compás

Página 92

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. Revisar cuaderno
17. Revisar cuaderno
18. Revisar cuaderno
19. Revisar cuaderno
20. Revisar cuaderno
21. Revisar cuaderno
22. Revisar cuaderno
23. Revisar cuaderno
24. Revisar cuaderno
25. Revisar cuaderno
26. Revisar cuaderno
27. Revisar cuaderno
28. Revisar cuaderno
29. Revisar cuaderno
30. Revisar cuaderno
31. Revisar cuaderno
32. Revisar cuaderno

Página 93

33. Revisar cuaderno
34. Revisar cuaderno
35. Revisar cuaderno
36. Revisar cuaderno
37. Revisar cuaderno
38. Revisar cuaderno
39. Revisar cuaderno
40. Revisar cuaderno
41. Revisar cuaderno
42. Revisar cuaderno
43. Revisar cuaderno
44. Revisar cuaderno
45. B
46. D
47. Revisar cuaderno
48. Revisar cuaderno
49. Revisar cuaderno

Página 95

1. Se forman dos ángulos de 30º cada uno

Página 96

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Sí
10. Sí
11. No
12. No
13. No
14. Sí
15. No
16. Sí
17. 45º
18. Revisar cuaderno
19. Revisar cuaderno
20. Revisar cuaderno

Página 97

21. Revisar cuaderno
22. Revisar cuaderno
23. Revisar cuaderno
24. Sí
25. Sí
26. No
27. No
28. No
29. Sí
30. No
31. No
32. 150°
33. Porque la bisectriz divide al ángulo en dos ángulos de igual medida y en un cuadrado la diagonal coincide con la bisectriz de los ángulos opuestos y se forman dos triángulos congruentes.
34. Revisar cuaderno
35. Revisar cuaderno
36. Revisar cuaderno
37. Revisar cuaderno
38. X = 9
39. X = 86
40. X = 13,25
41. X = 46,67
42. X = 192
43. X = 440
44. X = 26,3
45. X = 11,7

Página 100

1. No
2. Sí
3. Sí
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. No
8. Sí
9. No
10. Sí
11. No
12. No
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. Sí
17. No
18. No

Página 101

19. Revisar cuaderno
20. 10 m, 26 m y 30 m / 26 m, 30 m y 35 m
21. Revisar cuaderno
22. 3 cm, 4 cm, 5 cm/3 cm, 4 cm, 6 cm/ 4 cm, 5 cm, 6 cm/5 cm, 6 cm, 9 cm
23. Revisar cuaderno
24. Revisar cuaderno
25. Revisar cuaderno
26. Revisar cuaderno
27. Revisar cuaderno
28. Revisar cuaderno

Página 102

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Sí
9. Sí
10. Sí, porque la suma de dos de los lados siempre es mayor que el tercer lado.

Página 103

1. B
2. B
3. C

Página 105

1. Revisar Cuaderno
2. Revisar Cuaderno
3. Revisar Cuaderno

Página 106

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. $<ADB = 90^\circ$, $<ADC = 90^\circ$, $<BAD = (x/2)^\circ = (40/2) = 20^\circ$
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno

Página 107

12. $x = 30^\circ$, $y = 15^\circ$, $z = 30^\circ$
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. $x = y = <ACB / 2$
17. Revisar cuaderno
18. C
19. $ 31 500

Página 109

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno

Página 110

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. No
5. Sí
6. Sí
7. No
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. Sí
17. No
18. No
19. No

Página 111

20. Revisar cuaderno
21. Revisar cuaderno
22. Revisar cuaderno
23. Revisar cuaderno
24. Revisar cuaderno
25. Si el segmento es bisectriz del ángulo efectivamente lo divide en dos ángulos de igual medida, por tanto la distancia de uno de los rayos del ángulo a la bisectriz es la misma que de la bisectriz al otro rayo del ángulo, siempre y cuando la distancia en ambos casos se mida a la misma distancia del vértice.
26. Se obtienen dos triángulos rectángulos.
27. Revisar cuaderno
28. Revisar cuaderno
29. Revisar cuaderno
30. Revisar cuaderno
31. Revisar cuaderno
32. Revisar cuaderno
33. Revisar cuaderno
34. Revisar cuaderno
35. $x = 7/5$
36. $x = 142$
37. $x = 31$
38. $x = -33$
39. -9
40. 11
41. 67
42. 158

Página 113

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno

Página 114

1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno

Página 115

13. Revisar cuaderno
14. El centro de gravedad divide cada transversal de gravedad en la razón 2:1 y entonces las medidas son incorrectas, pues deberían ser 2 cm y 4 cm o 3 cm y 1,5 cm.
15. CG = 16 cm, GA = 8 cm
16. C
17. 2:1
18. $x = 15$
19. $x = 2$

20. x = -3

Página 117
1. En un triángulo equilátero
2. Sí es posible, un ángulo de 230° es mayor que un ángulo de 180°.

Página 118
1. x = 10°
2. x = 82,5°
3. x = 60°
4. x = 32,5°
5. x = 70°
6. x = 35°
7. x = 130°
8. x = 125°

Página 119
9. Revisar cuaderno
10. Equilátero.
11. La bisectriz divide a un ángulo en dos ángulos de igual medida.
12. Revisar cuaderno
13. 23°
14. 10°
15. 100°
16. Incentro.
17. B
18. C
19. 18
20. -9
21. -6
22. 17
23. 1
24. -52
25. -32,-10,-2,0,4,54
26. -101,-87,-64,0,504
27. -50, -5, 0, 8

Página 121
1. La hipotenusa.
2. No

Página 122
1. 15
2. 10,6
3. 8,5
4. 6,4
5. 8
6. 5,3
7. 16
8. 26 km
9. 5,39
10. 13
11. 26,93
12. 11,66
13. 12
14. 12,4
15. 10,2
16. 17 km
17. 8,1
18. 9
19. 78
20. 34,5
21. 37,3
22. 72

Página 123
23. 22,6 m
24. 139 km
25. 1,5 cm
26. 226,35 cm; 5 m 32 cm
27. 17,31
28. Revisar cuaderno
29. Por el teorema de Pitágoras
30. 45 y 60
31. D
32. 5 m
33. 9, 12
34. 0, 95
35. 51
36. 3
37. 7
38. -8
39. 5,48
40. 6,48
41. 7,42
42. 8,19

Página 125
1. Verdadera

Página 126
1. 44,7 m
2. Sí
3. No
4. Sí
5. Sí
6. 12,08
7. Sí
8. No
9. No
10. Sí
11. Si los lados se unen en ángulo recto, entonces la diagonal debe medir 13,4 m.
12. No
13. Sí
14. Sí
15. Sí
16. Sí
17. No
18. No
19. Sí

Página 127
20. H=8
21. Sí; 36,37
22. Porque la hipotenusa o distancia es más larga
23. $\sqrt{2}$
24. La hipotenusa es 41 que es valor mayor.
25. B
26. Elemento neutro de la multiplicación
27. 14

Página 128
1. Revisar cuaderno
2. Sí. Esto se debe a que un triángulo isósceles tiene dos lados iguales y dos ángulos iguales, por estas características la simetral del lado AB será perpendicular a AB y por tanto corresponderá con la altura del lado AB.
3. Sí
4. 1:2
5. Revisar cuaderno
6. <EGF = 100°, <GEF = 40° < EFG = 40°
7. 7,8
8. 15
9. 22,36
10. 13
11. 17
12. No
13. No
14. No
15. Sí
16. No
17. No

Página 129
1. Escaleno
2. 105°

Página 132
1. Ángulo.
2. Paralelas.
3. Ortocentro.
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno

Página 133
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. No
12. No
13. Sí
14. No
15. x = 65°
16. x = 2,5 cm, y = 5 cm

Página 134
17. 40°
18. 7,8
19. 19,2
20. 14,4
21. 17,5
22. 16,3
23. 5,8
24. 17
25. 7,3
26. 4,1
27. No
28. Sí
29. Sí
30. Sí
31. 24 cm

Página 135
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. No
5. Sí
6. Sí
7. x = 50°
8. x = 2 cm y = 6 cm
9. Revisar cuaderno
10. 28°
11. Revisar cuaderno
12. 10 cm
13. 12 cm
14. 5 cm

Página 136
1. C
2. D
3. B
4. C
5. C
6. A
7. B
8. B
9. A

Página 137
10. C
11. X=96°
12. Revisar cuaderno
13. $123
14. 23
15. a. V b. F c. V d. F
16. $ 205 500.
17. a. 9542 b. 421 c. 31
18. - 7°
19. 55 años, en el 2014 tendría 2 344 años.
20. V
21. F
22. V

Capítulo 4

Página 139
1. Entero.
2. Variable.
3. Expresión.
4. Signo >
5. 20
6. 14
7. 150
8. 0
9. 8
10. 80
11. 12
12. 14
13. 64
14. 0
15. 30
16. 0
17. 16 807
18. 1728
19. 81
20. 14 641
21. 262 144
22. 8
23. 100 000 000
24. 59 049
25. 1
26. 3 580
27. 358 000
28. 35 800 000
29. 35,8
30. 0,358
31. 0,00358

Página 141
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno

Página 143
1. (-7^2) = 49 y 16 - 121 = -105, 49 ≠ -105
2. 6, 9, 8
3. (-7)^2=49≠-105

Página 144
1. 12
2. 18^{2}
3. $(2b)^4$
4. $(3)^2$
5. 64
6. 49
7. 1/8
8. 2 401
9. 4 096
10. 291
11. -5
12. 137
13. -710
14. 105
15. 5^6
16. $(-9)^3$
17. $(3d)^3$
18. 2^3
19. $(-4)^2 c^3$
20. $x^2 y$
21. 256
22. 729
23. 1/7776
24. 512
25. 1/36
26. 49
27. 59
28. 133
29. 1
30. 29 regiones
31. $(-3)^4$
32. $(5h)^3$
33. $(6)^6$
34. $(4)^5$

Página 145
35. 125
36. 64
37. -2 744
38. 1 024
39. -36
40. 260
41. -1
42. 68
43. -426
44. 90
45. 2^{18}
46. $5^4 - 1 = 624$, $5^6 - 1 = 15\,624$, ambos son divisibles por 4
47. 1 697,9 cm^3
48. $3x2^8$
49. $3 \cdot 2^3 = 5^2 - 1^3$
50. El número más grande como exponente
51. 4^6
52. B
53. B
54. 625
55. -83
56. -28
57. 119
58. -47
59. 0,14
60. 0,27
61. 0,375
62. 0,208

Página 147
1. Porque no tienen igual base.
2. $4^2 \cdot 4^3$ y $4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^1$

Página 148
1. 6^{11}
2. 4^{17}
3. 10^7
4. 20^8
5. 8^2
6. 11^{10}
7. 9^{14}
8. 3^7
9. $6,1^{11}$
10. $4,3^{17}$
11. $10,4^9$
12. $2,7^{10}$
13. $8,1^2$
14. $1,9^9$
15. $8,2^{15}$
16. $2,5^7$

Solucionario

17. $(6/3)^{11}$
18. $(1/2)^{17}$
19. $(2/7)^{9}$
20. $(1/3)^{10}$
21. $(8/5)^{2}$
22. $(1/9)^{9}$
23. $(8/2)^{8}$
24. $(2/5)^{9}$
25. $(18)^{6}$
26. $(20)^{7}$
27. $(14)^{6}$
28. $(24)^{2}$
29. $(40)^{2}$
30. $(27)^{5}$
31. $(16)^{6}$
32. $(50)^{4}$
33. $(24,32)^{6}$
34. $(23,23)^{7}$
35. $(15,264)^{6}$
36. $(26,69)^{2}$
37. $(44,767)^{2}$
38. $(28,119)^{5}$
39. $(23,3475)^{6}$
40. $(57,276)^{4}$
41. $(12/56)^{6}$
42. $(8/9)^{5}$
43. $(14/6)^{7}$
44. $(24/20)^{2}$
45. $(40/27)^{5}$
46. 1^{5}
47. $(16/40^{)3}$
48. $(55/12)^{4}$
49. 7^{11}
50. 6^{17}
51. 12^{8}
52. 10^{10}
53. $6,5^{12}$
54. $4,4^{15}$
55. $1,4^{9}$
56. $3,1^{7}$

Página 149

57. $(6/5)^{11}$
58. $(1/4)^{17}$
59. $(2/5)^{9}$
60. $(1/8)^{10}$
61. 30^{5}
62. 40^{7}
63. 30^{7}
64. 56^{3}
65. $30,24^{6}$
66. $9,23^{6}$
67. $11,448^{8}$
68. $26,27^{3}$
69. 1^{5}
70. $(20/24)^{5}$
71. $(81/6)^{7}$
72. $(35/20)^{3}$
73. 26^{2}
74. 10^{-3}
75. 2^{12}
76. La distancia entre A y C.
77. B
78. No, porque luego de realizar el cálculo correspondiente el exponente de la potencia resultante es un número negativo.
79. 25
80. -2,5
81. 22,8
82. -15/7
83. 12/11
84. 17/19
85. 9
86. 8
87. 1
88. 16

Página 151

1. $(3^{2})^{3}$
2. Revisar cuaderno

Página 152

1. 6^{2}
2. 4^{6}
3. 21^{4}
4. 16^{2}
5. 8^{6}
6. 2^{2}
7. 8^{2}
8. 3^{13}
9. $6,1^{2}$
10. $9,3^{10}$
11. $1,4^{1}$
12. $3,5^{4}$
13. $8,1^{2}$
14. $10,9^{3}$
15. $9,02^{9}$
16. $8,5^{2}$
17. $(8/3)^{3}$
18. $(5/2)^{3}$
19. $(2/7)^{3}$
20. $(1/3)^{0}$
21. $(9/5)^{2}$
22. $(1/9)^{1}$
23. $(3/2)^{4}$
24. $(7/5)^{6}$
25. 3^{6}
26. $0,2^{7}$
27. 8^{6}
28. 3^{2}
29. 9^{2}
30. 3^{5}
31. 4^{6}
32. 10^{4}
33. $2,13^{6}$
34. $4,2^{7}$
35. $2,025^{6}$
36. $6,28^{2}$
37. $(45/48)^{2}$
38. $(81/12)^{5}$
39. $(16/15)^{2}$
40. $(10/40)^{4}$
41. 4^{36}
42. 5^{21}
43. 2^{42}
44. 3^{10}
45. 5^{16}
46. 9^{0}
47. 8^{18}
48. 4^{12}
49. 7^{5}
50. 3^{3}
51. 2^{2}
52. 6^{7}
53. $3,2^{2}$
54. $5,3^{0}$
55. $0,4^{0}$
56. $3,9^{4}$

Página 153

57. $(5/3)^{5}$
58. $(8/2)^{4}$
59. $(3/7)^{1}$
60. $(2/3)^{2}$
61. 3^{6}
62. 2^{7}
63. 10^{6}
64. 3^{5}
65. $1,7^{3}$
66. $10,4^{4}$
67. $(8/24)^{4}$
68. $(90/33)^{2}$
69. 3^{8}
70. 10^{6}
71. 5^{0}
72. 10^{6}
73. 4^{4}
74. a^{1}
75. 10^{9}
76. 7^{12}
77. 2^{4}
78. 11^{1}
79. y^{0}
80. 4
81. -3
82. 0
83. 0
84. a. 10^{100} b. $10^{100} x \ 10^{100} = 10^{200}$
85. Faltó elevarlo a 5
86. Porque esa es la propiedad de la división de potencias
87. 4

Página 155

1. Permite expresar y manejar con mayor facilidad números extremadamente grandes y extremadamente pequeños
2. 2 977 000
3. La velocidad de un automóvil

Página 156

1. 4 170
2. 0,0000133
3. 62 000 000
4. 0,00039
5. $5,7 \ x \ 10^{5}$
6. $4 \ x \ 10^{(-4)}$
7. $6,98 \ x \ 10^{6}$
8. $2,5 \ x \ 10^{(-8)}$
9. Longitud de ácaro
10. 9 200 000
11. 0.00067
12. 0.036
13. 524 000 000
14. $7 \ x \ 10^{(-5)}$
15. $6,5 \ x \ 10^{6}$
16. $1 \ x \ 10^{8}$
17. $3 \ x \ 10^{(-8)}$
18. Plutón
19. 140 000
20. 0.0324
21. 78
22. 0.0000021
23. 0.000000053
24. 0.0008456
25. 559 000
26. 7 100
27. 7 130 000
28. 0,45
29. 0,00029
30. 560
31. <
32. <
33. >
34. >
35. 43 700 000
36. 10 000 000
37. 385
38. 500 000 000

Página 157

39. 4
40. 1,68
41. 340
42. 5
43. 540
44. $6 \bullet 10^{7}$
45. 367 000
46. Venus
47. $2,99 \bullet 10^{5}$
48. a. $1,5 \bullet 10^{(-4)}$, b. $1,5 \bullet 10^{26}$
49. 0,000006 m a 0,000008 m
50. a. $1,505 \bullet 10^{24}$, b. 4 g/mol, c. $0,66 \bullet 10^{-23}$
51. a. Población = $2,2 \bullet 10^{7}$, Área = $3,5 \bullet 10^{4}$, b. $1,5 \bullet 10^{-3}$

Página 158

52. $8,58 \ x \ 10^{-3}$
53. $6,3 \cdot 10^{-6}$
54. $5,9 \cdot 10^{6}$
55. $7,045 \cdot 10^{9}$
56. $7,6 \cdot 10^{-3}$
57. $4 \cdot 10^{2}$
58. 15 000 000
59. $5,5 \cdot 10^{6}$, $1,2 \cdot 10^{6}$, $2,3 \cdot 10^{-2}$, $1,5 \cdot 10^{-2}$, $5,85 \cdot 10^{-3}$
60. Revisar cuaderno
61. El que tiene el mayor exponente.
62. Entre el 0 y el 1.
63. Contamos de derecha a izquierda la cantidad de dígitos hasta llegar a dónde debemos ubicar la coma decimal. El número que obtenemos es el exponente.
64. C
65. Revisar cuaderno
66. Revisar cuaderno
67. 7^{2}
68. 5^{11}
69. t^{3}
70. 10^{6}

Página 159

1. $3,588 \cdot 10^{(-6)}$
2. $3,345 \cdot 10^{3}$
3. $1,544 \cdot 10^{11}$
4. $0,8550 \cdot 10^{5}$
5. $2,42 \cdot 10^{12}$
6. $3,83 \cdot 10^{17}$
7. $8,768 \cdot 10^{6}$
8. $0,650 \cdot 10^{(-22)}$
9. $1,665 \cdot 10^{21}$
10. $3,3607 \cdot 10^{15}$
11. $5,2 \cdot 10^{4}$

Página 160

1. 10
2. 262144
3. 81
4. -125
5. 5^{4}
6. 2191
7. 9^{8}
8. 1
9. q^{15}
10. 26,77
11. $3^{(-6)}$
12. $4^{0=1}$
13. $-x^{8}$
14. $4^{(-10)}$
15. 141 875
16. $1,98 \ x \ 10^{(-4)}$
17. $(3/7)^{2}$
18. $(30/81)^{4}$
19. 10^{27}
20. $1,5 \cdot 10^{-7}$
21. $9,998 \cdot 10^{7}$
22. $4,34 \cdot 10^{-1}$
23. $1 \cdot 10^{2}$
24. 138 000
25. 4 000 000
26. 0,0012
27. 0,0000937
28. $5,608 \cdot 10^{11}$
29. $1 \cdot 10^{-4}$

Página 161

1. Dividir
2. Sumar
3. Dividir
4. Sumar y restar

Página 163

1. Es un número que tiene entero como raíces cuadradas
2. 2 raíces cuadrados
3. Una

Página 164

1. ±2
2. ±4
3. ±8
4. ± 11
5. ± 1
6. ±21
7. ± 3
8. ±22
9. 17,20 m
10. ± 4
11. ± 3
12. -65
13. -1
14. ± 5
15. ± 12
16. ± 9
17. ± 13
18. ± 14
19. ± 20
20. ± 19
21. ± 15
22. 600 píxeles
23. -1
24. 4
25. -18
26. 25
27. ±23
28. ±17
29. ±24
30. ±18
31. =
32. >
33. <
34. 2 650
35. 8cm
36. Sí, la $\sqrt{49} = 7m$

Página 165

37. 17m
38. ±1/3
39. ±1/11
40. ±4/3
41. ±9/4
42. ±3/2
43. ±18/9
44. ±1/10

45. ±13/26
46. 8 cuadros
47. a. 8 cuadrados, 1 sin usar, b. 9 cuadrados
48. la raíz debe ser positiva
49. se suma la raíz, luego se saca y se resta 20 = -13
50. 289
51. C
52. 52 cm
53. 625
54. 2 097 152
55. 10 000 000 000
56. 144
57. $1{,}97x\ 10^{9}$
58. $2{,}5x\ 10^{6}$
59. $3{,}14x\ 10^{10}$
60. $5{,}68 \times 10^{15}$

Página 167

1. No, es 8,66
2. 56,5

Página 168

1. 6 y 7
2. 9 y 10
3. 12 y 13
4. 17 y 18
5. 15 y 16
6. 4
7. 6,48
8. 8,54
9. 12,49
10. 15,36
11. 16,58
12. 8,6
13. 18,5
14. 60
15. 13,8
16. 71,6
17. 7 y 8
18. 1 y 2
19. 24 y 25
20. 44 y 45
21. 20 y 21
22. 15 m
23. 4,36
24. 9,17
25. 11,09
26. 15,84
27. 17,03
28. 7,6
29. 30,2
30. 23,5
31. 12,2
32. 18,2
33. B
34. D
35. E
36. A
37. F
38. C
39. 24 cm
40. 28,84 cm^2

Página 169

41. Rojo: 5 cm, azul: 7 cm, verde: 11 cm
42. 15/2; (√160/2); √50; 7,7
43. 8/9; 1/3√9; 1,1; √2
44. P = 44 cm
45. 0,77 km
46. 80 cm
47. No se divide por 2
48. 25 y 36
49. a. 34 m/h, b. 56 h
50. B
51. 62,83
52. 57
53. 21
54. 106
55. 18
56. ± 10
57. ± 8
58. ± 22
59. ± 36

Página 170

1. ± 4
2. ± 11
3. ± 99
4. ± 100
5. ± 102
6. ± 32
7. ± 23
8. ± 18
9. ± 22
10. ± 120
11. ± 90
12. ± 24
13. ± 61
14. ± 82
15. ± 75
16. ± 46
17. ± 39
18. ± 97
19. ± 108
20. ± 250
21. No
22. 49 azulejos
23. - 8 y - 9
24. ± 6 y ± 7
25. ± 14 y ± 15
26. ± 10 y ± 11
27. - 18 y - 19
28. ± 4 y ± 5
29. ± 24 y ± 25
30. ± 5 y ± 6
31. - 5 y - 6
32. ± 22 y ± 23
33. ± 18 y ± 19
34. ± 8 y ± 9
35. -9 y -10
36. ± 15 y ± 16
37. ± 38 y ± 39
38. ± 6 y ± 5
39. - 8 y - 9
40. ± 27 y ± 28
41. ± 47 y ± 48
42. ± 8 y ± 9
43. -9 y -10
44. ± 37 y ± 38
45. ± 65 y ± 66
46. 869,5 m^2, 2918,0 m^2, 1667,4 m^2, 1133,7 m^2.
47. 24 cm
48. 5,75 m

Página 171

1. 73 000
2. Himenópteros
3. $1{,}3 \cdot 10^{4}$
4. $1/17 \cdot 10^{4}$
5. 12 m

Página 174

1. Base, exponente.
2. Notación científica.
3. Cuadrado perfecto
4. Potencias de igual base
5. Potencias de igual exponente.
6. 7^3
7. $(-3)^2$
8. k^4
9. $(-3)^{2}$
10. $(-2)^2 d^2$
11. $(3m)^3$
12. $6x^{2}$
13. 10^{4}
14. 625
15. -32
16. -1
17. 256
18. -3
19. 64
20. -27
21. 25
22. 15
23. 1 296
24. 100 000
25. - 128

Página 175

26. 4^7
27. 9^6
28. P^4
29. 15^3
30. 18^2
31. X^{10}
32. 5^3
33. 5^3
34. 10^2
35. $0{,}4^2$
36. $(10/21)^2$
37. $(10/21)^2$
38. $11{,}5^5$
39. $0{,}4^5$
40. $(3/48)^3$
41. $(35/48)^4$
42. $(2/63)^6$
43. $(6/11)^5$
44. 8^{-3}
45. 9^2
46. m^5
47. 3^7
48. 4^{-10}
49. Y^9
50. Y^5
51. K^0
52. Y^5
53. K^0
54. 1 620
55. 0,00162
56. 910 000
57. 0,000091
58. $3{,}85 \cdot 10^{2}$
59. $4 \cdot 10^{(-2)}$
60. $8 \cdot 10^{(-9)}$
61. $7{,}3 \cdot 10^{7}$
62. $9{,}6 \cdot 10^{(-6)}$
63. $5{,}64 \cdot 10^{10}$
64. $3{,}4 \cdot 10^{(-1)}$
65. $2{,}5 \cdot 10^{10}$, $4 \cdot 10^{3}$, $1{,}2 \cdot 10^{-5}$, $1{,}13 \cdot 10^{-1}$, $2{,}5 \cdot 10^{-3}$, $7{,}89 \cdot 10^{8}$

Página 176

66. ± 4
67. ± 30
68. ± 26
69. ± 5
70. 10/20 = ½
71. 9
72. 25
73. 7
74. 100
75. 10
76. 11
77. 29
78. 15
79. 27
80. 18
81. 8
82. 12
83. 9
84. 14
85. 22
86. 16
87. 89,4 cm
88. 167,3 cm
89. 63,2 m
90. 120 m
91. 89,1 m
92. 84 m
93. 324 m
94. 100
95. 128
96. 78,89
97. 22,13
98. 316,22
99. 5,29
100. 11,78
101. 27,29
102. 14,14
103. 9,49
104. 8,48
105. 7,74
106. 9,95
107. 10,53
108. 3,46
109. 8,89
110. 6,56
111. 15
112. 7,48
113. 12,25
114. 18,57
115. 11,83
116. 26,83
117. 16,06
118. 5,92
119. 4,47
120. 5,74
121. 6,32
122. 13,82
123. 7,68
124. 8,37
125. 3,16

Página 177

1. 1 000 000 000
2. 1/1 331
3. 128
4. 1/81
5. $3^{(-3)}$
6. 7^{11}
7. 5^{60}
8. $11^{(-14)}$
9. 27^{21}
10. 52^{21}
11. 13^{9}
12. 8^5
13. 2 700 000 000 000
14. 0,0353
15. 425 700
16. 98 700 000 000
17. 480 000 000
18. 0,00609
19. 8 100 000
20. 0,00035
21. $1{,}9^{10} \cdot 10^{10}$
22. $3{,}9 \cdot 10^{(-6)}$
23. $1{,}98 \cdot 10^{9}$
24. $4{,}5 \cdot 10^{(-4)}$
25. $6 \cdot 10^{4}$
26. ± 14
27. ± 1
28. ± 100
29. ± 25
30. 12 m
31. 15 y 16
32. 11 y 12
33. 9 y 10
34. -6 y -7
35. 14,4 m
36. 8,6
37. 13,5
38. 33,9
39. 22,63 m

Página 178

1. A
2. A
3. B
4. C
5. A
6. A
7. B
8. C
9. C
10. A
11. B

Página 179

12. A
13. Exp = 6
14. 10,63 m
15. 6 años
16. 1/5
17. 13 cm
18. 17 cuadras
19. a. 950 000, b. $2{,}1 \cdot 10^{2}$ y $1 \cdot 10^4$ c. $1 \cdot 10^{4}$
20. a. 29,6 m b. 87 600 cm^2
21. a) 6, 7, 8, 9, 10
b) 3,67; 4,67; 5,67; 6,67; 7,67
22. V
23. F
24. V

Capítulo 5

Página 181

1. Fracción
2. Decimal
3. Numerador, denominador
4. Centésimas
5. 256
6. 729
7. 16,81
8. 0,125
9. 1/16
10. 4/25
11. 1/8
12. 8/27
13. 40
14. 7,5
15. 36
16. 14,67
17. 512
18. 300
19. 36
20. 27,5
21. 75,4
22. 78,5
23. 351,7
24. 83,1
25. 549,5
26. 130,8
27. 21,4
28. 82,4
29. 50,3
30. 37,5
31. 18,2
32. 1 714,8

Página 185

1. Respuesta abierta
2. Revisar cuaderno

Solucionario

Página 186
1. 28 cm
2. 36 mm
3. 12,2 x m
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. 36 m
7. 42 cm
8. 7,8 cm
9. 26 x m
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. 46 cm
13. 64
14. 7x

Página 187
15. perímetro = 18 cm
16. perímetro = 50 mm
17. Rectángulo
18. Revisar cuaderno
19. 337 500
20. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?
21. Sí, respuesta abierta
22. 3 reglas
23. P = 19
24. X = -4
25. B = 42
26. A = -37
27. X = 2

Página 188
1. A=1,2,6,6 B=2,4,12,6 C=4,8,24,6
2. Revisar cuaderno
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno

Página 189
1. A= 3,3,12,9 B= 6,6,24,36
C= 9,9,36,81
2. Revisar cuaderno
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno

Página 191
1. Unidad con el exponente 3
2. V=bh v=1/3 bh uno es el tercio del otro

Página 192
1. 240 cm^3
2. 500 mm^3
3. 3,94 mm^3
4. 10 mm^3
5. 35 cm^3
6. 32 m^3
7. 176 mm^3
8. 45 mm^3
9. 1 350 mm^3
10. 192 cm^3
11. 2 700 cm^3
12. 13,44 mm^3
13. 175 mm^3

Página 193
14. 288 m^3
15. 1,8 m^3
16. 16 cm^2
17. 60 m^3
18. 60 cm^3 / 20 cm^3
19. Revisar cuaderno
20. Revisar cuaderno
21. D
22. A
23. B

Página 194
1. Ver computador
2. Ver computador
3. Ver computador
1. Respuesta abierta
2. Respuesta abierta
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno

Página 195
1. Ver cuaderno
2. Ver cuaderno
3. Ver cuaderno
1. Respuesta abierta
2. El volumen se reduce a la mitad
1. 216/72
2. 1/4

Página 196
1. 20 cm
2. 20,2 cm
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. 42 m
6. 36 000 cm^3
7. 46,6 cm^2
8. 180 cm^3
9. 36 cm^3

Página 197
1. 5,6 cm - 67,2 - 188,16 - 175,6
3 - 36 - 54 - 27
7 - 84 - 294 - 343
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno

Página 200
1. Perímetro
2. Unidad cúbica
3. Volumen
4. 12 m
5. 204 m
6. 17,4 cm
7. 36 cm
8. 30 cm^2
9. 60 cm^2

página 201
10. 32 cm
11. 64 m
12. 4 mm
13. 220 m
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. Revisar cuaderno
17. Revisar cuaderno
18. Revisar cuaderno
19. Revisar cuaderno

Página 202
20. 26 m
21. 26 cm
22. 60 cm^3
23. 364 cm^3
24. 2 403 cm^3
25. 762,7 cm^3
26. 1 450
27. 2 881

Página 203
1. 12 cm
2. 13,4 m
3. 32 mm
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. 512 cm^3
9. 90 m^3
10. 12 cm^3
11. 208 cm
12. 44 m
13. 83,6 cm

Página 204
1. D
2. D
3. A
4. B
5. C
6. D

Página 205
7. A
8. A
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. 729 m^3, cubo
15. 6 cm^3
16. a) Pirámides
b) 45 cm^3
c) Ver cuaderno
17. V
18. V
19. F

Capítulo 6

Página 207
1. Gráficos de barras
2. Gráfico circular
3. Gráfico de líneas dobles
4. Tabla de conteo
5. 4º trimestre (octubre, noviembre y diciembre)
6. 1º trimestre (enero, febrero y marzo)
7. 22 %
8. 21 %
9. 92
10. 54
11. 13
12. 85 mayor
13. Gráfico de barras
14. Gráfico de líneas
15. Gráfico de barras
16. Gráfico de tallos y hojas

Página 209
1. Gráfico de barras; 21336
2. Natación

Página 211
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno

Página 212
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. 3
13. 5
14. 2
15. Revisar cuaderno

Página 213
16. Revisar cuaderno
17. Revisar cuaderno
18. Sexto Javier, séptimo Arturo, octavo Victoria
19. D
20. Revisar cuaderno
21. Revisar cuaderno
22. 125
23. 81
24. 64
25. 216
26. Revisar cuaderno
27. Revisar cuaderno
28. Revisar cuaderno
29. Revisar cuaderno

Página 215
1. Comparar, representar
2. Datos que necesiten ser comparados
3. Porque se representan dos conjuntos de datos

Página 216
1. Verde
2. Negro, rojo, blanco
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Naranja
6. Plátano y manzana
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno

Página 217
9. Asia
10. Australia
11. 15 millones de km^2
12. 35 millones de km^2
13. 19,6 millones de km^2
14. B) 47,3
15. Revisar cuaderno
16. Revisar cuaderno
17. B
18. D
19. Domesticados

Página 219
1. Respuesta abierta
2. Ver cuaderno

Página 221
1. Ver cuaderno del estudiante

Página 222
1. Tuba
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Perro
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Histograma

Página 223
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. No
14. 3 mochileros con 10 años
15. Revisar cuaderno
16. No
17. B
18. 3
19. Revisar cuaderno
20. 6,5
21. 593,5
22. 31

Página 224
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. 4 estudiantes
4. 28 en total
5. Manzana
6. Naranja
7. 15 visitantes
8. 17 años
9. 20 años
10. Revisar cuaderno

Página 225
1. a) la de la cinta magnetofónica
b) No
c) Cinta magnetofónica 1898, fonógrafo 1877, MP3 portátil 1999, piano 1699
2. Juan = 156 hermana = 160
papá = 165 mamá = 167
a) Juan
b) No
c) Juan, hermana, papá, mamá

Página 227
1. Cuando hay dos conjuntos de datos cambiando en el tiempo
2. Revisar cuaderno
3. Porque se representan dos conjuntos de datos

Página 228
1. Revisar cuaderno
2. 2 005
3. 125
4. Disminuyó
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. 200 000 000
8. El 2005

Página 229

9. Revisar cuaderno
10. 1 kilo
11. Sultán porque pesa más
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. Temperatura promedio v/s estaciones del año
15. D
16. Aumentó
17. Revisar cuaderno
18. Revisar cuaderno

Página 231
1. Revisar cuaderno
2. Una persona que no hacía gimnasia
3. Cambiando los intervalos

Página 232
1. Los intervalos de años no son iguales
2. Que en el 1981–1990 hay menos voluntarios
3. Porque ambos deben comenzar desde 0
4. Que Carmen se demoró lo mismo que Diego, aun al comenzar 2 km de casa
5. Porque no comienza el intervalo desde cero
6. Que los estudiantes de 6° leen más
7. Los intervalos de los años no son iguales
8. La comparación de las muertes en la ciudad es equivocada
9. Revisar cuaderno

Página 233
10. De barras
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. D
17. Los intervalos de los puntajes
18. Revisar cuaderno
19. Revisar cuaderno

Página 235
1. Revisar cuaderno
2. Gráfico de barras

Página 236
1. Gráfico lineal
2. 36 %
3. Un gráfico circular
4. Revisar cuaderno

Página 237
5. a) Gráfico lineal
   b) Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. C
11. Gráfico lineal
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno

Página 238
1. Revisar cuaderno
2. Agosto
3. Aumentar
4. Debe ser 0,500, 1000, 1500, por los intervalos
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. No, porque son datos que cambian con el tiempo
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Un gráfico circular representa mejor los porcentajes

Página 239
1. Revisar cuaderno
2. Por continentes
3. Revisar cuaderno
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. No cambia, porque 7,9 = 8

Página 242
1. Gráfico de barras
2. Gráfico lineal
3. Gráfico circular
4. Revisar cuaderno
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. Revisar cuaderno

Página 243
8. 8° básico
9. Revisar cuaderno
10. Revisar cuaderno
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno
16. Revisar cuaderno

Página 244
17. Revisar cuaderno
18. Abril
19. La tendencia al aumento
20. Los intervalos de la distancia tienen que tener la misma diferencia
21. Gráfico de barras
22. Gráfico de líneas
23. Gráfico circular

Página 245
1. Revisar cuaderno
2. Julio
3. Enero y octubre
4. Revisar cuaderno
5. Gráfico lineal
6. Gráfico lineal

Página 246
1. D
2. B
3. B
4. C
5. C

Página 247
6. B
7. D
8. Revisar cuaderno
9. Revisar cuaderno
10. Pantalón (21,4 %), Chaleco (28,6 %), Parka (14,3 %), Polera (21,4 %), Poncho (14,3 %)
11. Revisar cuaderno
12. Revisar cuaderno
13. Revisar cuaderno
14. a) Preferencia en las elecciones
    b) 36% y 17%.
15. a) Gráfico de barras
    b) Revisar cuaderno
16. V
17. F
18. V

Capítulo 7

Página 249
1. Población
2. Muestra
3. Encuesta
4. Población: 37, Muestra: 27
5. Población: estudiantes del club
6. Población: 589, Muestra: 375
7. Población: personas del estadio, Muestra: 12
8. Población: clientes, Muestra: clientes al azar
9. Población: escuelas de Tarapacá, Muestra: colegios al azar
10. Población: Perros de la comuna de Conchalí, Muestra: 7 perros
11. Básquetbol
12. Fútbol
13. Tenis

Página 251
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno

Página 253
1. Revisar cuaderno
2. Porque no es información concisa

Página 254
1. Método aleatorio
2. Es representativa
3. No representativa
4. No
5. Método de conveniencia
6. No representativa
7. Representativa
8. Revisar cuaderno

Página 255
9. Población
10. Muestra
11. Población
12. X = 30
13. Sí. ¿Cuál es tu color preferido?
14. No es una población disponible
15. Muestra al azar
16. No
17. B
18. Revisar cuaderno
19. 0,52
20. 0,07
21. 1,1
22. 0,004
23. 5,5
24. 288
25. 0,41
26. 33,6

Página 256
1. Muestra por conveniencia
2. Muestra aleatoria
3. No
4. Sí
5. Revisar cuaderno
6. Revisar cuaderno
7. No válido
8. Válido
9. Población
10. Muestra
11. Muestra
12. Población
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. Revisar cuaderno

Página 257
1. Falta información
2. 640 – 1 200
3. 59 323
4. 55 minutos

Página 259
1. Revisar cuaderno
2. Mientras más veces se repite el experimento más confiables son los resultados.

Página 260
1. 37/100
2. a) 3,
   b) 16,
   c) 1,
   d) 12,5 %
3. Fútbol: 25/60, 41,7%,
   Voleibol: 12, 20%,
   Tenis: 3/60, 5%,
   Básquetbol: 15, 15/60, Natación: 5/60, 8,3%
4. Revisar cuaderno

Página 261
5. Revisar cuaderno
6. Soltero: 75/400, 18,7%,
   Casado: 200, 200/400,
   Viudo: 50, 12,5%,
   Separado: 18,7%,
   Total: 100%.
7. Revisar cuaderno
8. B
9. A

Página 263
1. No
2. Respuesta abierta

Página 264
1. 8/15; 53%
2. Que no haga ninguno.
3. 1 gol
4. 4
5. Cara, cruz
6. 3/25
7. 13/25
8. Negra
9. 20%
10. 33,3%

Página 265
11. 1/31, improbable
12. a)1/4, 19/100, 14/25
    b) verde
13. Revisar cuaderno
14. Revisar cuaderno
15. D
16. C
17. No, se necesita repetir el experimento más veces
18. Leo

Página 266
1. Revisar cuaderno
2. Revisar cuaderno
3. Revisar cuaderno
4. 2

Página 267
1. a) 0,5 b) 0,5
2. 1/2
3. 1/4
4. 240
5. 16

Página 270
1. Frecuencia relativa
2. Frecuencia relativa porcentual
3. Probabilidad experimental
4. Aleatoria
5. No representativa
6. Aleatoria
7. Convenida
8. Aleatoria

Página 271
9. No
10. Sí
11. No
12. No
13. Sí
14. Sí
15. Tan probable como improbable
16. Improbable
17. Probable
18. Imposible
19. Improbable

Página 272
20. 1/4
21. 1/2
22. 75 %
23. 1/6
24. 1/2
25. 1/3
26. 20/75
27. 1/2
28. 4/5
29. 1/10

Página 273
1. Muestra de conveniencia
2. Muestra aleatoria
3. Muestra aleatoria
4. Muestra de conveniencia
5. No representativa
6. No representativa
7. No representativa
8. Tendenciosa
9. No tendenciosa
10. Tendenciosa
11. No tendenciosa
12. 36,4%, 45,5%, 18,2%
13. 33
14. Revisar cuaderno
15. Azul
16. 2/5
17. 1/5

Página 274
1. C
2. A
3. D
4. D
5. C
6. 2/6
7. 36%
8. Revisar cuaderno
9. 6
10. C
11. A

Página 275
12. 6 600 personas
13. No
14. Revisar cuaderno
15. 330 estudiantes de un colegio
16. ¿Consideras que el sábado es el mejor día?
17. a) 3/10
    b) 50 adolescentes
18. a) 1/4, 0,25, 25%
    b) 3/5
    c) 20 veces
19. V
20. F
21. V

Bibliografía

Castro, E. (2003). *Didáctica de la Matemática en La Educación Primaria*. Madrid: Pearson.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de la Matemática Preescolar*. Madrid: Pearson.

Chamorro M. (2003). *Didáctica de la Matemática para Primaria*. Madrid: Pearson.

Cofré, A. y Tapia, L.(1995). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico y matemático*. Santiago: Universitaria.

Centeno, J. (1989). *Números Decimales*. Colección Matemáticas Cultura y Aprendizaje Vol. 5. Madrid: Síntesis.

Cofré, A. y Tapia, L. (2002). *Matemática Recreativa en el Aula*. Santiago: Universidad Católica de Chile.

Godino, J. et al. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. ProyectoEduMat - Maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática. España: Universidad de Granada.

Guzmán, M. (1995). *Para pensar mejor*. España: Pirámide.

Holt, R., Wiston. (2003). *Mathematics in Context*. Encyclopaedia Britannica.

Llinares, S y Sánchez, M.(1989). *Fracciones.* Colección Matemáticas Cultura y Aprendizaje Vol. 4 Madrid: Síntesis.

Alsina, C.(1989). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.

Alsina, C. (1991). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Síntesis.

Chamorro, Mª. (2005). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Pearson Educación.

Martínez, A. M., Juan, F. R. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Síntesis.

Boule, F. (2005). *Reflexiones sobre la Geometría y su enseñanza*. México: La Vasija.

Siguero, F. y Carrillo, E. (1993). *Recursos en el aula de matemáticas* Madrid: Síntesis.

Riveros, Zanocco. (1991). *Geometría y aprendizaje*. Universidad Católica de Chile.

García, J. (1998). *Geometría y experiencias*. Madrid: Pearson Educación.

Castro, E. (2003). *Didáctica de la Matemática en La Educación Primaria.* Madrid: Pearson.

Maza G, C. (1991). *Multiplicación y división. A través de la resolución de problemas*. Madrid: Visor.

Centeno, J. (1989). *Números Decimales*. Colección Matemáticas Cultura y Aprendizaje Vol. 5. Madrid: Síntesis.

Chamorro, C.(2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria.* Madrid: Pearson Prentice Hall.

Martínez, J. (1991). *Numeración y operaciones básicas en la educación primaria*. Madrid: Escuela Española.

Resnick, Lauren B. y Ford, Wendy W. (2010). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Barcelona: Paidós.

Bibliografía adicional

Alder, K. (2003). *La medida de todas las cosas.* España: Taurus.

Arce, J. C. (2000). *El matemático del rey.* España: Planeta.

Ávila, C. (2010). *Aventuras matemáticas: En busca del código secreto.* España: Brief Editorial.

Cesaroli, A. (2009). *Mr. Cuadrado.* España: Maeva.

De la Torre, A. (2010). *La rebelión de los números.* España: Ed. La Torre.

Doxiadis, A. (2000). *El tío Petrus y la Conjetura de Goldbach.* España: Ediciones B.

Enzesberg, H. M (1999). *El diablo de los números.* España: Siruela.

Guedj, D. (2000). *El teorema del loro.* España: Anagrama.

Haddon, M. (2011). *El curioso incidente del perro a medianoche.* España: Salamandra.

Kaye, M. (2002). *Ni un día sin matemáticas*. Chile: Ed. Galileo.

Millás, J. J. (2001). *Números pares, impares e idiotas.* España: Ed. Alba.

Norman, L. C. (2000). *El país de las mates para expertos.* España: Nívola.

Norman, L. C. (2000). *El país de las mates para novatos.* España: Nívola.

Ogawa, Y. (2008). *La fórmula preferida del profesor.* España: Funambulista.

Serrano Marugán, E. (2002). *¡Ojalá no hubiera números!* España: Nívola.

Shaw, C. (2005). *La incógnita Newton.* España: Roca.

Tahan, M. (1999). *El hombre que calculaba.* Colombia: Ed. Panamericana

Video

Donald en el país de las matemáticas. - YouTube

http://www.youtube.com/watch?v=WtIrtPumGco

13/08/2011 - Subido por mapacheplus.

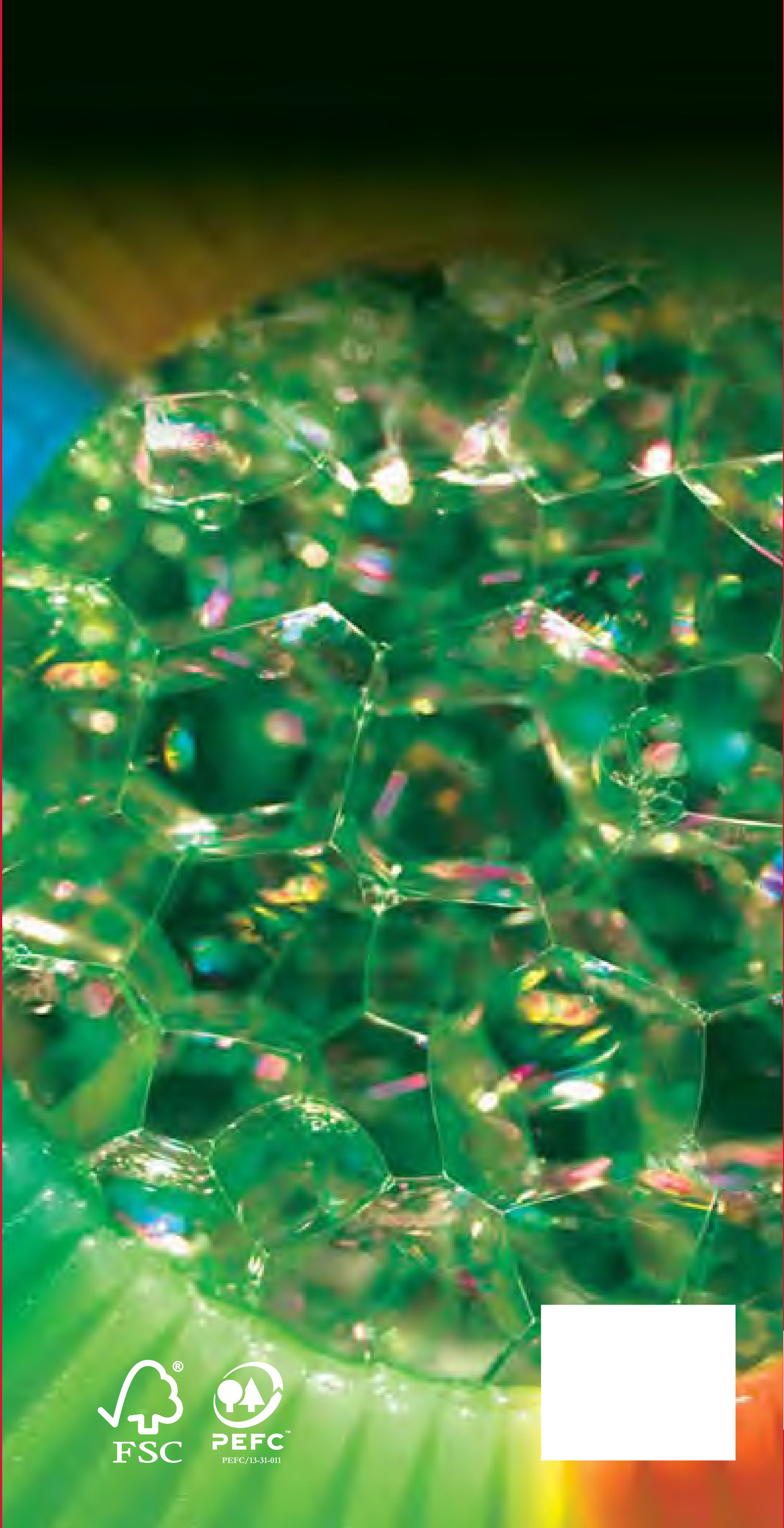
Donald en el país de las matemáticas. Audio latino por Jorge Armando Hernández.

Links para el estudiante

- www.elhuevodechocolate.com/mates.htm
- http://www.educapeques.com/juegos-infantiles-de-matematicas-para-ninos
- www.juegos/matmatica/html
- http://www.aprendejugando.com/
- http://www.sectormatematica.cl/preescolar.htm
- http://www.sectormatematica.cl/geometria.htm
- http://www.todoeducativo.com/
- http://roble.pntic.mec.es/arum0010/#matematicas
- http://www.santillana.cl/grupo/arbolalegre/
- http://www.escolar.com/menugeom.htm
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/ejercicios/horas.php
- http://cremc.ponce.inter.edu/carpetamagica/guiaelreloj.htm
- http://cremc.ponce.inter.edu/carpetamagica/guiaelreloj.htm
- http://descartes.cnice.mec.es/matemagicas/pages/jeux_mat/textes/horloge.htm
- http://sauce.pntic.mec.es/~atub0000/hotpot/reloj/horasini.htm
- http://members.learningplanet.com/act/mayhem/free.asp
- http://kids.aol.com/
- http://www.ixl.com/
- http://www.icarito.cl/medio/articulo/0,0,38035857_152308913_188909704_1,00.html
- http://www.aulademate.com/

Matemática
7º Básico

Texto del
Estudiante



mifuturo.cl
Infórmate antes de elegir

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

EDICIÓN ESPECIAL PARA EL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN.
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN

FSC
PEFC
PEFC/13-31-011